

## AMMORTAMENTO A RATE COSTANTI ANTICIPATE

Nell'ammortamento a rate costanti anticipate si ha

$$R_0 = R_1 = \dots = R_{m-1} = R$$

quindi

$$\mathbf{x} / \mathbf{t} = \{S - R, -R, -R, \dots, -R\} / \{0, 1, 2, \dots, m-1\}$$

Per la condizione di equità si ha

$$W(0, \mathbf{x}) = 0 \Leftrightarrow S - \sum_{k=0}^{m-1} R(1+i)^{-k} = 0 \Leftrightarrow S - R \ddot{a}_{\overline{m}|i} = 0$$

Indicate con  $R_k = C_k + I_k$   $k = 0, 1, \dots, m-1$  le rate d'ammortamento

si ha

$$I_k \quad k = 0, 1, \dots, m-1 \quad \text{quote interesse} \quad \text{con} \quad I_k = d D_{k+1}^-$$

Il debito residuo  $D_k^- = \sum_{h=k}^{m-1} C_h$   $k = 1, \dots, m-1$

è dato da

$$D_k^- = R \ddot{a}_{\overline{m-k}|i} \quad k = 1, \dots, m-1$$

## Ammortamento a rate costanti anticipate

Negli ammortamenti progressivi le quote interessi sono non crescenti.

Nel caso dell'ammortamento a rate costanti, le quote interesse sono decrescenti, quindi le quote capitale sono crescenti. Si ha che le quote capitale sono crescenti in progressione geometrica di ragione  $(1+i)$

$$C_{k+1} = C_k(1+i) \quad k = 0, 1, \dots, m-2$$

Si ha allora

$$C_k = C_0(1+i)^k \quad k = 1, 2, \dots, m-1$$

essendo  $C_0 = R - I_0 = R - d(S - C_0) = R - d\left(R\ddot{a}_{\overline{m}|i} - C_0\right) = R(1+i)^{-m} + dC_0$

Quindi  $C_0 = R(1+i)^{-(m-1)}$ ,  $C_k = Rv^{m-k-1}$   $k = 0, 1, \dots, m-1$

Si possono allora calcolare direttamente le quote capitale conoscendo la rata costante.

Si dimostra che le quote capitale coincidono con quelle dell'ammortamento a rate costanti posticipate.

Osservazione:

$$C_k = R - I_k = R - dD_{k+1}^- = R - d\left(R\ddot{a}_{\overline{m-k-1}|i}\right) = R(1+i)^{-(m-k-1)} = Rv^{m-k-1} \quad k = 0, 1, \dots, m-1$$

## Ammortamento a rate costanti anticipate

Poiché

$$I_k = d D_{k+1}^- \quad k = 0, 1, \dots, m-1$$

con 
$$D_{k+1}^- = \sum_{h=k+1}^{m-1} C_h \quad k = 0, 1, \dots, m-2 \quad \text{e} \quad D_m^- = 0$$

se le quote capitali non sono note, per determinare le quote interesse del piano d'ammortamento si può partire dall'ultima

$$I_{m-1} = 0 \quad \text{quindi} \quad C_{m-1} = R$$

$$I_{m-2} = d D_{m-1}^- = d C_{m-1} \quad C_{m-2} = R - I_{m-2}$$

...

oppure si determina il debito residuo mediante la relazione ricorrente

$$M^-(k+1, \mathbf{x}) = (M^-(k, \mathbf{x}) - R_k)(1+i) \quad k = 0, 1, \dots, m-1$$

### **Esempio:**

Ammortamento di un prestito di 50.000 euro, al tasso annuo del 4,5%, con 4 rate annue costanti anticipate.

## ESERCIZI SU AMMORTAMENTI A RATE ANTICIPATE

- Un finanziamento di 90.000 euro è ammortizzato al tasso annuo del 4,3% mediante il versamento di 16 rate annue costanti anticipate. Redigere le prime 2 e le ultime 2 righe del piano di ammortamento (in modo da evidenziare le grandezze finanziarie rilevanti, relative alle prime 2 ed alle ultime 2 rate di ammortamento).

Calcolare il valore residuo dell'operazione di ammortamento, 4 anni e 7 mesi dopo la stipulazione del contratto, in base al tasso di valutazione annuo del 3,5%. (7/2/2012)

- Un finanziamento di 120.000 euro viene ammortizzato in 10 anni al tasso di interesse annuo del 4,3% mediante il versamento di rate annue con anticipazione degli interessi (la prima rata di ammortamento, versata anticipatamente, comprende la sola quota interessi, le quote capitali vengono pagate a partire dalla seconda rata, in tutto ci sono 11 rate). Redigere le prime tre e le ultime due righe del piano di ammortamento sapendo che le prime due quote capitale ammontano rispettivamente a 5.000 e 8.000 euro e le ultime due ammontano a 15.000 euro ciascuna.

Nel contratto di mutuo è inoltre data la possibilità di optare, trascorsi due anni dalla stipulazione del contratto e subito dopo avere effettuato il pagamento della terza rata, per un ammortamento a rate costanti, ferme restando le condizioni economiche e la durata complessiva del prestito. Determinare l'ammontare della rata costante. (24/1/2012)