

PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA - A.A. 2016/17
CORSI DI LAUREA IN INGEGNERIA NAVALE ED INDUSTRIALE

Prof. Dario Portelli

Trieste, 31/1/2017

Tutte le risposte vanno adeguatamente motivate

1.- Sia $W := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 0\}$. Si determini se W è un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^2 o meno. In caso affermativo se ne trovi la dimensione.

2.- Si risolva il sistema lineare :

$$\begin{cases} x & -y & -z & = & 0 \\ x & +2y & +3z & = & 1 \\ 3x & +3y & +5z & = & 2 \\ 5x & +4y & +7z & = & 4 \end{cases}$$

Nel caso esso risulti incompatibile, se ne determini la soluzione nel senso dei minimi quadrati.

3.- Considerato lo spazio euclideo \mathbb{R}^5 con il prodotto scalare standard, si trovi la dimensione ed una base ortonormale per il sottospazio vettoriale $W \subset \mathbb{R}^5$, definito dalle equazioni

$$\begin{cases} 2x_1 & -x_2 & +x_3 & & & = & 0 \\ x_1 & +x_2 & & -x_4 & & = & 0 \\ & & x_2 & & -3x_5 & = & 0 \end{cases}$$

Si determini, infine, il sottospazio W^\perp mediante una base e mediante equazioni cartesiane.

4.- Sia $L_A : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ l'endomorfismo definito rispetto alla base canonica dalla matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Si dica se L_A è diagonalizzabile. In caso affermativo si determini una base \mathcal{B} di \mathbb{C}^3 che diagonalizza L_A , e si determini anche la matrice $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(L_A)$ che rappresenta L_A rispetto a tale base. Infine, si dica se L_A è un isomorfismo.

5.- Nello spazio affine \mathbb{R}^3 sono date le rette

$$r \quad \begin{cases} x - y = 2 \\ y - z = -1 \end{cases} \quad s \quad \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

Si trovi (se esiste) una retta incidente sia r che s , e che sia ortogonale a ciascuna di esse. Si trovi, infine, la distanza tra r ed s .