ESERCIZI SULLE VARIABILI ALEATORIE DISCRETE 2

Esercizio 1. Sono date due urne denominate rispettivamente A e B. A contiene 10 palline bianche e 6 palline rosse, B contiene 8 palline bianche e 8 palline rosse. Si estraggono ripetutamente, con reimmissione, delle palline da ciascuna urna. Sia X la v.a. numero di estrazioni di palline rosse da A prima dell'estrazione della prima pallina bianca. Sia Y la v.a. numero di estrazioni di palline rosse da B prima dell'estrazione della prima pallina bianca.

i) Si determini $P(X = 3)$ e $P(Y \geq 3)$.
ii) Si determini $P(Y \leq X + 2)$.
iii) Si determini la densità della v.a. $X + Y$.

Esercizio 2. Siano X e Y variabili aleatorie indipendenti: la prima con legge di Poisson di parametro 1, la seconda con legge di Bernoulli di parametro $\frac{1}{3}$.

i) Si calcoli $P(Y \leq -X^2 + 2)$.
ii) Si determini la densità discreta della variabile aleatoria $Z = X + Y$.
iii) Si calcoli $E[ZX]$ e $Var(-3Z)$.

Esercizio 3. Il numero di chiamate che vengono fatte ad un centralino in un certo intervallo di tempo si comporta come una v.a. di Poisson di parametro 2.

i) Calcolare la probabilità che al centralino in quell'intervallo di tempo non arrivino chiamate.
ii) Calcolare la probabilità che al centralino in quell'intervallo di tempo arrivino almeno 2 chiamate.

Esercizio 4. Un'urna contiene 10 palline bianche e 10 palline rosse. Se ne estraggono 5 e si lancia una moneta equlibrata tante volte quante sono le palline bianche dell'estrazione. Sia X in numero di teste e Y in numero di croci.

i) Determinare le densità delle variabili X, Y e del vettore aleatorio (X, Y).
ii) Dire se X e Y sono indipendenti.

Esercizio 5. Siano X, Y deu v.a. geometriche indipendenti, la prima tale che

$$P(X = 0) = 2P(X = 1)$$

e la seconda di parametro $\frac{1}{2}$. Sia $Z = X + Y$.

i) Determinare le densità della variabile aleatoria Z.
ii) Calcolare $P(X = 3 \mid Z \geq 5)$.
iii) Calcolare $P(Z \geq 5 \mid X = 3)$.
iv) Determinare $E[XZ]$.