

INTERSEZIONI DI SOLIDI

Per intersezione si intende il punto o l'insieme di punti comuni a due o più enti geometrici. Due rette hanno in comune un punto, due piani una retta, due superfici una linea.

Raramente gli oggetti reali si presentano sotto forma di figure geometriche semplici, quasi sempre sono entità complesse scomponibili in solidi o figure piane geometriche.

La compenetrazione di diversi solidi crea linee di intersezione. Queste sono segmenti o linee spezzate comuni ai solidi, quando le facce che si intersecano sono piane; nel caso in cui invece una superficie è curva vengono originate delle linee di intersezione curve oppure miste (segmenti e curve).

In generale si può dire che:

- l'intersezione di due superfici del primo ordine (piani) è una curva del primo ordine (retta);
- l'intersezione di una superficie del secondo ordine (cono, cilindro, sfera) con una superficie del primo ordine, è una curva del secondo ordine (conica);
- l'intersezione di due superfici del secondo ordine è una curva del quarto ordine (quartica)

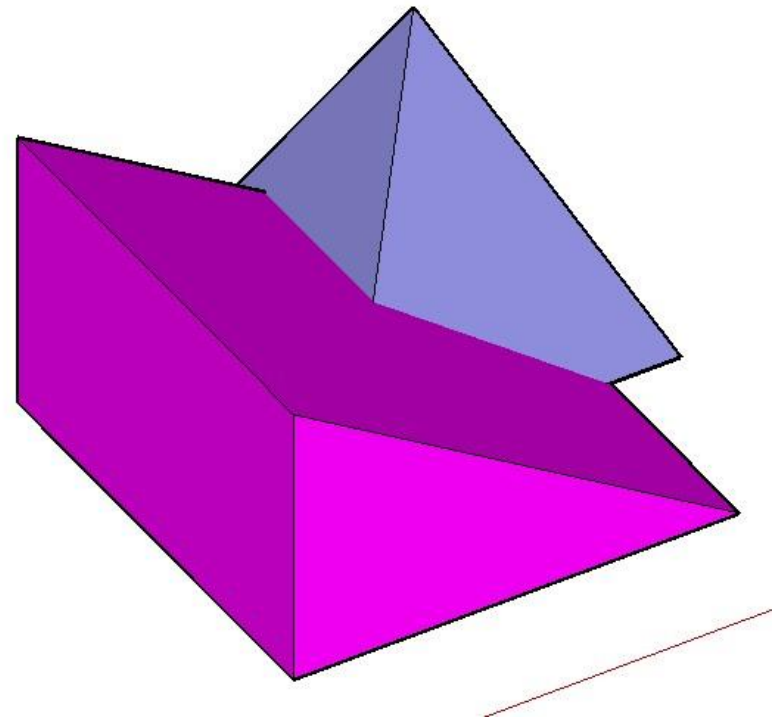
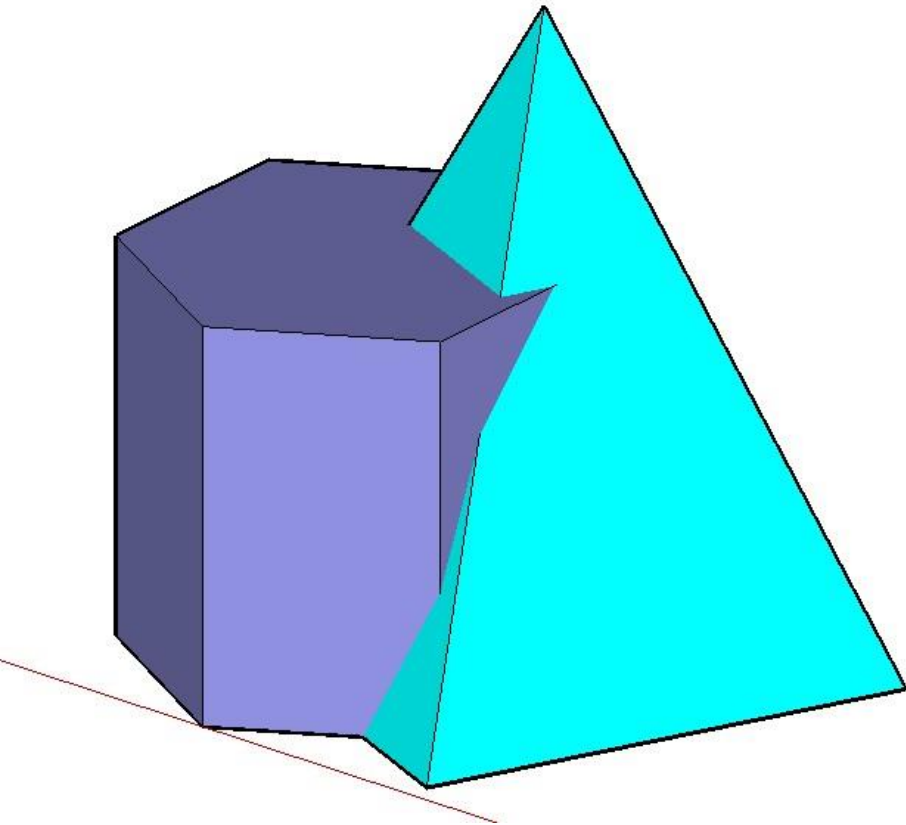
Graficamente dette intersezioni si ottengono come l'involuppo dei punti comuni alle due superfici e cioè:

sia data una superficie S ed una superficie S' , scelta una terza superficie S^* , di cui in generale sono note le intersezioni con le superfici S e S' e facilmente rappresentabili, l'intersezione di S^* con S darà luogo ad una curva L mentre l'intersezione di S^* con S' darà luogo ad una curva L' ; i punti comuni delle due curve L ed L' saranno punti della curva A .

Nel caso delle sezioni piane la superficie S che si utilizza sarà un piano essendo questa la superficie più semplice

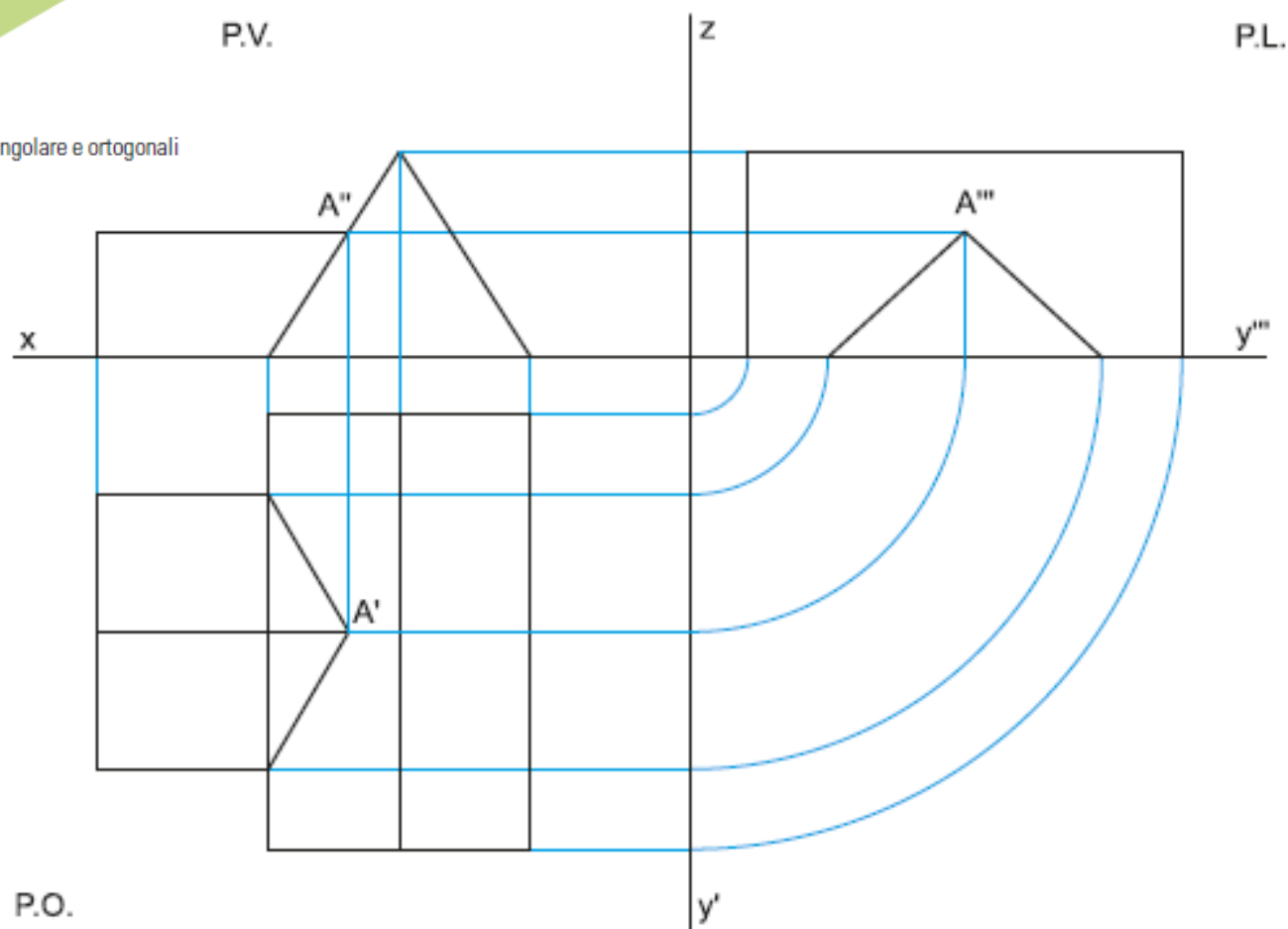
INTERSEZIONI DI POLIEDRI

Se due poliedri si intersecano tra di loro, la linea d'intersezione sarà una figura formata da segmenti, una spezzata comune al primo e al secondo poliedro.



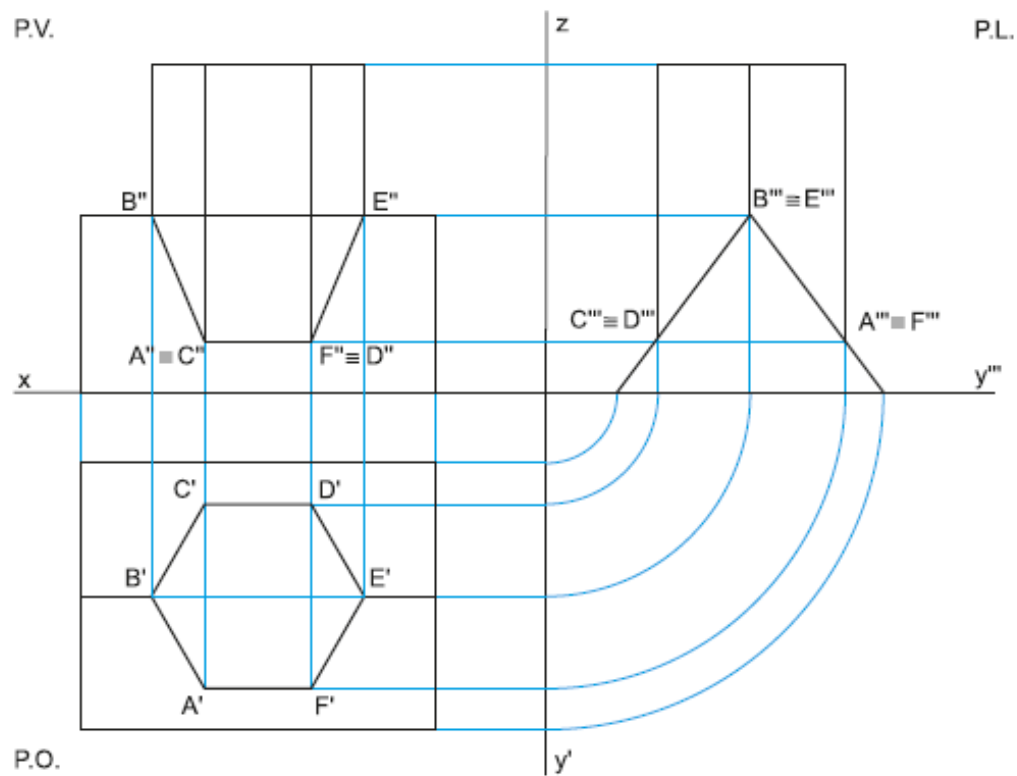


2 Intersezione tra due prismi a sezione triangolare e ortogonali fra loro.

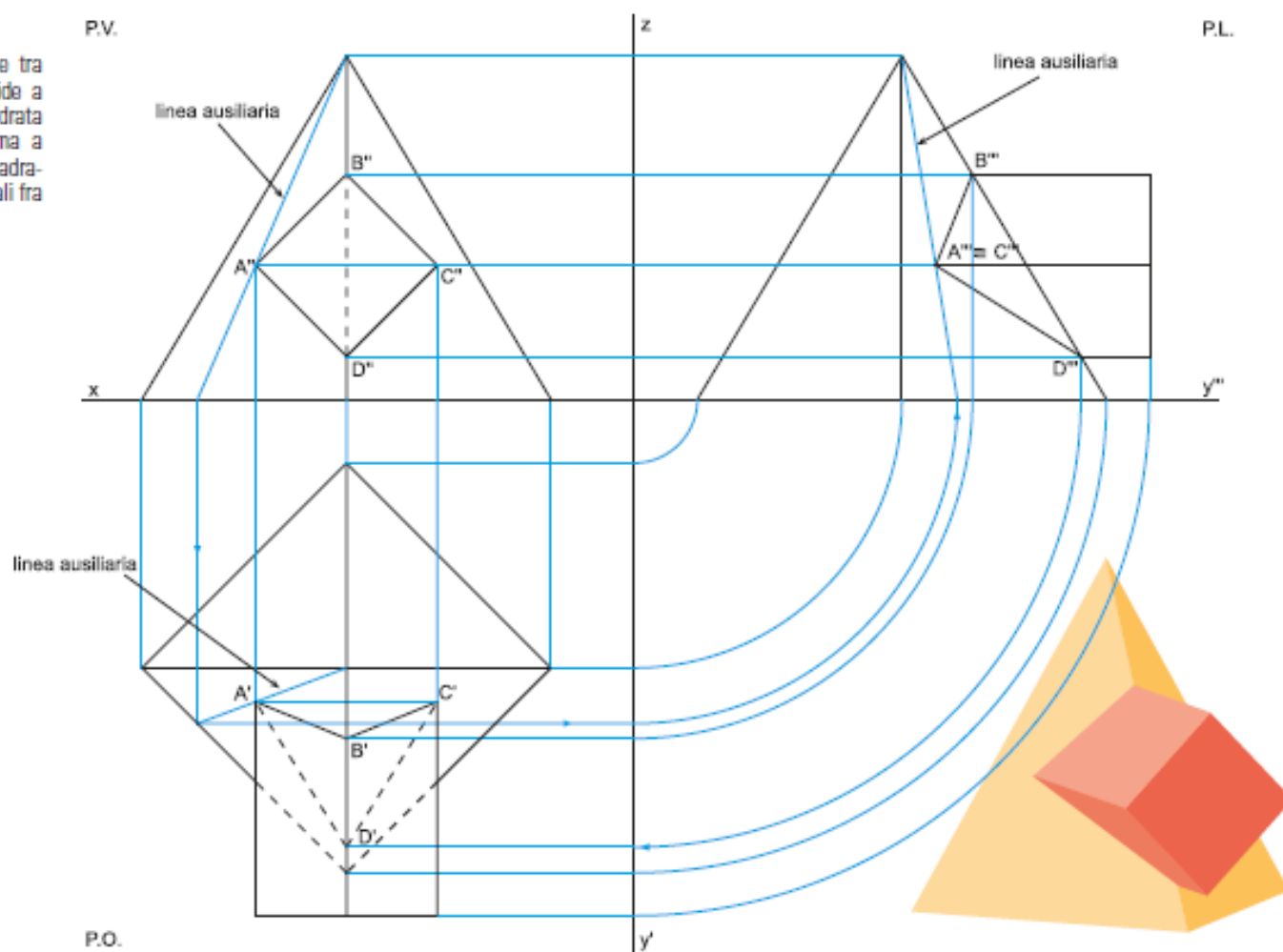




3 Intersezione tra un prisma a base esagonale e un prisma a sezione triangolare ortogonali fra loro.

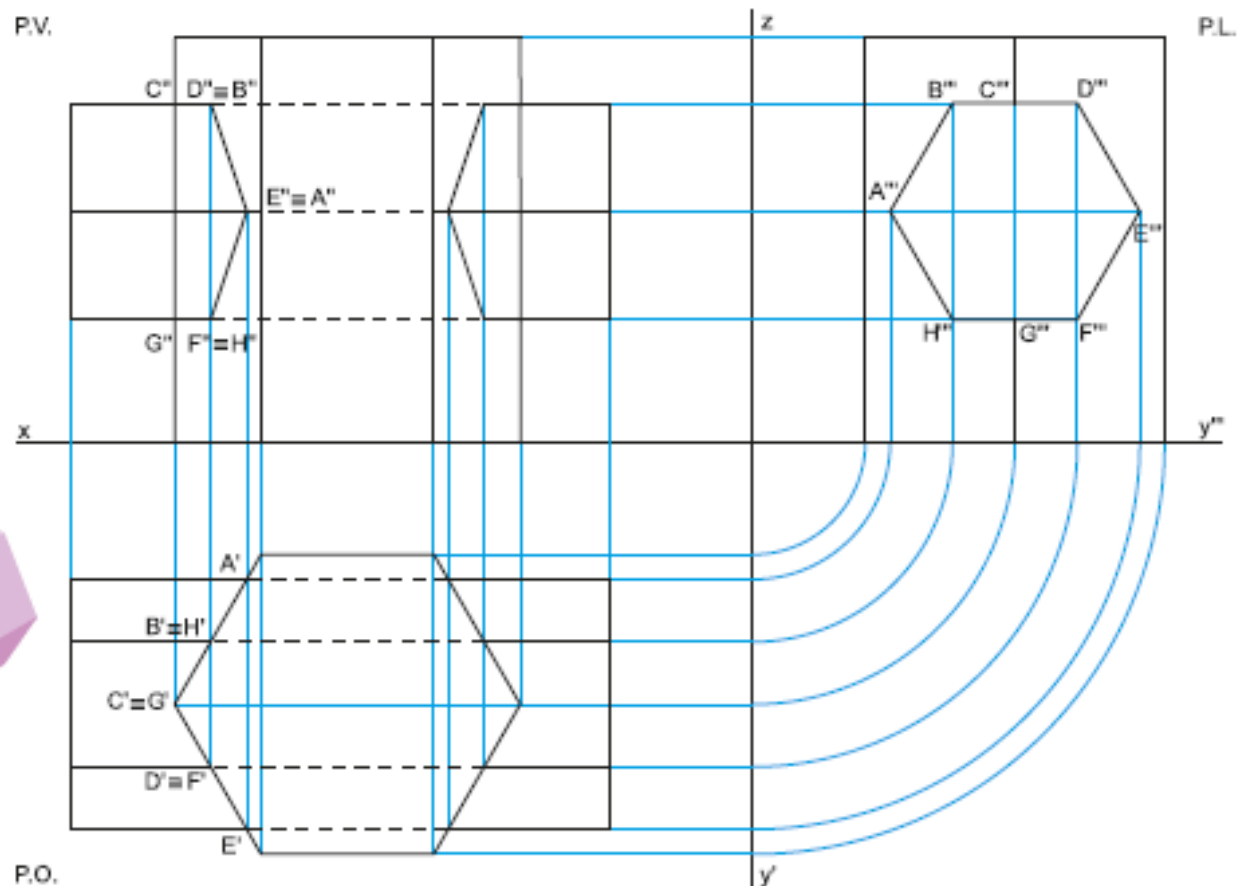


4 Intersezione tra una piramide a base quadrata e un prisma a sezione quadrata ortogonali fra loro.

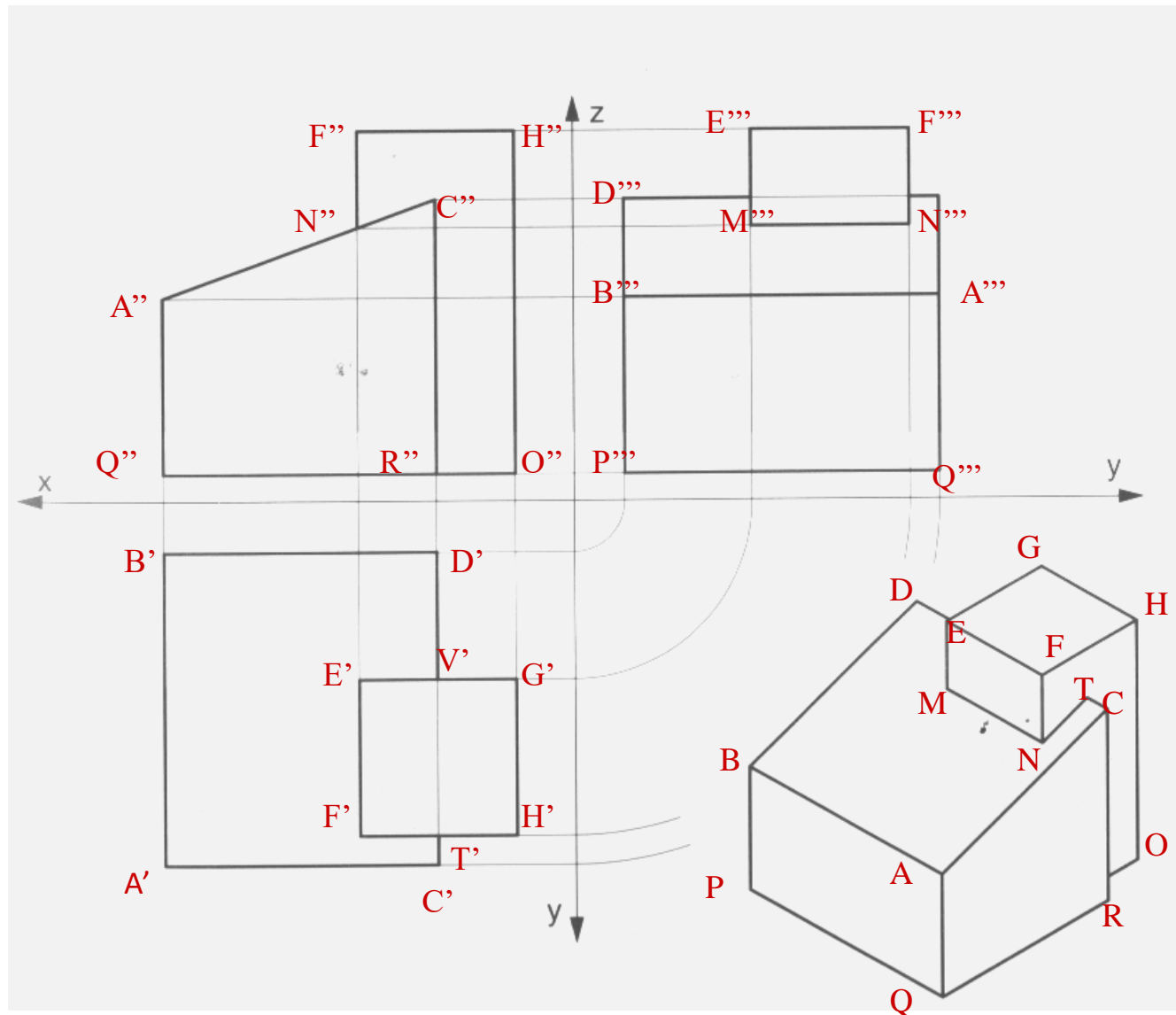




Compenetrazione tra due
prismi a base esagonale
ortogonali fra loro.

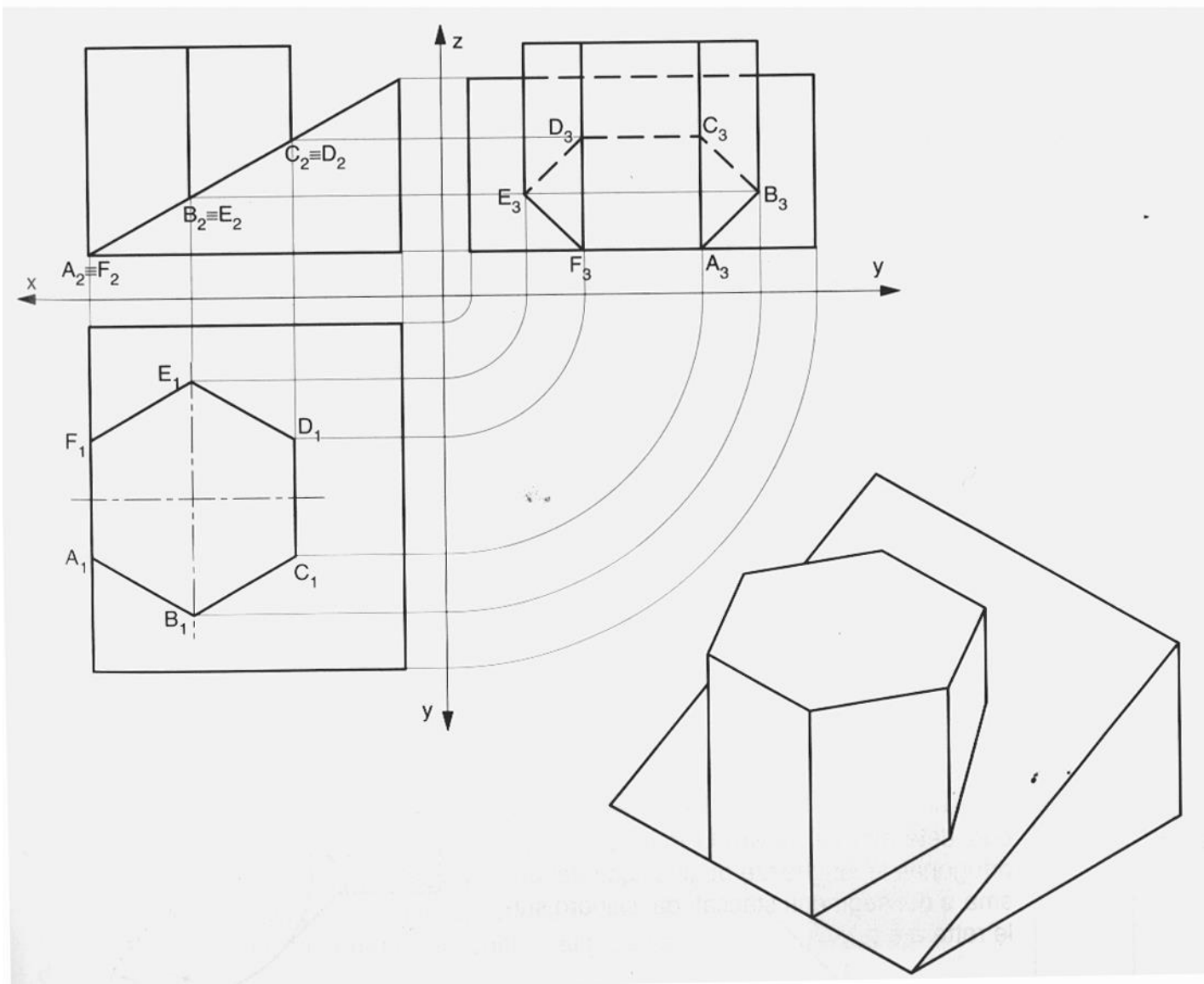


curva del primo ordine (retta);



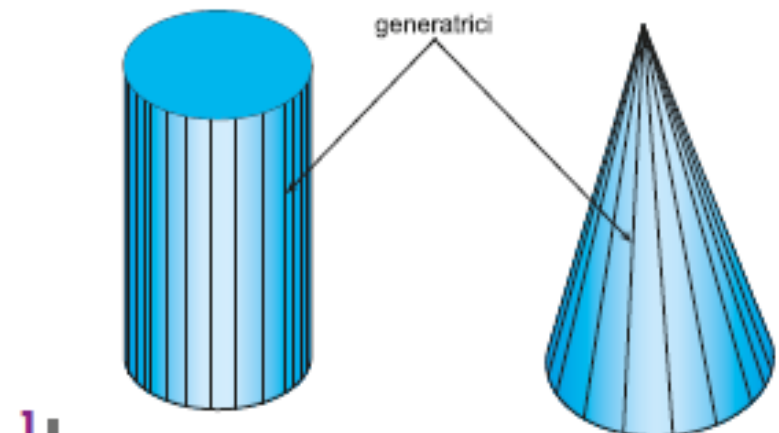
Intersezione di un prisma trapezio con un parallelepipedo

Intersezione tra un prisma triangolare ed un prisma esagonale

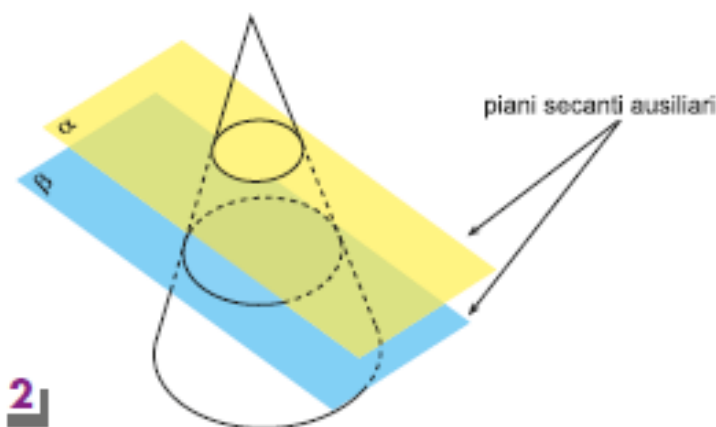


Per trovare la linea di intersezione tra superfici piane e superfici curve, o tra superfici curve, di solidi che si intersecano o si compenetrano tra loro si utilizzano due metodi base quasi sempre intercambiabili:

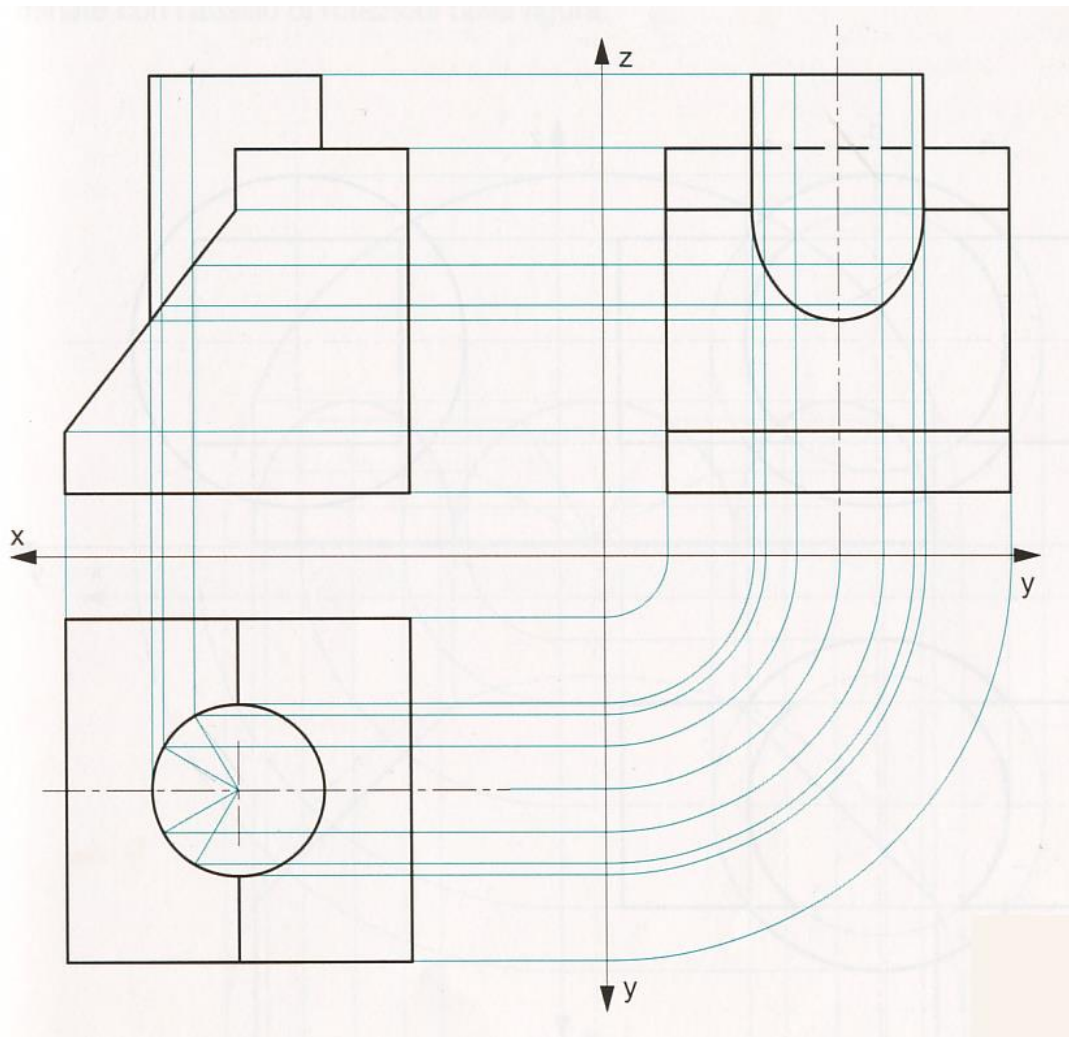
- a) **metodo delle generatrici** [5.3] (figura 1 e 3): si individua sulla superficie curva del solido (cilindro, cono, sfera) una serie di generatrici, che incontrano la linea di intersezione in punti individuabili attraverso l'applicazione delle proiezioni ortogonali; la curva congiungente questi punti definisce la linea di intersezione;
- b) **metodo dei piani secanti ausiliari** [5.3] (figura 2): si usano le linee di sezione generate da piani secanti ausiliari come tracce che incontrano la linea di intersezione; la definizione mediante le proiezioni ortogonali di questi punti consente di definire la curva della linea di intersezione.



1

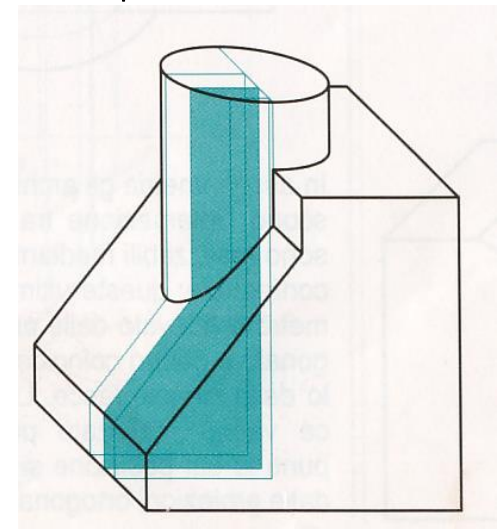


2



GENERATRICE: retta che ruotando intorno ad un asse con inclinazione costante genera una superficie

Intersezione tra cilindro e solido
prismatico



Intersezioni di superfici primitive (del 2° ordine)

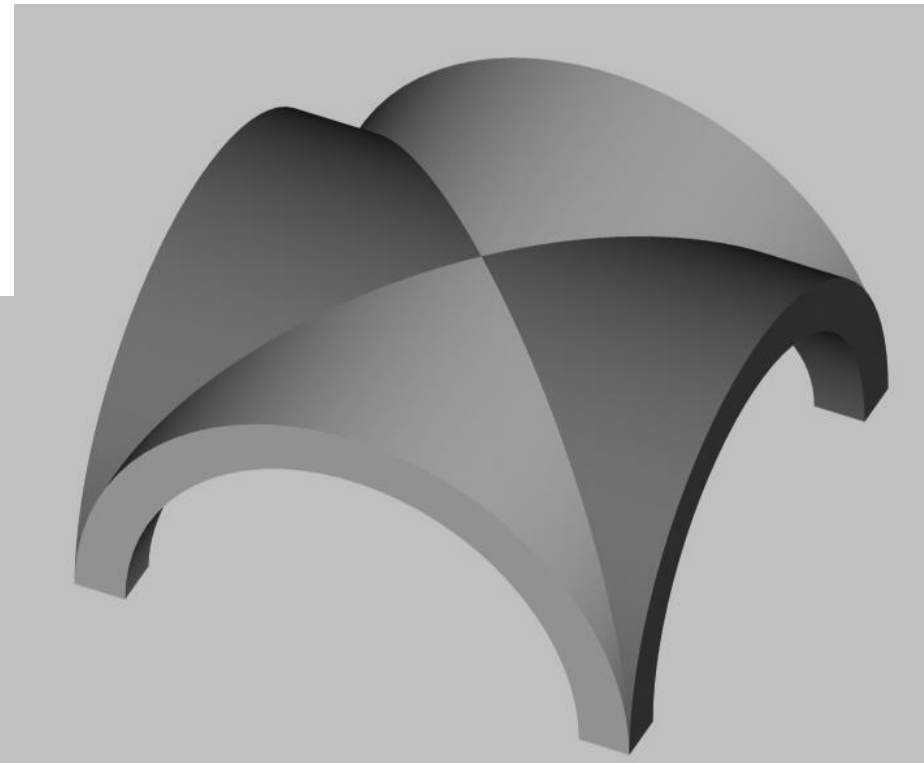
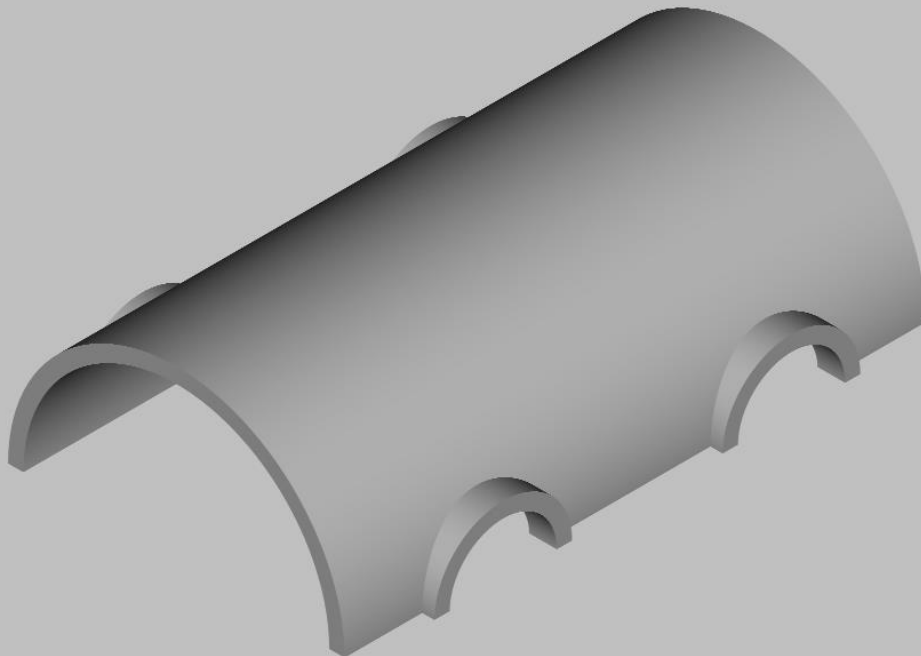
I principi per ricavare le curve di compenetrazione sono gli stessi di quelli adottati per le sezioni di solidi con piani: sezionare entrambe le superfici con una schiera di piani che le tagliano secondo due linee, i punti che queste linee hanno in comune – se esistono - sono i punti della curva sezione cercata

❖ CILINDRO-CILINDRO

❖ SFERA-CILINDRO

❖ CONO-CONO

❖ CONO-CILINDRO

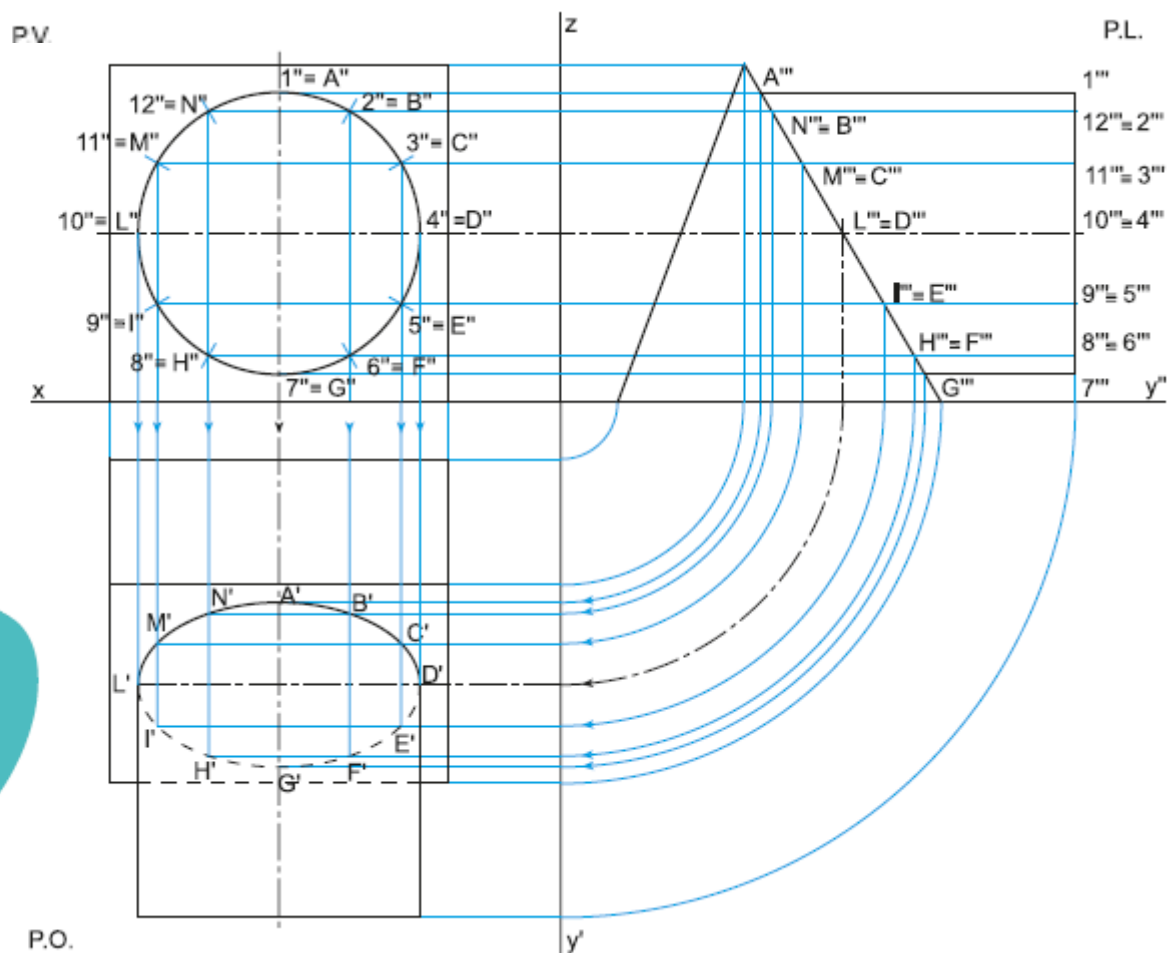


Esempi di intersezioni cilindro/
cilindro ricorrenti

INTERSEZIONE DI UN CILINDRO ORIZZONTALE CON UN PRISMA A SEZIONE TRIANGOLARE CON ASSI ORTOGONALI FRA LORO

Utilizziamo il **metodo delle generatrici**.

Dividiamo la base del cilindro in un certo numero di parti uguali (ad esempio 12) e tracciamo per queste le generatrici del cilindro che, riportate in proiezione sul piano laterale, individuano una serie di punti sulla superficie inclinata del prisma. Riportando in pianta i punti così ottenuti e congiungendoli con un curvilinee si ottiene l'ellisse di intersezione tra il cilindro e il prisma (**figura 3**).

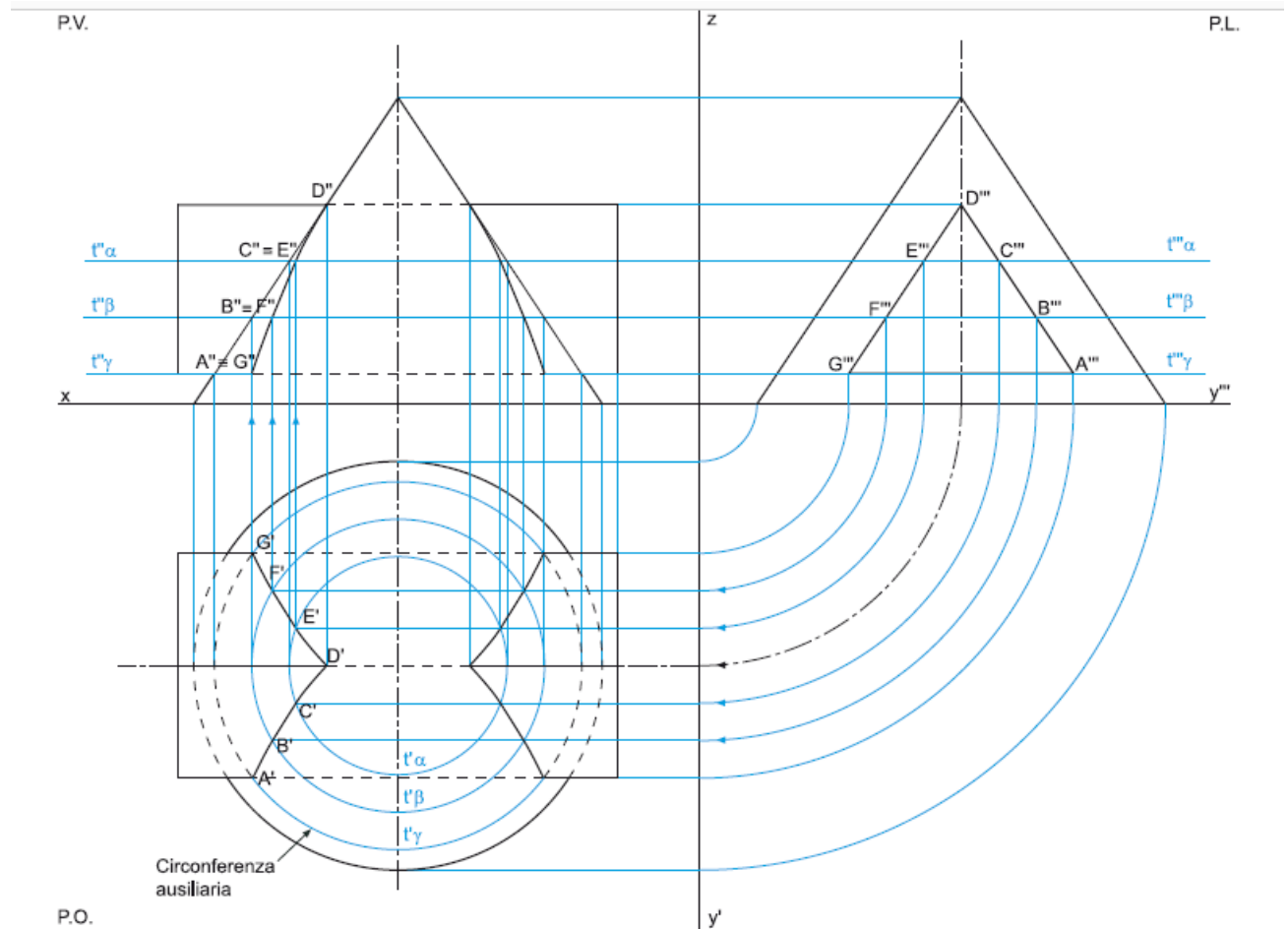


COMPENETRAZIONE TRA UN CONO E UN PRISMA A SEZIONE TRIANGOLARE CON ASSI ORTOGONALI FRA LORO

Utilizziamo il metodo dei piani secanti ausiliari.

I piani secanti ausiliari α , β , γ tracciati nelle tre proiezioni, individuano sulla superficie del cono le rispettive circonferenze ausiliarie. L'intersezione di queste con il profilo del prisma determina in pianta una serie di punti che consentono di tracciare, congiungendoli con una curva, la linea di intersezione (figura 4).

In pratica, si riportano i punti definiti dall'intersezione tra le tracce dei piani secanti ausiliari e il profilo del prisma dalla terza proiezione sulle tracce dei piani in pianta e poi sul prospetto.



Occorre scegliere i piani ausiliari di sezione nel modo più conveniente per l'accuratezza e la semplicità del procedimento.

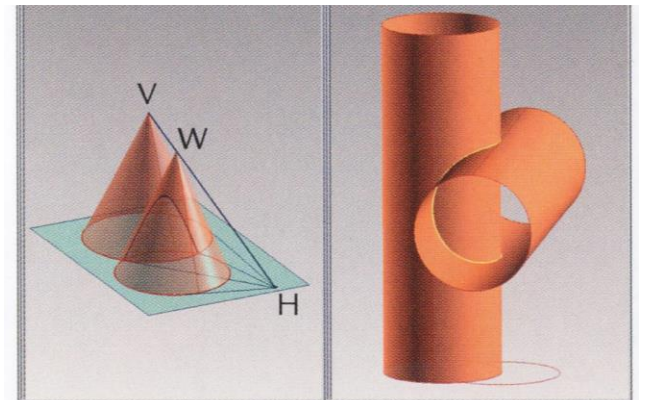
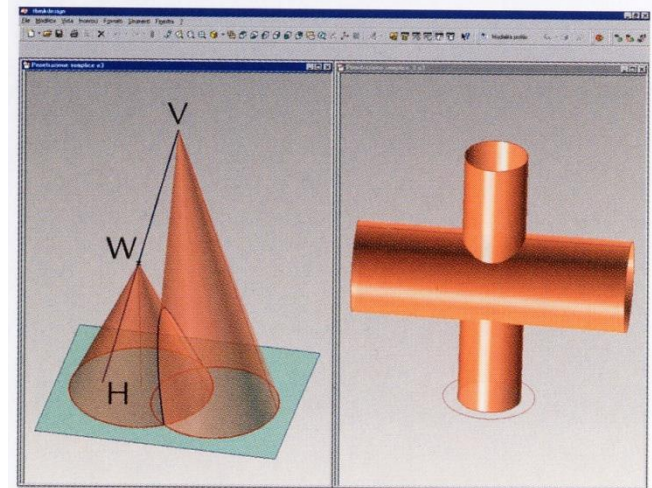
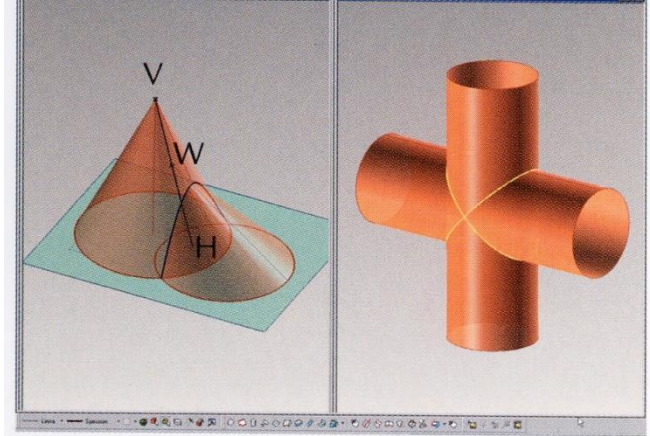
Ad esempio se abbiamo delle superfici di rivoluzione basta scegliere dei piani con giacitura perpendicolare all'asse per ottenere una schiera di circonferenze, oppure paralleli all'asse per ottenere una schiera di generatrici.

In genere le curve di compenetrazione sono delle curve gobbe – **quartiche**

- **compenetrazione mutua** quando le generatrici di ognuna delle due superfici intersecano l'altra

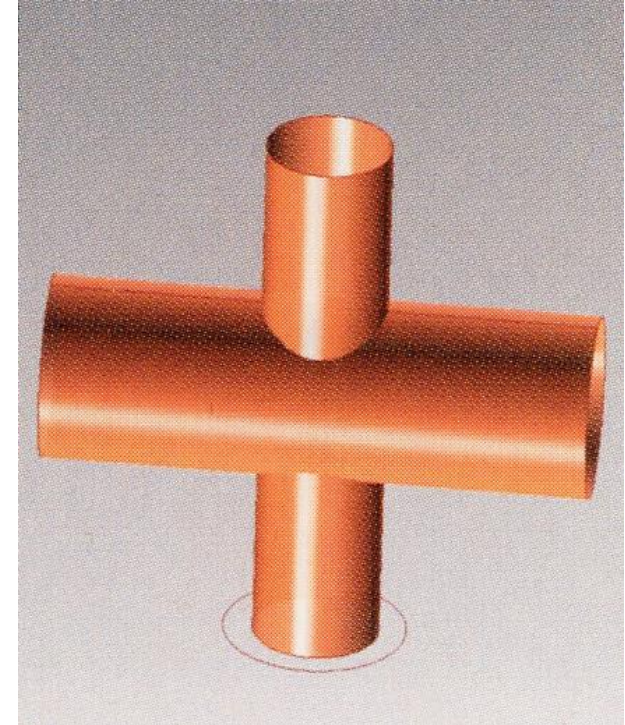
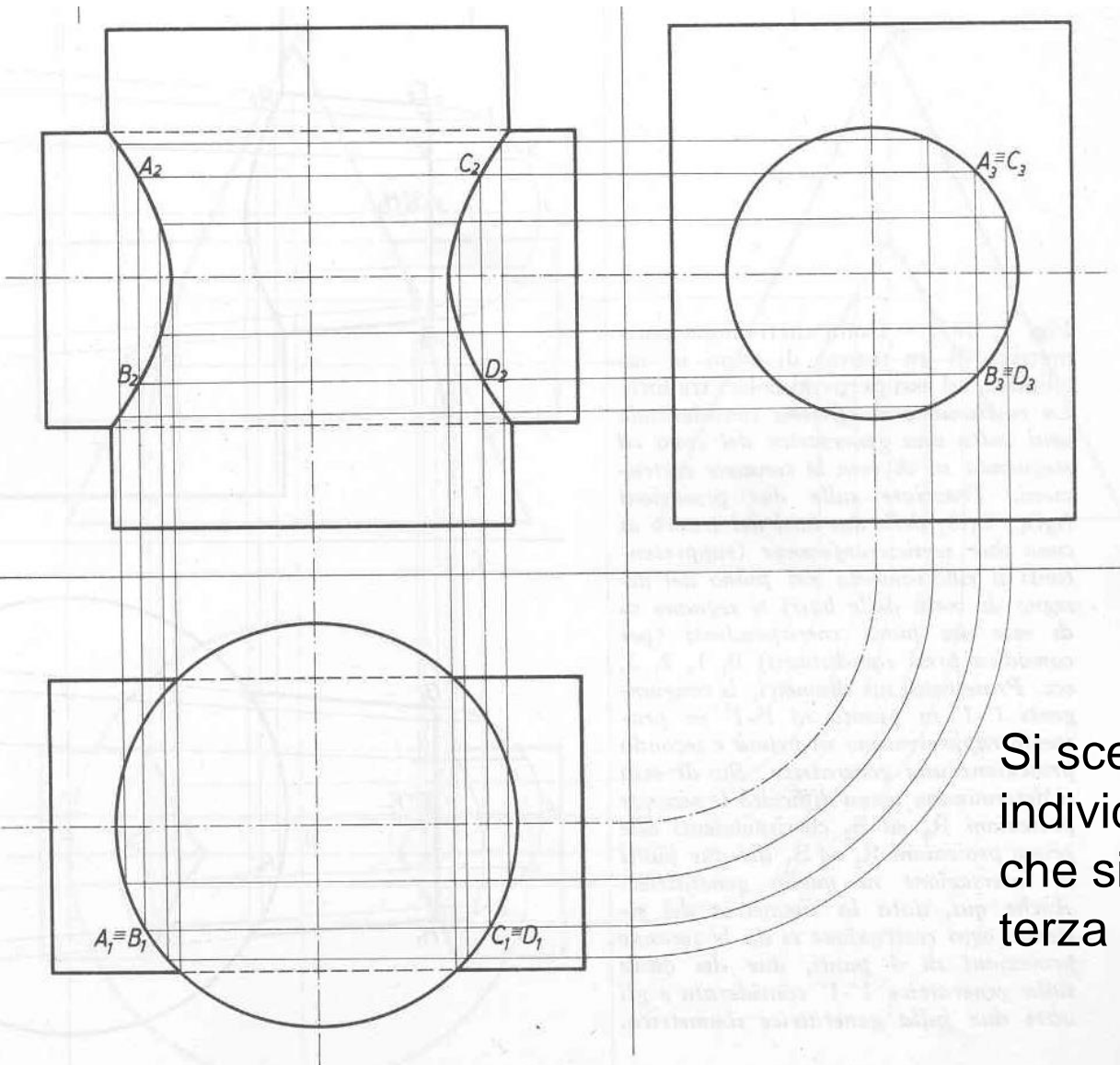
- **compenetrazione semplice** se le generatrici di una superficie intersecano l'altra ma non vale il viceversa

- **sfaldamento** quando parte di generatrici di una intersecano parte di generatrici dell'altra.



compenetrazione semplice di due cilindri

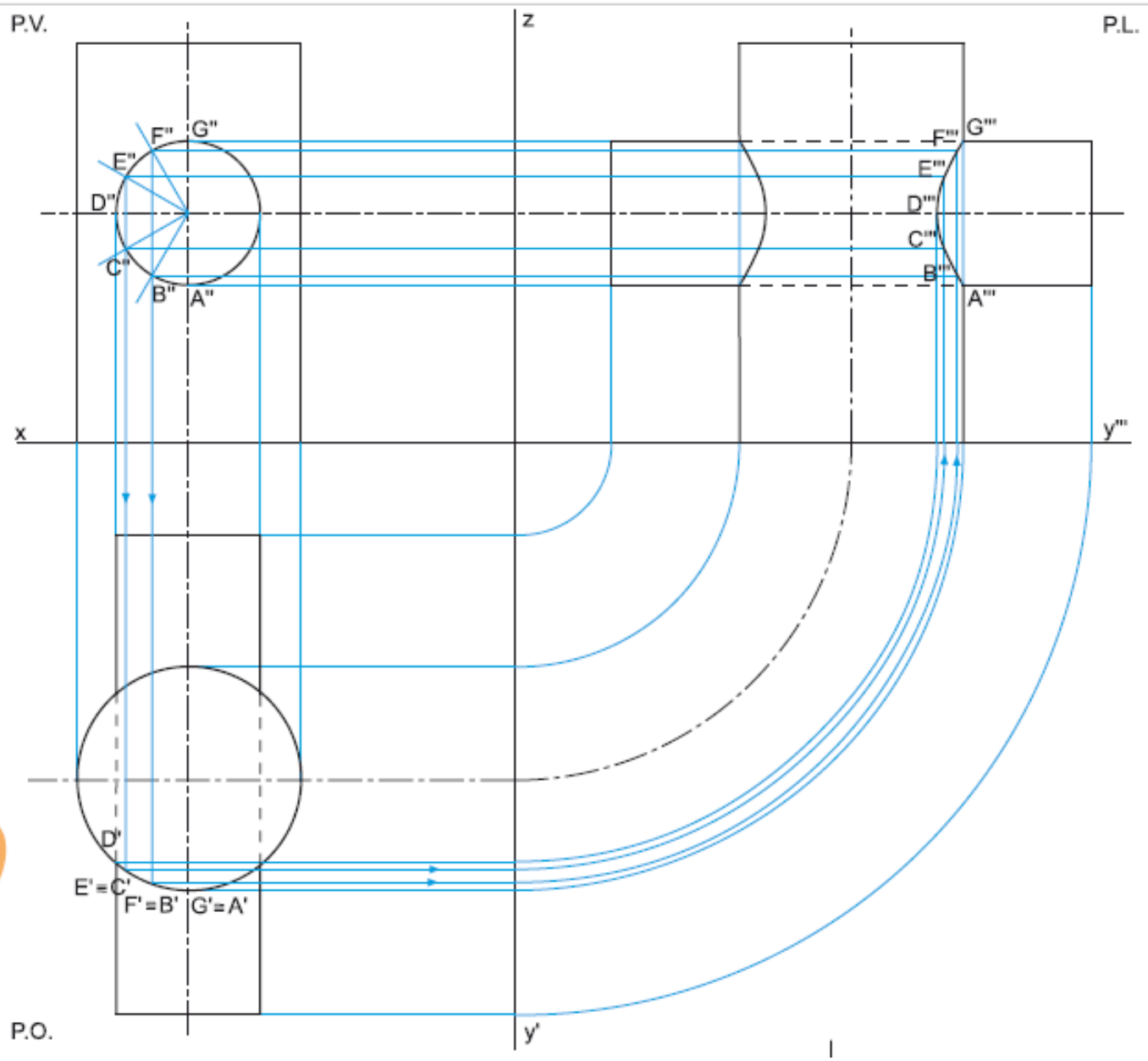
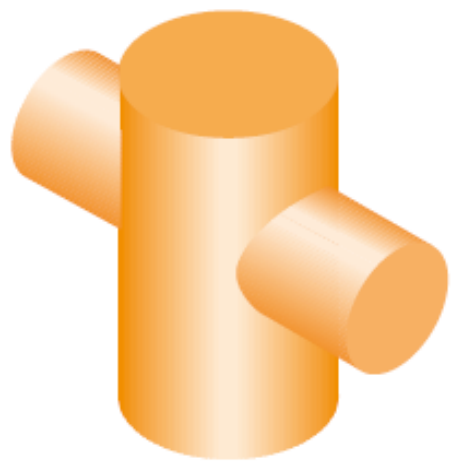
l'intersezione di due superfici del secondo ordine sarà una curva del quarto ordine



Si scelgono piani verticali che individuano coppie di generatrici che si intersecano e sfrutto la terza proiezione

**COMPENETRAZIONE
TRA DUE CILINDRI DI
DIAMETRO DIVERSO E ASSI
ORTOGONALI FRA LORO**

Utilizziamo il **metodo delle generatrici**.
Divisa la base del cilindro orizzontale in 12 parti uguali, tracciamo per i punti trovati le corrispondenti generatrici; su queste si individuano i punti la cui curva congiungente determina la linea di intersezione (**figura 3**).

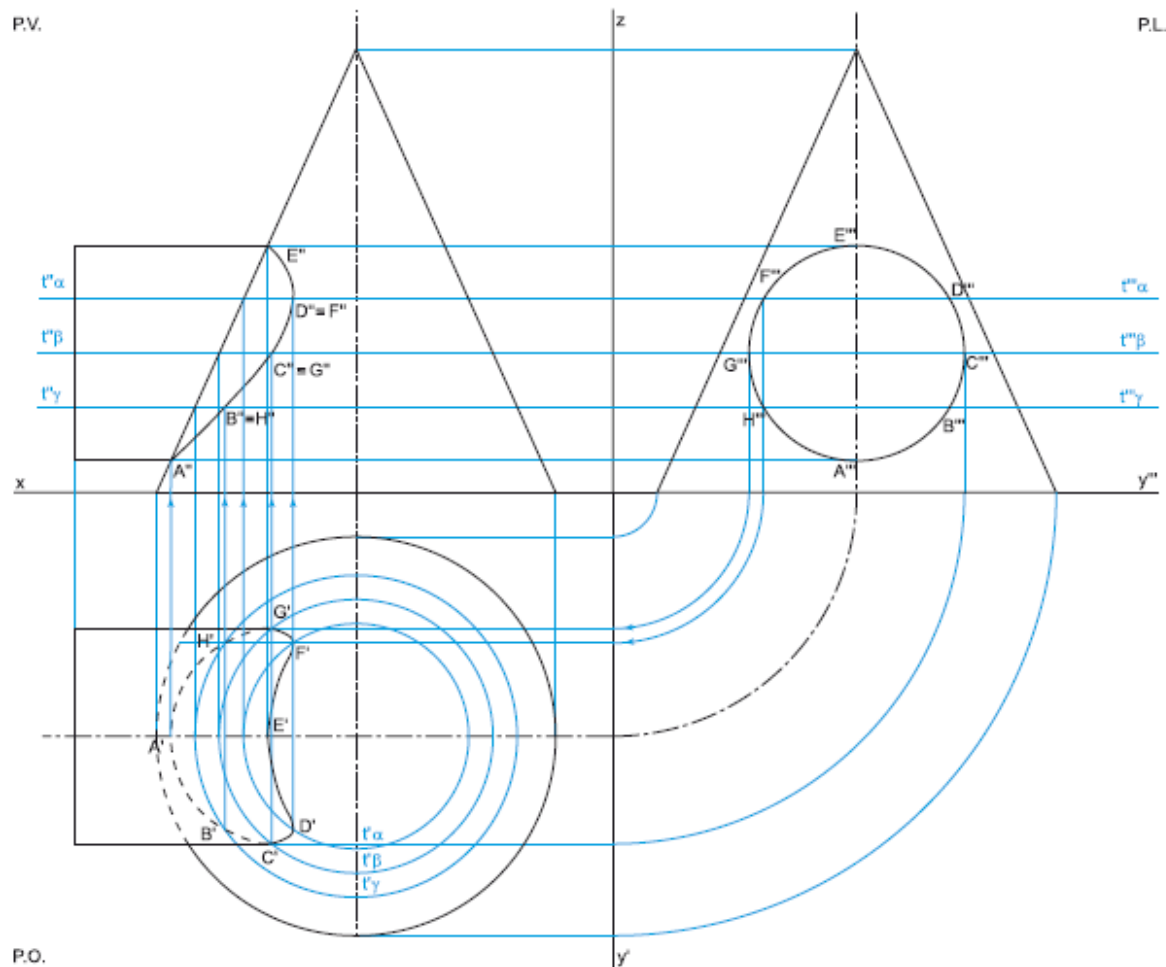
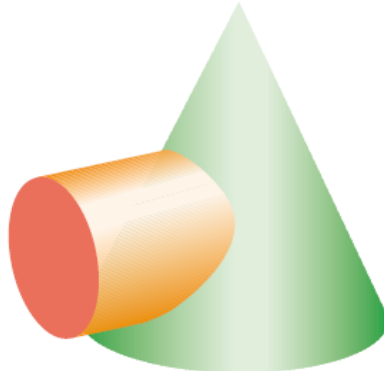


INTERSEZIONE DI UN CONO CON UN CILINDRO ORIZZONTALE

Usiamo il **metodo dei piani ausiliari secanti** perpendicolari a un asse del solido.

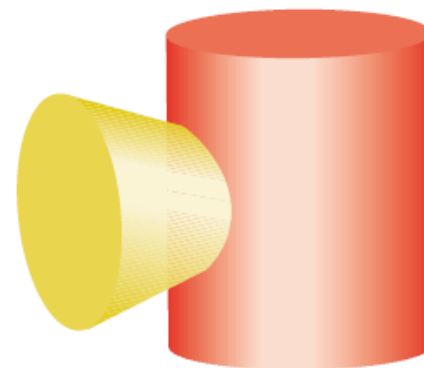
Si traccia un certo numero di piani orizzontali paralleli fra loro che, intersecando il cono, individuano una serie di circonferenze concentriche (**figura 1**).

L'incontro tra queste e la superficie del cilindro nella proiezione sul piano laterale individua i punti che, riportati in pianta e in prospettiva, consentono di tracciare le linee di intersezione.



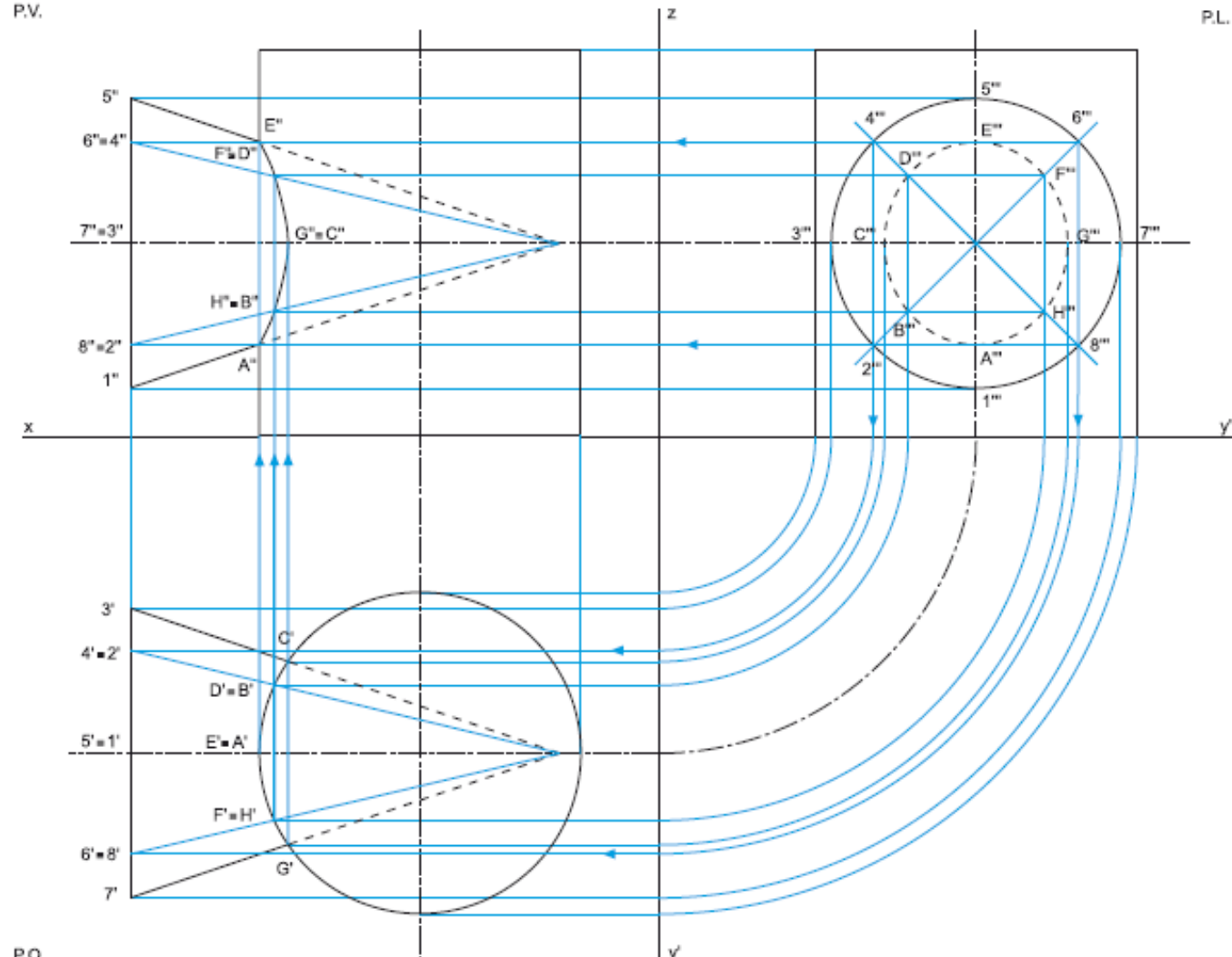
INTERSEZIONE DI UN CONO CON UN CILINDRO CON ASSI ORTOGONALI FRA LORO

Utilizziamo il **metodo delle generatrici**. Dividiamo la base del cono in otto parti uguali e tracciamo le corrispondenti generatrici; esse ci consentono di individuare, partendo dalla terza proiezione, la linea di intersezione (**figura 2**).

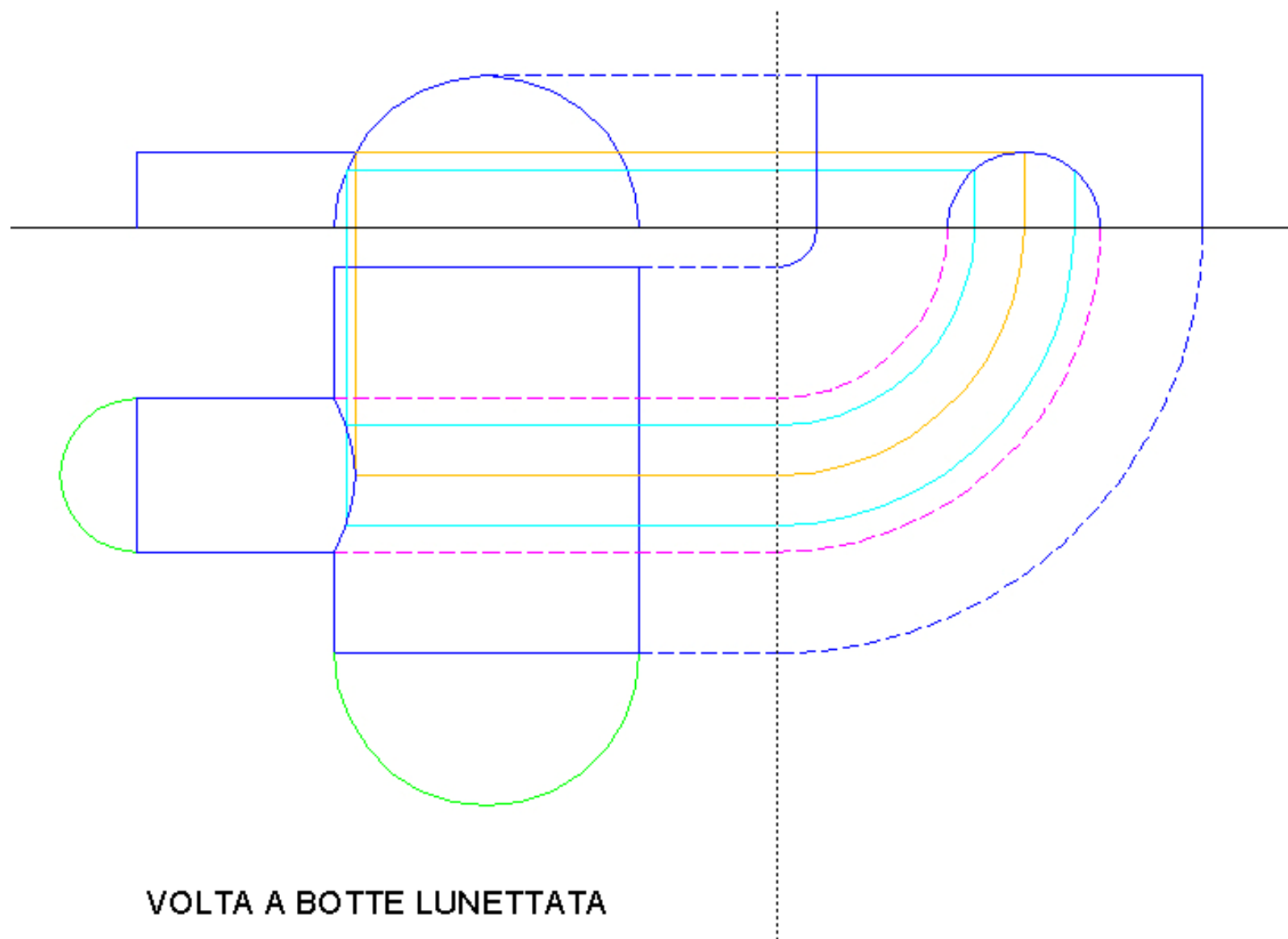


P.V.

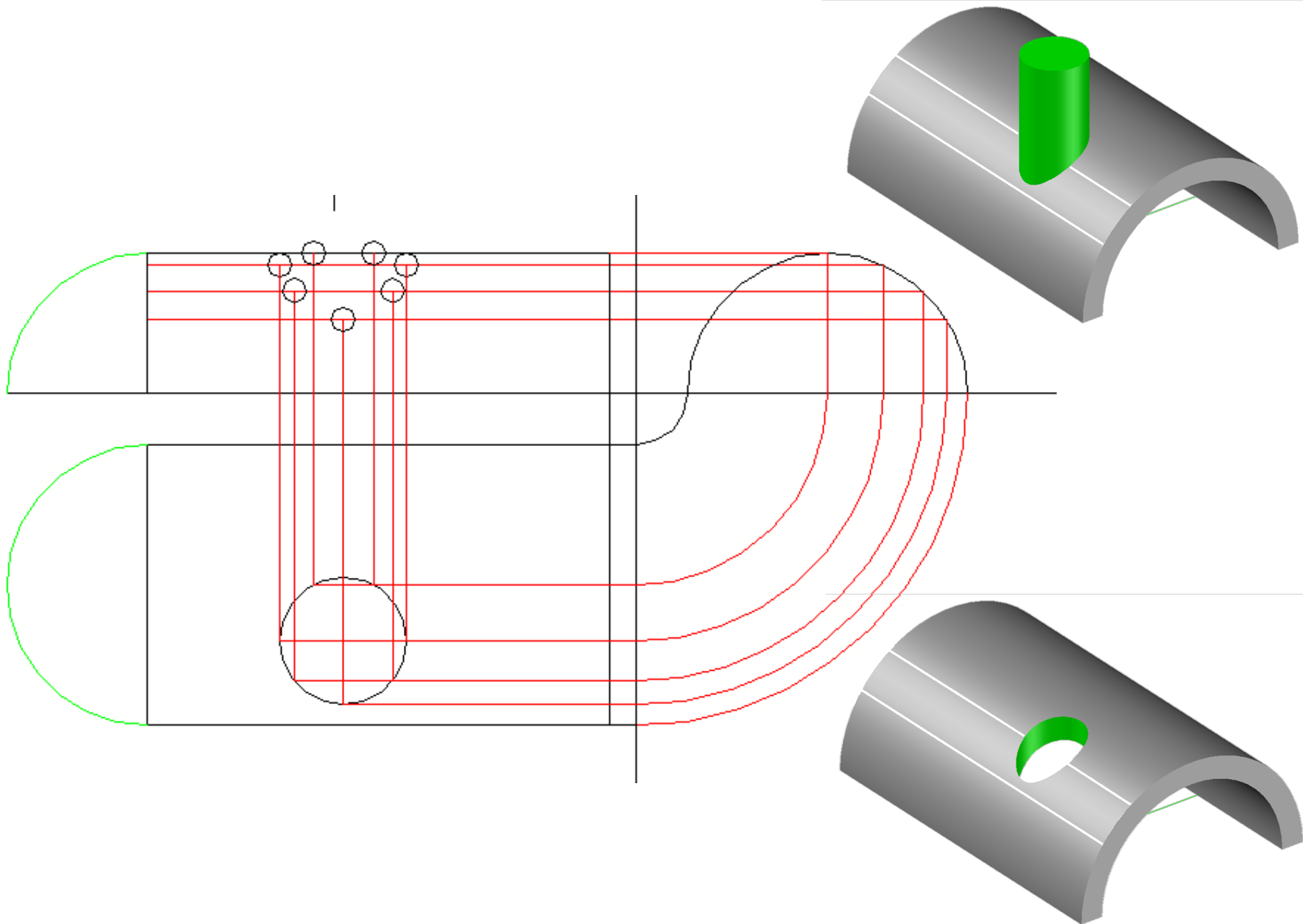
P.L.



P.O.



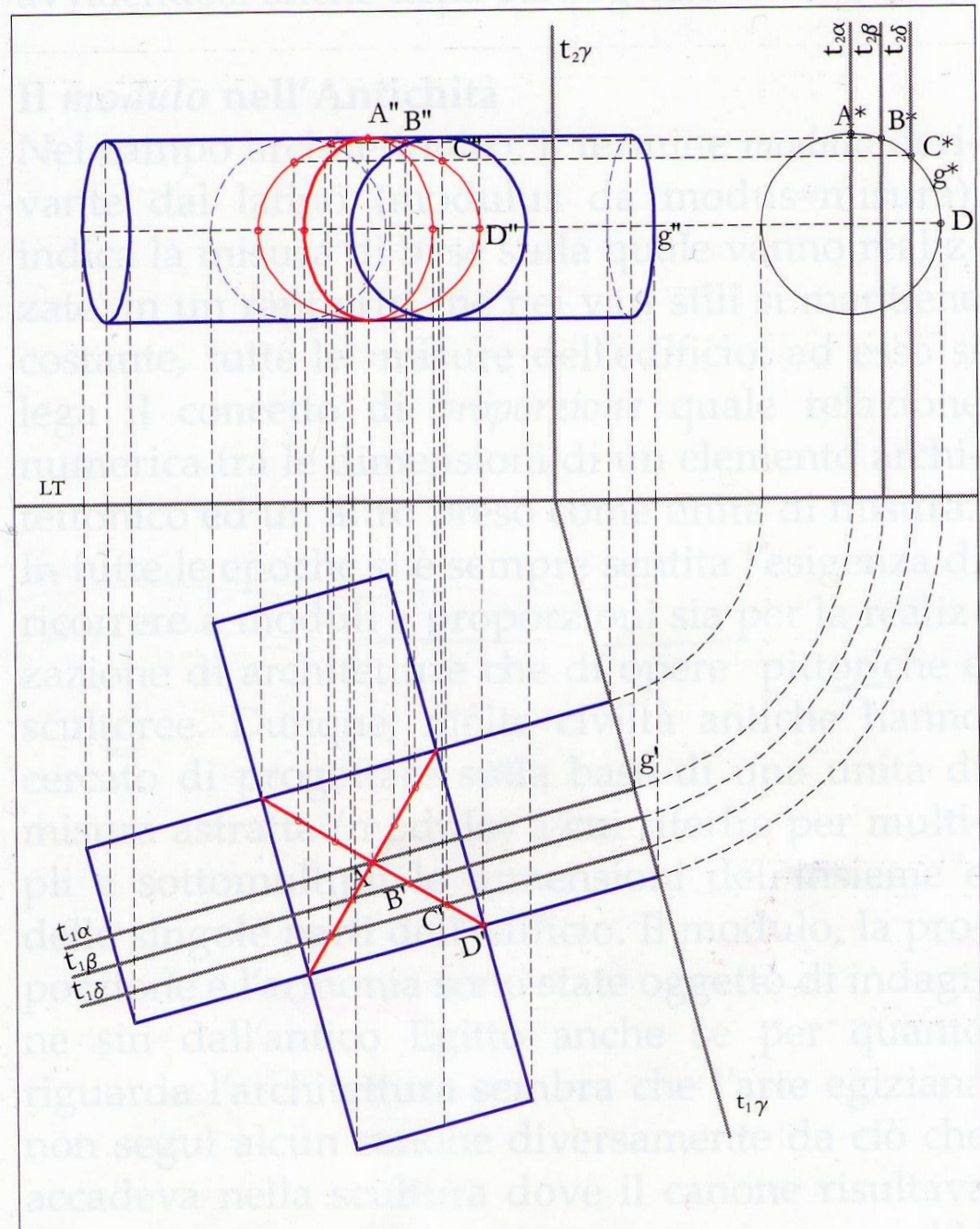
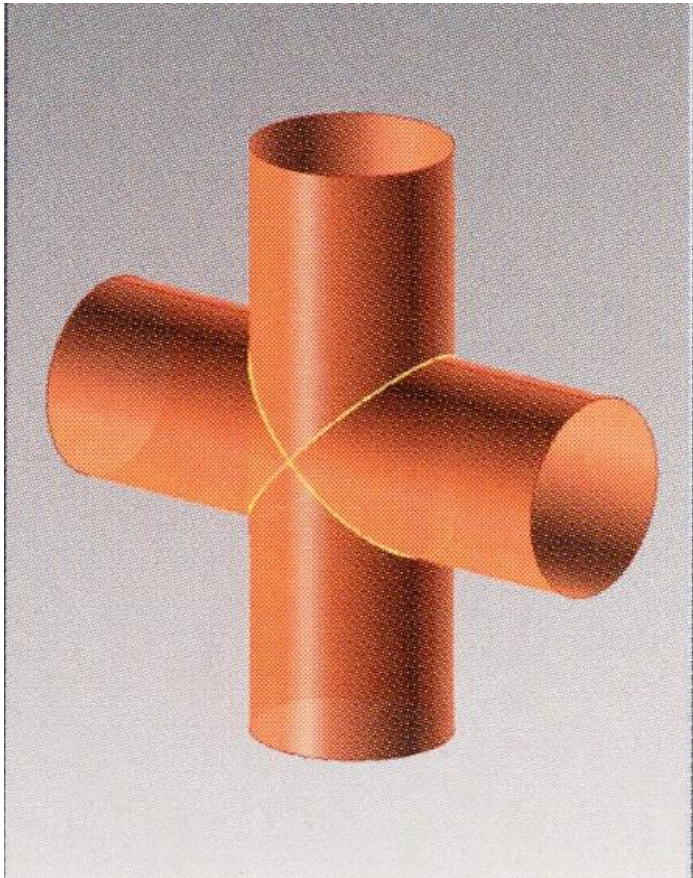
VOLTA A BOTTE LUNETTATA

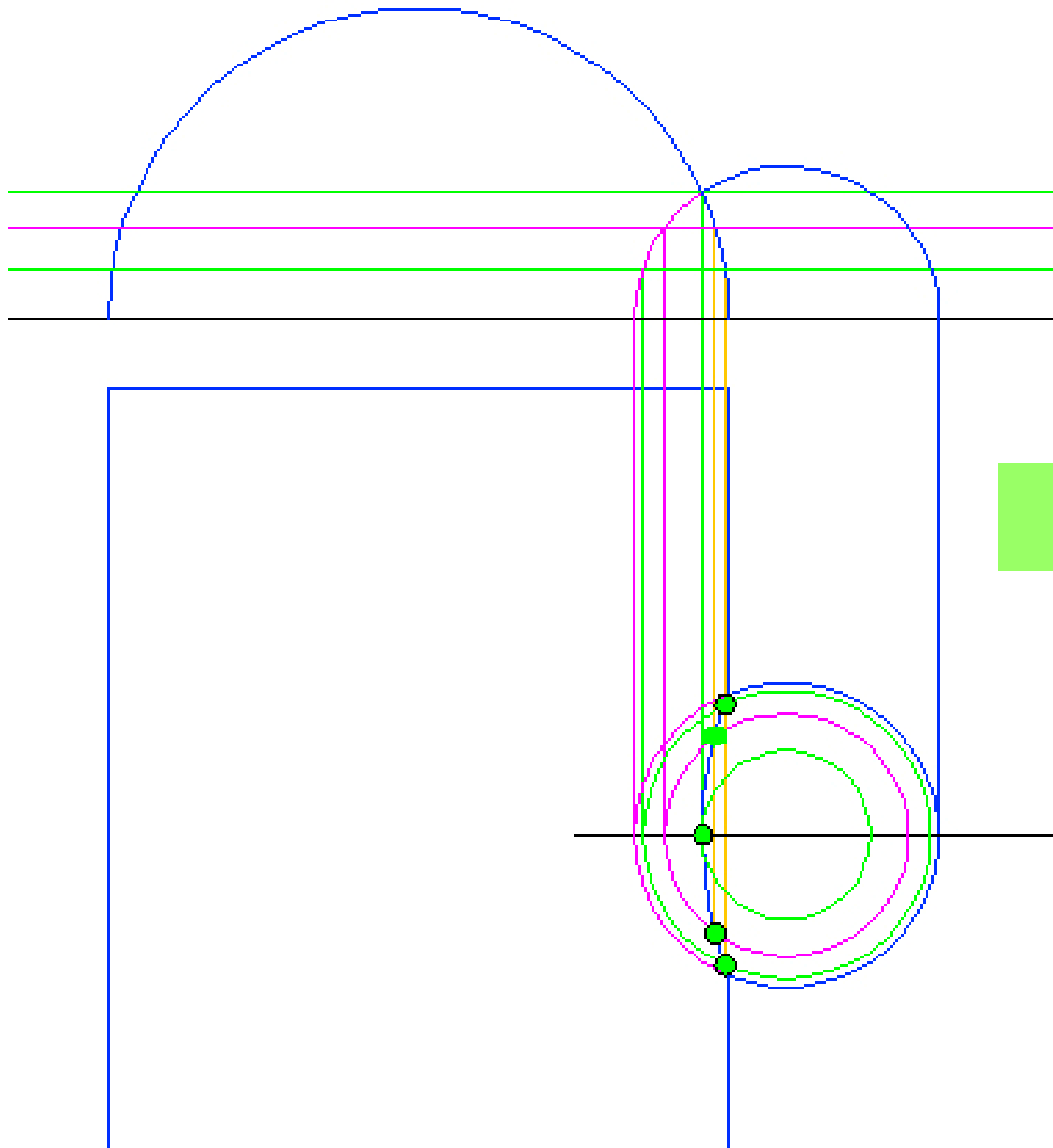


Intersezione tra due cilindri = volta a botte con foro circolare PO

compenetrazione mutua di due cilindri

La curva di intersezione è
piana ed è un'ellisse.





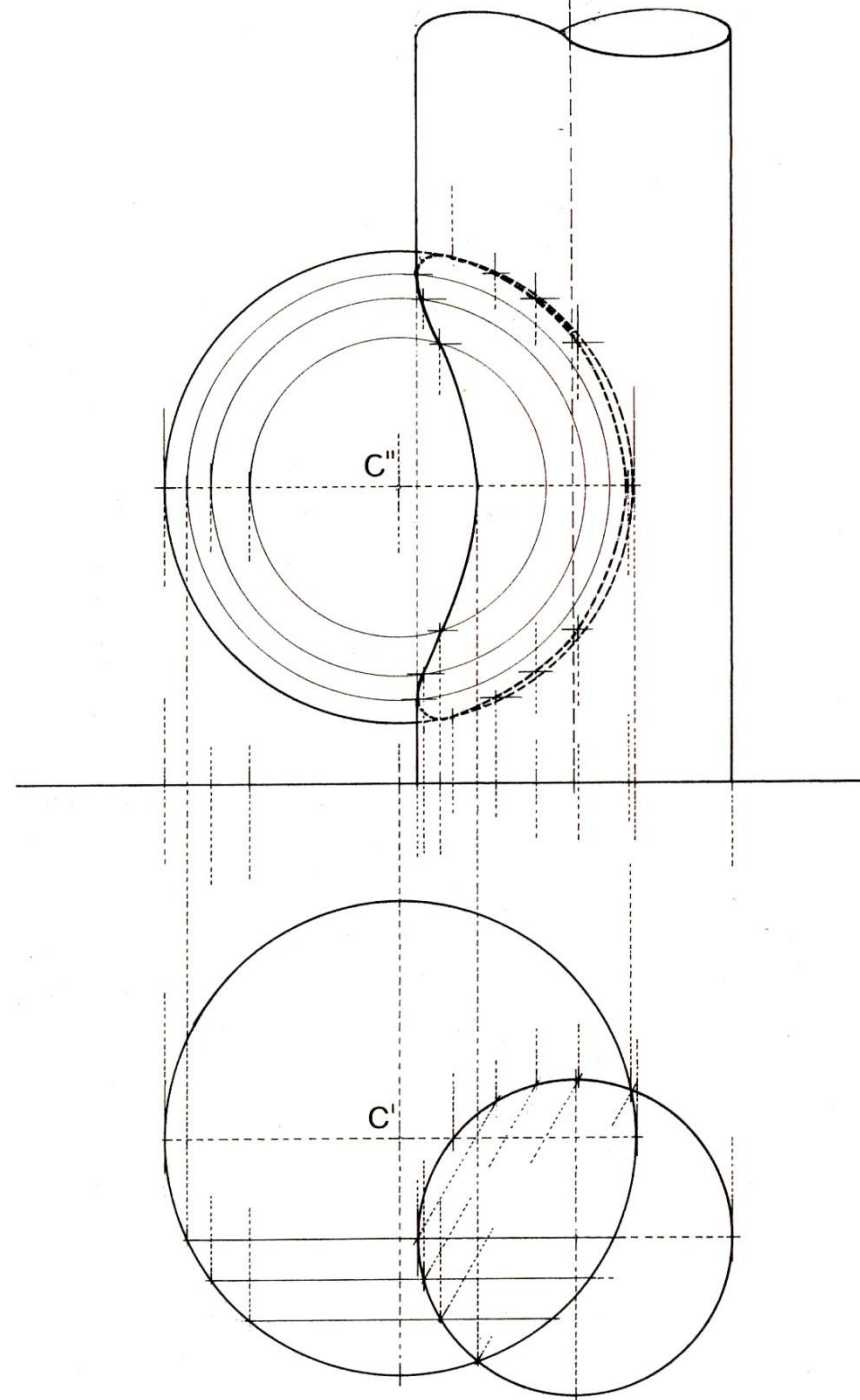
INTERSEZIONE

CILINDRO

SFERA

Intersezione tra sfera e cilindro

Si considerano piani frontali passanti per le generatrici del cilindro, le sezioni di questi piani con la sfera determinano delle circonferenze la cui intersezione (in seconda proiezione) con le corrispondenti generatrici determina il punto cercato della curva di compenetrazione.



intersezione sfera e cilindro

Se il cilindro ha diametro uguale al raggio della sfera ed è tangente ad essa internamente la curva di intersezione – detta finestra di Viviani ha un punto doppio. Per la sua costruzione è opportuno che il piano ausiliario sia perpendicolare all'asse del cilindro: il piano interseca sia la sfera sia il cilindro secondo cerchi i cui punti comuni appartengono alla curva

