Esame di Probabilità e Statistica
Anno Accademico 2015/2016, 2^a sessione, 3^o appello (12/07/2016)
Corso di laurea triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica
Dipartimento di Ingegneria e Architettura
Università degli Studi di Trieste

1) Siano X ed Y variabili aleatorie indipendenti e con legge uniforme discreta su $\{1, 2, 3\}$ e sia $\{X_n\}_{n\in\mathbf{N}}$ la catena di Markov avente come legge iniziale μ la legge di X e come matrice di transizione la matrice

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Calcolare $E\left[XY^2\right]$ e $Var[2X - 3Y]$.
b) Determinare la densità discreta della variabile aleatoria $Z = X + Y$.
c) Calcolare $E\left[Z - 3X\right]$ e $Var[3Z - 4Y]$.
d) Calcolare $P\left(X_1 > 1\right)$.

2) Siano X ed Y variabili aleatorie indipendenti e con legge esponenziale di parametro $\frac{1}{2}$.
a) Calcolare $E[3X(Y - 1)]$ e $Var\left[X - 2Y\right]$.
b) Calcolare $P\left(X^2 - 2X - 3 > 0\right)$.
c) Calcolare $P(\{X > 1\} \cup \{Y < 5\})$.

3) I seguenti dati numerici sono le realizzazioni di un campione casuale $(X_1, ..., X_6)$, estratto da una legge normale di media μ sconosciuta e varianza $\frac{1}{4}$:

$$1,3,\ 1,6,\ 1,9,\ 2,1,\ 2,2,\ 2,3.$$

a) Calcolare $P(X_1 - X_2 > 0)$.
b) Determinare le realizzazioni della media e della varianza campionarie.
c) Determinare un intervallo di confidenza bilaterale per μ al livello di confidenza del 99%.