10 + 10 + 10 = 30/30

Università di Trieste, A.A. 2014/2015 - Lauree Triennali in Ingegneria

Fisica Generale 1, Terzo Appello Sessione Estiva - 14.07.2015

Cognome COGNOME **Nome** NOME

Istruzioni per gli esercizi:
*Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale**: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate**.*

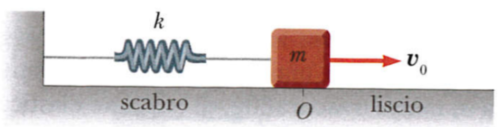


Fig. 1

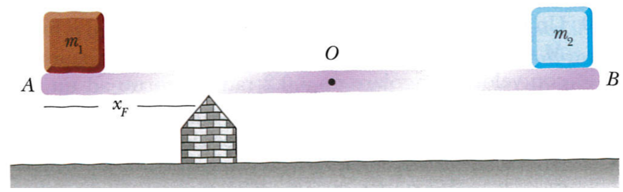


Fig. 2

1. Un corpo di massa m = 0.50 kg è agganciato ad un supporto fisso da una molla di costante elastica k = 2.0 N/m. Il sistema è in quiete su un piano orizzontale, con il corpo nella posizione O, in cui la molla è a riposo. Il piano è liscio, cioè privo di attrito, a destra del punto O. Per mezzo di un opportuno impulso, in questa posizione viene impressa al corpo una velocità iniziale v_0 = 0.16 m/s verso destra, come indicato in figura 1. Introducendo un sistema di riferimento con origine in O e coordinate x crescenti verso destra, calcolare:

a. l'allungamento x_1 della molla, corrispondente alla posizione a destra di O in cui si annulla la velocità istantanea del corpo.

3 $$x_1 = \sqrt{\frac{m}{k}}\, v_0 = 8{,}0 \text{ cm}$$

Successivamente il corpo ripassa per O muovendosi verso sinistra; la sua velocità istantanea si annulla a sinistra di O, ad una coordinata x_2 = - 5.0 cm. Sapendo che a sinistra di O il piano è scabro, cioè ha attrito non trascurabile:

b. disegnare i diagrammi delle forze applicate al corpo, quando si muove prima a destra di O con velocità positiva e poi sinistra di O con velocità negativa.

a destra ($v \rightarrow$) ; a sinistra ($v \leftarrow$)

3

dove: $m\vec{g}$ forza peso
$\vec{F}_N$ forza di contatto normale
$\vec{F}_{el}$ forza di richiamo elastica
$\vec{F}_k$ forza di attrito dinamico

c. Calcolare il valore del coefficiente di attrito dinamico tra il piano ed il corpo, quando esso si trova a sinistra di O.

4
$$\mu_k = \frac{\frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}mv_0^2}{mg\,x_2} = \frac{\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}kx_2^2}{mg\,|x_2|} = \frac{1}{2g}\left(\frac{v_0^2}{|x_2|} - \frac{k}{m}|x_2|\right) = 0{,}016$$

$$= \frac{k}{2}\,\frac{x_2^2 - x_1^2}{mg\,x_2} = 0{,}016$$

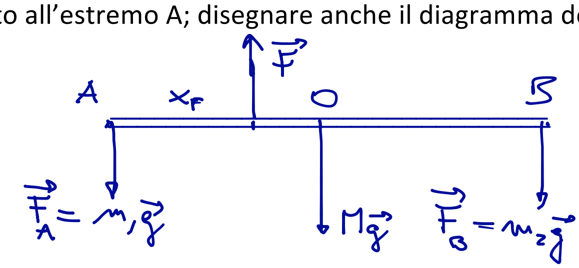
diverse espressioni equivalenti

2. Un'asta omogenea di lunghezza L e massa M, su cui poggiano alle estremità A e B due corpi di massa m_1 e m_2, è in equilibrio statico su un fulcro, cioè un punto d'appoggio, a distanza x_F dall'estremo A, come indicato in Figura 2. Calcolare, in funzione delle grandezze (L, M, m_1, m_2) supposte note:

a. la posizione x_F del fulcro, rispetto all'estremo A; disegnare anche il diagramma delle forze *applicate all'asta;*

4

$$x_F = \frac{M/2 + m_2}{M + m_1 + m_2} L$$



$M\vec{g}$ forza peso

$\vec{F}_A = m_1\vec{g}$ forze di contatto in A

$\vec{F}_B = m_2\vec{g}$ " " " B

$\vec{F}$ forza di contatto, del fulcro

b. la posizione x_{CM} del centro di massa del sistema formato dall'asta e dai due corpi, sempre calcolata a partire dall'estremo A;

3

$$x_{CM} = x_F$$

c. il modulo F della forza che il fulcro esercita sull'asta nel punto di contatto.

3

$$F = (M + m_1 + m_2) g$$

3. Una macchina termica reversibile utilizza due sorgenti alle temperature T_F = 300 K e T_C = 600 K ed assorbe il calore Q_C = 2.0 kJ producendo il lavoro W.

a) Calcolare il lavoro W prodotto dalla macchina reversibile.

3

$$W = \left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right) \cdot Q_c = 1{,}0 \text{ kJ}$$

Una seconda macchina, irreversibile, utilizza le stesse sorgenti e produce un lavoro W' = W, con rendimento η' = 0.30.

b) Calcolare le quantità di calore Q_F e Q_F' cedute alla sorgente fredda rispettivamente dalla macchina reversibile (Q_F) e da quella irreversibile (Q_F').

3

$$Q_F = W - Q_c = -1{,}0 \text{ kJ} \ (<0, \text{ceduto})$$

$$Q_F' = W\left(1 - \frac{1}{\eta'}\right) = -2{,}3 \text{ kJ} \ (<0, \text{ceduto})$$

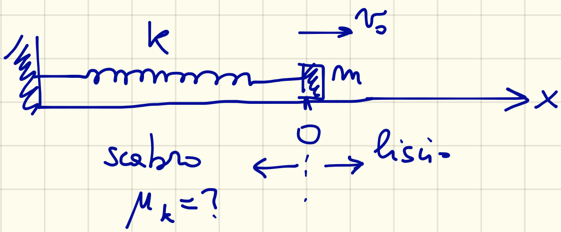
c) Calcolare le variazioni di entropia *dell'universo* ΔS per un ciclo della macchina reversibile e $\Delta S'$ per un ciclo della macchina irreversibile.

4

$$\Delta S = \underbrace{\cancel{\Delta S_m}}_{0} + \Delta S_c + \Delta S_F = -\frac{|Q_c|}{T_c} + \frac{|Q_F|}{T_F} = 0 \text{ J/K} \quad \text{reversibile}$$

$$\Delta S' = \cancel{\Delta S_m'} + \Delta S_c' + \Delta S_F' = -\frac{|Q_c'|}{T_c} + \frac{|Q_F'|}{T_F} = \frac{W}{\eta'}\left(\frac{\eta' - 1}{T_F} - \frac{1}{T_c}\right) = 2{,}2 \frac{J}{K} > 0$$

PROBLEMA 1 – Soluzione



dati:

$m = 0{,}50\ kg$

$k = 2{,}0\ N/m$

$v_0 = 0{,}16\ m/s$

a) allungamento x_1 massimo della molla, nella posizione con velocità istantanea $v_1 = 0$

senza attrito $\Rightarrow$ conservazione en. meccanica

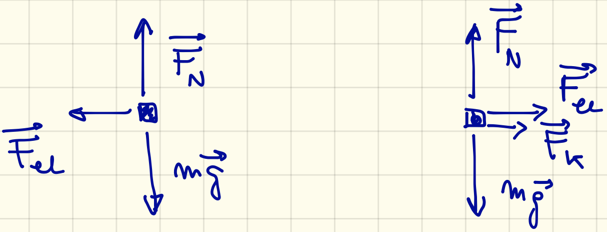
$$\cancel{U_0}_{0} + K_0 = U_1 + \cancel{K_1}^{0}$$

$$\cancel{\frac{1}{2}} m v_0^2 = \cancel{\frac{1}{2}} k x_1^2$$

$$x_1 = \sqrt{\frac{m}{k}}\, v_0 = 0{,}080\ m = 8{,}0\ cm$$

b) diagrammi delle forze applicate al corpo

a destra di O ($v \rightarrow$); a sinistra di O ($v \leftarrow$)



$$|\vec{F}_k| = \mu_k |\vec{F}_N| = \mu_k m g$$

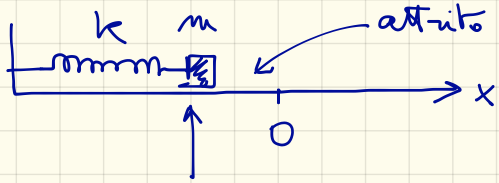
$m\vec{g}$ gravità

$\vec{F}_N$ forza normale di contatto

$\vec{F}_{el}$ forza elastica di richiamo (molla)

$\vec{F}_k$ attrito dinamico

c)



$x_2 = -4{,}0\ \text{cm}$

$v_2 = 0$

in presenza d'attrito, l'energia meccanica <u>non</u> si conserva, a causa del lavoro negativo $W^{nc} < 0$

Teor. en. cin. $\quad \Delta K = W^{tot} = W^{cons} + W^{nc}$

$$\underset{K_2 - K_0}{\overset{\parallel}{\Delta K}} = W^{tot} = \underset{-\Delta U = -(U_2 - U_0)}{\overset{\parallel}{W^{cons}}} + W^{nc}$$

$\Longrightarrow$ considerando $E_0 = K_0 + U_0$ iniziale in O : $x_0 = 0$

e $U_2 = K_2 + U_2$ finale in x_2

si ha : $$\overbrace{\underset{0}{\cancel{U_0}} + K_0}^{E_0} + W^{nc} = \overbrace{U_2 + \underset{0}{\cancel{K_2}}}^{E_2}$$

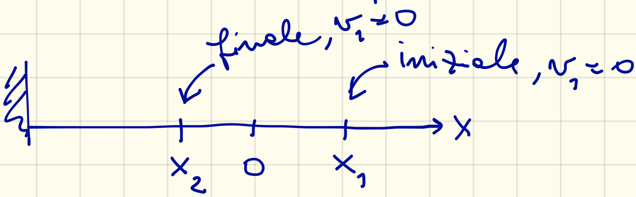
$$\frac{1}{2} m v_0^2 + \underbrace{\mu_k m g \left(x_2 - \overset{0}{\cancel{x_0}}\right)}_{<0} = \frac{1}{2} k x_2^2$$

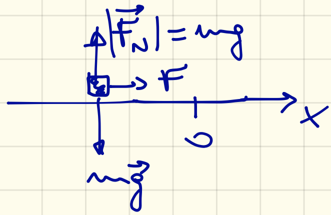
da cui ricavo μ_k :

$$\mu_k = \frac{\frac{1}{2} k x_2^2 - \frac{1}{2} m v_0^2}{m g x_2} \underset{x_2 = -|x_2|}{=} \frac{\frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2} k x_2^2}{m g |x_2|}$$

$$= \frac{1}{2g}\left(\frac{v_0^2}{|x_2|} - \frac{k|x_2|}{m}\right) = 0{,}016$$

oppure, soluzione equivalente ma con calcolo numerico + rapido :





$$K_2 = 0 \qquad K_1 = 0$$

$$E_2 = U_2 = \frac{1}{2}kx_2^2 \qquad E_1 = U_1 = \frac{1}{2}kx_1^2$$

$$E_1 + W^{nc} = E_2 \implies \frac{1}{2}kx_1^2 + \underbrace{\mu_k mg x_2}_{<0} = \frac{1}{2}kx_2^2$$

$$W^{nc} = \mu_k mg(x_2 - 0) < 0$$

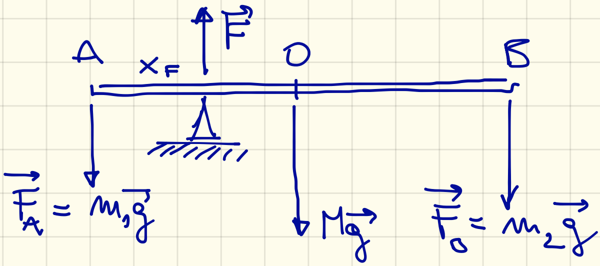
da cui si ricava :

$$\mu_k = \frac{k}{2}\,\frac{x_2^2 - x_1^2}{mg\,x_2} = 0{,}016$$

NB lavoro della forza d'attrito costante, solo tra $x=0$ e x_2 :

$$W^{nc} = \underset{\text{positivo}}{F_k}\,(\underset{\substack{\text{finale}\\<0}}{x_2} - \underset{\text{iniziale}}{0}) = \mu_k \underbrace{mg}_{F_N} x_2 = -\mu_k mg|x_2| < 0$$

PROBLEMA 2 - soluzione



forze applicate all'asta

$M\vec g$ forza peso

$\vec F_A = m_1 \vec g$ contatto in A

$\vec F_0 = m_2 \vec g$ contatto in B

$\vec F$ reazione vincolare applicata dal fulcro

NB anche $\vec F$ deve essere verticale, per poter avere risultante nulla (equilibrio statico)

a) $x_F = ?$ scegliamo come polo A : momento risultante delle forze applicate nullo (equilibrio)

$$\sum \vec \tau_A = 0$$

utilizzando i moduli $F = |\vec F|$, etc.

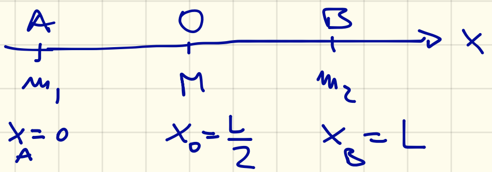
$$\iff x_F \cdot F - \frac{L}{2} Mg - L m_2 g = 0 \implies x_F = \frac{M/2 + m_2}{F} Lg$$

$$\sum \vec F^{(est)} = 0 \iff F - m_1 g - Mg - m_2 g = 0$$

$$F = (M + m_1 + m_2) g \qquad (c)$$

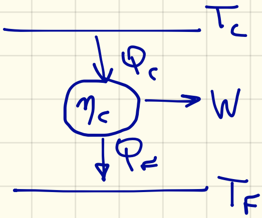
sostituendo si trova $\implies x_F = \dfrac{M/2 + m_2}{M + m_1 + m_2} L \qquad (a)$

b) centro di massa del sistema asta + 2 corpi, riferito ad A



$$x_{cm} = \frac{m_1 \cdot 0 + M \cdot \frac{L}{2} + m_2 \cdot L}{m_1 + M + m_2} = \frac{M/2 + m}{M + m_1 + m_2} L = x_F$$

PROBLEMA 3 - soluzione



$T_c = 600\,K$ $\qquad Q_c = 2{,}0\,kJ$

$T_F = 300\,K$

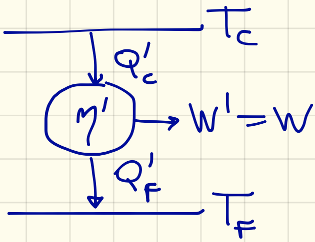
macchina termica reversibile

a) $W = ?$ macchina termica reversibile

per il teor. di Carnot $\eta = \eta_c = 1 - \frac{T_F}{T_c} = 0{,}50$

$$W = \eta_c Q_c = \left(1 - \frac{T_F}{T_c}\right) Q_c = \left(1 - \frac{300}{600}\right) \times 2{,}0\,kJ = 1{,}0\,kJ$$

b)



macchina irreversibile

$W' = W$

$\eta' = 0{,}30$

per il I principio, su un ciclo: $\Delta U = Q - W = 0$

b1) macchina reversibile:

$$Q_c + Q_F - W = 0 \longrightarrow Q_F = -Q_c + W = -1{,}0\,kJ$$

(<0, calore ceduto)

b2) macchina irreversibile

$$\eta' = \frac{W' = W}{Q'_c} \Longrightarrow Q'_c = \frac{W}{\eta'}$$

$$Q'_c + Q'_F - W' = 0 \Longrightarrow Q'_F = -Q'_c + \overset{=W}{W'} = -\frac{W}{\eta'} + W = W\left(1 - \frac{1}{\eta'}\right) = -2{,}3\,kJ$$

c) variazione dell'entropia dell'universo su un ciclo:

macchina rev. $\Delta S = \cancel{\Delta S_m} + \Delta S_c + \Delta S_F = 0$

le macchine ritornano allo stato iniziale $\to 0$

$$= -\frac{|Q_c|}{T_c} + \frac{|Q_F|}{T_F} = 0$$

macchina irreversibile

$$\Delta S' = \cancel{\Delta S'_m}^{\,0} + \Delta S'_c + \Delta S'_F =$$

$$= -\frac{|Q'_c|}{T_c} + \frac{|Q'_F|}{T_F}$$

in ogni caso, per la variazione dell'entropia delle sorgenti utilizzo trasformazioni reversibili (cessione o assorbimento di calore alla temperatura della sorgente) e il segno appropriato per calore ceduto o acquistato dalle sorgenti.

$$\left.\begin{aligned} |Q'_c| &= \frac{W}{\eta'} \\ |Q'_F| &= W\,\frac{1-\eta'}{\eta'} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta S' = -\frac{W}{\eta'}\cdot\frac{1}{T_c} + W\left(\frac{1-\eta'}{\eta'}\right)\frac{1}{T_F}$$

$$= \frac{W}{\eta'}\left(\frac{1-\eta'}{T_F} - \frac{1}{T_c}\right) = 2{,}2\ J/K$$

> 0