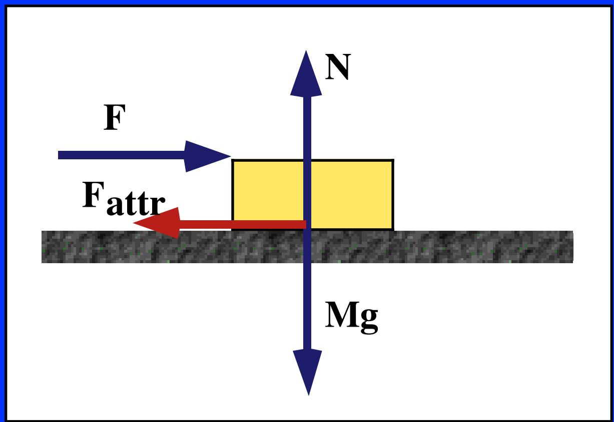
# Lezione 5 - Modello matematico dell'attrito

- Il modello matematico con cui rappresentiamo quantitativamente l'intensità della forza di attrito è




$$F_S = \mu_S N$$ attrito statico

$$F_D = \mu_D N$$ attrito dinamico

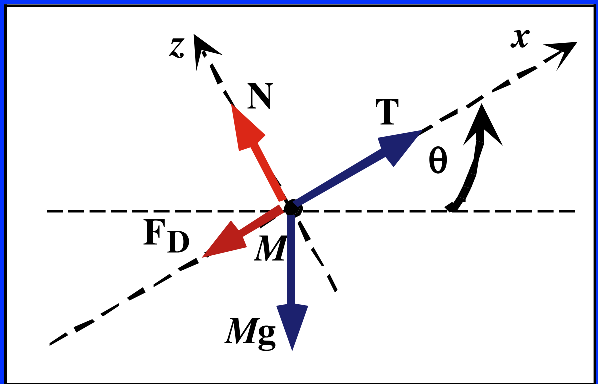
I simboli $\mu_S$ e $\mu_D$ indicano, rispettivamente, i coefficienti di attrito statico e dinamico

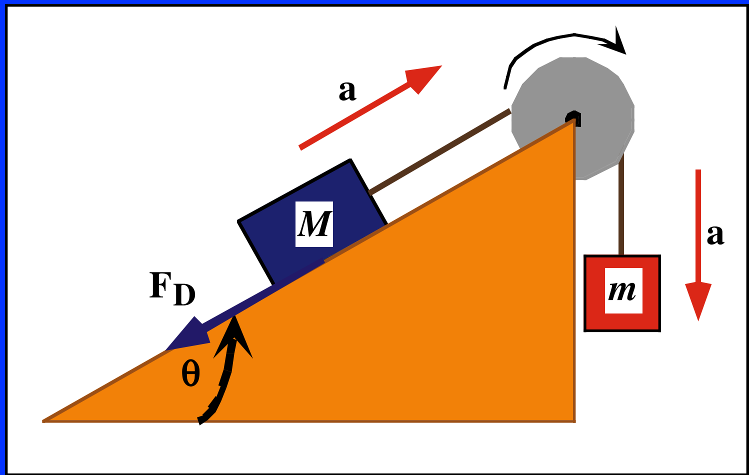
$\mu_S$ e $\mu_D$ sono adimensionali, minori di 1 e dipendono dalle superfici a contatto

Per una data coppia di superfici $\mu_S > \mu_D$

# Esempio di applicazione

- Possiamo adesso rendere più realistico l'esempio del piano inclinato introducendo l'attrito tra piano e corpo *M* e supponendo che il sistema sia in movimento




corpo *m*

$$\boxed{T - mg = -ma}$$

corpo *M*

$$\boxed{F_D = \mu_D N = \mu_D Mg\cos\theta}$$

$$T - Mg\sin\theta - F_D = Ma$$

$$T - Mg\sin\theta - \mu_D Mg\cos\theta = Ma$$

$$\boxed{a = \frac{m - M\left(\sin\theta + \mu_D\cos\theta\right)}{m+M}g}$$

$$\boxed{T = \frac{mM}{m+M}g\left(1 + \sin\theta + \mu_D\cos\theta\right)}$$

piano inclinato

# Energia cinetica e lavoro

- L'**energia** è una grandezza scalare associata allo "stato" in cui si trova un certo corpo
- Ci sono varie forma di energia
  - cinetica
  - potenziale
  - calore ...
- L'energia *associata allo stato di moto di un corpo* si chiama **energia cinetica**:

$$\boxed{K = \frac{1}{2} m v^2}$$

# Energia cinetica

$$\boxed{K = \frac{1}{2}mv^2}$$

- Notare:

  i) $K = 0$ quando il corpo è a riposo (cioè $v = 0$)

  ii) $K > 0$ sempre

- Le *unità di misura* dell'energia (cinetica o di altro tipo) sono date da

$$\boxed{[\text{Energia}] \equiv \frac{[\text{massa}][\text{lunghezza}]^2}{[\text{tempo}]^2} = 1\frac{[\text{kg}][\text{m}]^2}{[\text{s}]^2} = 1\ \text{J} = 1\ \text{Joule}}$$

# Trasferimenti di energia

- In generale l'energia di un corpo può variare solo se avviene un trasferimento di energia dall'ambiente circostante al corpo stesso:

Trasferimento di energia ⟵

- Intervento di una forza
- Scambio di calore

Trasferimento di energia causato da una forza ⟷ Compimento di un **LAVORO**

# Lavoro

Definizione di ***lavoro***:

" Il lavoro è l'*energia trasferita* ad un corpo o da un corpo per mezzo di una forza che agisce sul corpo stesso. Se il lavoro L è > 0 allora l'energia viene ceduta al corpo (l'energia posseduta dal corpo aumenta); se invece L < 0 allora l'energia è ceduta dal corpo (l'energia posseduta dal corpo diminuisce)."

Le unità di misura del lavoro sono i *Joule*

Il lavoro è una *grandezza scalare*

# Teorema dell'energia cinetica

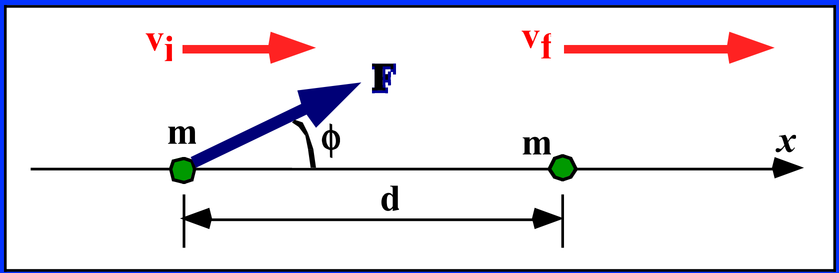
- C'è una relazione fondamentale tra lavoro ed energia cinetica detta ***teorema dell'energia cinetica***

$$\boxed{\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = L}$$

  - $\Delta K$ è la variazione di energia cinetica di un corpo in seguito al passaggio da uno stato iniziale "*i*" ad uno stato finale "*f*":
  - $L$ è il lavoro totale compiuto da tutte le forze agenti sul corpo durante il passaggio da $i$ ad $f$
  - il teorema vale sempre in assenza di trasferimenti di calore o di variazioni "interne" di energia del corpo in esame

# Forze e lavoro

- Supponiamo di avere un corpo di massa *m* che si sposta di una distanza *d* sotto l'azione di una forza costante **F**. Corrispondentemente la sua velocità passerà da $\mathbf{v_i}$ a $\mathbf{v_f}$:




$$v_f^2 - v_i^2 = 2a_x d$$

$$ma_x = F_x = |\vec{\mathbf{F}}|\cos\phi$$

$$mv_f^2 - mv_i^2 = 2ma_x d = 2F_x d = 2d|\vec{\mathbf{F}}|\cos\phi$$

$$K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = L = d|\vec{\mathbf{F}}|\cos\phi = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{d}}$$



Monday, January 11, 2010

# Definizione di lavoro

- In generale, la forza può essere variabile ed il percorso può essere qualsiasi, e quindi il lavoro è definito con un integrale:

$$\boxed{L = \int_{percorso} \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}}$$

- E' importante notare che è essenziale la direzione relativa tra forza e spostamento: per esempio se forza e spostamento sono ortogonali allora $L = 0$

# Lavoro eseguito da più forze

- Supponiamo che più forze agiscano su di un corpo
- La forza risultante è

$$\vec{\mathbf{F}}_{ris} = \vec{\mathbf{F}}_1 + \vec{\mathbf{F}}_2 + \vec{\mathbf{F}}_3 + \ldots + \vec{\mathbf{F}}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{\mathbf{F}}_i$$

e quindi:

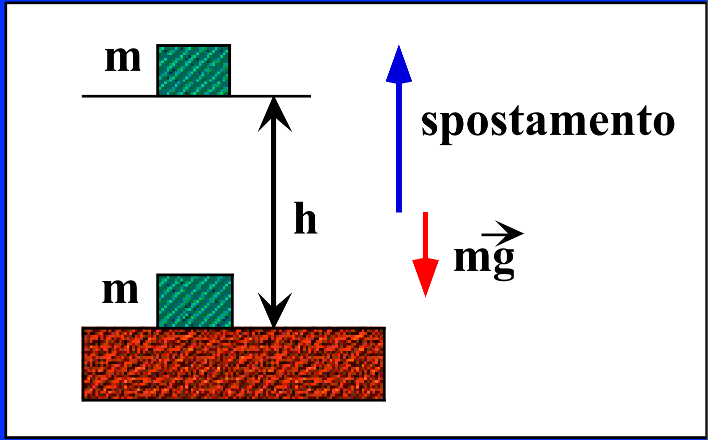
$$L = \int_{percorso} \vec{\mathbf{F}}_{ris} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \int_{percorso} \left( \sum_{i=1}^{N} \vec{\mathbf{F}}_i \right) \cdot d\vec{\mathbf{s}} =$$

$$= \int_{percorso} \left( \vec{\mathbf{F}}_1 \cdot d\vec{\mathbf{s}} + \vec{\mathbf{F}}_2 \cdot d\vec{\mathbf{s}} + \ldots + \vec{\mathbf{F}}_N \cdot d\vec{\mathbf{s}} \right) = L_1 + L_2 + \ldots + L_N$$

**Il lavoro totale è la somma dei lavori fatti dalle singole forze**

# Lavoro della forza peso I

- Prendiamo un oggetto di massa *m* e solleviamolo di un tratto *h*. Quanto lavoro compie la forza peso?

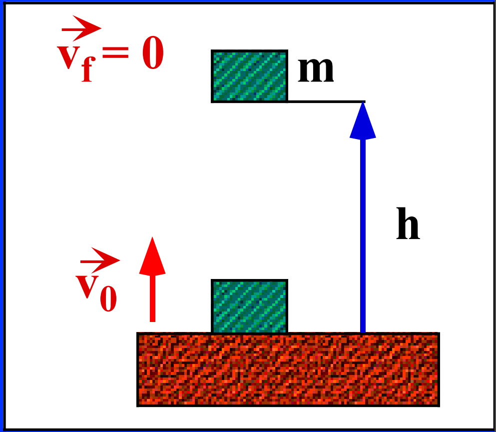



$$L = \int_{percorso} \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \int_0^h m\vec{\mathbf{g}} \cdot d\vec{\mathbf{h}} = \int_0^h (-mg)dh = -mgh < 0$$

- $L < 0$ vuol dire che la forza peso *sottrae energia al campo gravitazionale* per trasferirla al corpo: questa energia si può ad esempio recuperare lasciando cadere il corpo stesso
- Si può pensare che l'energia venga fornita dalla forza muscolare che è necessario applicare per sollevare il corpo

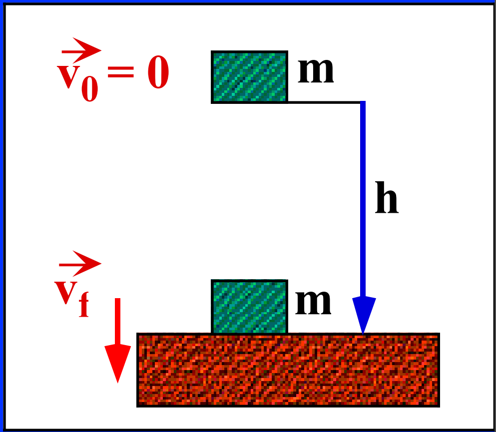
# Lavoro della forza peso II

Supponiamo che un corpo venga lanciato verso l'alto con velocità iniziale $\mathbf{v_0}$ e che arrivi alla quota massima $h$:




$$\Delta K = K_f - K_i = 0 - \frac{1}{2} m v_0^2 = L_{peso} = -mgh \Rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 = mgh$$

Quando il corpo ricade, viceversa si ha:




$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} m v_f^2 - 0 = L_{peso} = mgh \Rightarrow \frac{1}{2} m v_f^2 = mgh$$

- L'energia cinetica posseduta inizialmente dal corpo viene "assorbita" dal lavoro fatto dalla forza peso ed il corpo arriva fermo alla quota $h$.

Nel ricadere il corpo riacquista energia cinetica a spese del lavoro della forza peso

# Lavoro ed energia potenziale

- Le forze possono trasferire energia tra i corpi tramite il lavoro che compiono ed esiste la relazione

Lavoro ⟷ Variazione di energia cinetica

- Vedremo adesso il legame tra il lavoro che possono fare certi tipi di forze, dette conservative, ed una nuova forma di energia: l'energia potenziale

Lavoro delle forze conservative ⟷ Variazione di energia potenziale