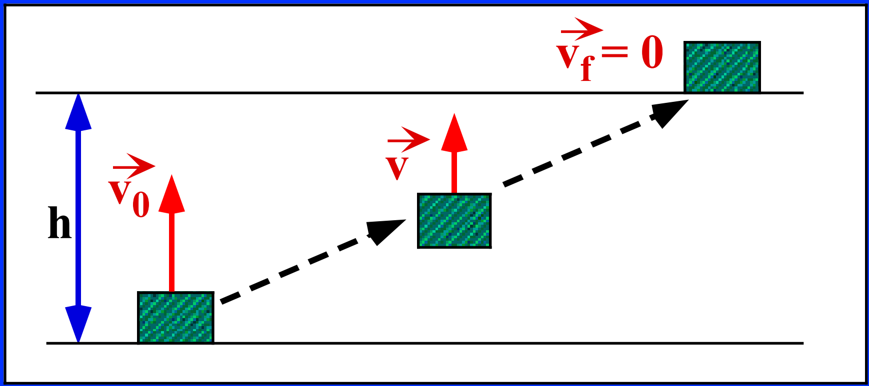
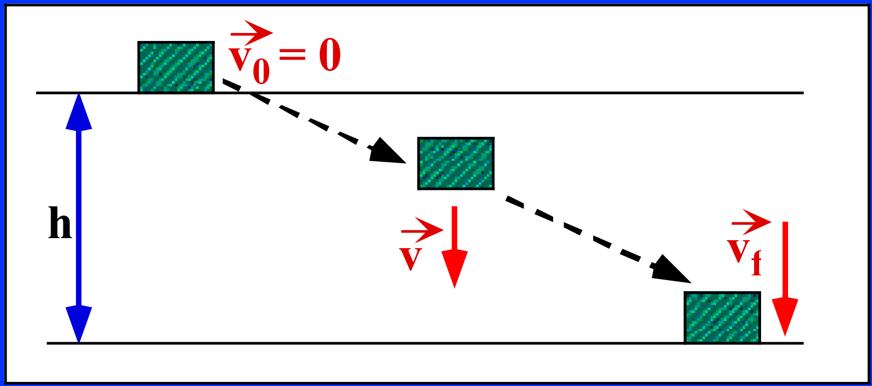
Lezione 6 - Energia potenziale

- Possiamo considerare l'energia potenziale come l'energia associata ad una certa configurazione spaziale dei corpi che stiamo studiando
- L'energia potenziale è l'energia che un corpo possiede per il fatto di essere in un certo punto dello spazio all'interno del "campo di forze" generato dagli altri corpi
  - Tipi di energia potenziale:
    - gravitazionale
    - elastica
    - elettrostatica ...

Energia trasferita dalla forza peso

- Salita $L_{peso} = -mgh < 0$
- Discesa $L_{peso} = mgh > 0$





$K_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$ $\quad K < K_0 \quad K = 0 \quad K_0 = 0 \quad K > K_0 \quad K_f = \frac{1}{2}mv_f^2$

- In *salita* l'energia cinetica del blocco è stata spesa per aumentare l'energia associata alla configurazione dei corpi
- In *discesa*, l'energia associata alla configurazione dei corpi è stata invece utilizzata per conferire nuovamente energia cinetica al blocco

Energia potenziale della forza peso

- Nell'esempio appena visto l'energia potenziale (associata cioè alla configurazione spaziale) U della forza peso ha subìto una variazione ΔU data da

$$\boxed{\Delta U = -L_{peso}}$$

- Per l'intero processo di salita e successiva discesa, cioè *lungo un percorso chiuso*, si vede che il lavoro complessivo fatto dalla forza peso è nullo
  - Con altri tipi di forze quanto appena detto non è vero: se ad esempio si fa compiere un percorso chiuso ad un oggetto trascinandolo su un piano con attrito, il lavoro fatto dalla forza di attrito è sempre diverso da zero

Forze conservative e non conservative

- Riassumiamo i caratteri del processo appena visto:
  1 c’è un *sistema* di due o più corpi (blocco e terra)
  2 tra i corpi agisce una *forza*
  3 quando la configurazione del sistema varia, la forza compie lavoro e *trasferisce energia cinetica* verso qualche altra forma di energia del sistema
  4 se si inverte il senso di variazione della configurazione, allora la forza *inverte il trasferimento* di energia e restituisce energia cinetica
- Le forze che **soddisfano 1-4** si dicono **conservative**
- Le forze che ***non* soddisfano 1-4** si dicono ***non* conservative**

Lavoro su un percorso chiuso

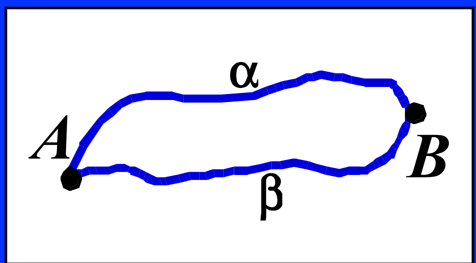
- Se il campo di forza in cui è immerso il nostro sistema non è tale che il lavoro fatto su un percorso chiuso sia sempre nullo, allora è impossibile associare una energia potenziale alla configurazione spaziale dei corpi
  - Nel caso di un oggetto trascinato lungo un percorso chiuso su un piano con attrito, alla fine del processo la configurazione del sistema è di nuovo quella iniziale, tuttavia la forza di attrito ha trasformato permanentemente l'energia da meccanica a termica
- Si può parlare di energia potenziale solo per quelle forze **F** per le quali vale

$$\oint_{\substack{\textit{tutti i}\\ \textit{percorsi}\\ \textit{chiusi}}} \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = 0$$

- Queste forze si dicono ***conservative***

Lavoro su un percorso chiuso II

- Se per una certa forza il lavoro fatto su un qualsiasi percorso chiuso è nullo, si dimostra facilmente che il lavoro fatto per andare da un certo punto *A* ad un altro punto *B* dipende solo dalle posizioni relative di *A* e *B* e non dal particolare percorso seguito per passare da *A* a *B*



$$\oint_{A\to B\to A} \vec{\mathbf{F}}\cdot d\vec{\mathbf{s}} = 0 \quad (def.di\ forza\ conservativa)$$

$$\oint_{A\to B\to A} \vec{\mathbf{F}}\cdot d\vec{\mathbf{s}} = \int_{\substack{A \\ lungo\,\alpha}}^{B} \vec{\mathbf{F}}\cdot d\vec{\mathbf{s}} + \int_{\substack{B \\ lungo\,\beta}}^{A} \vec{\mathbf{F}}\cdot d\vec{\mathbf{s}} = 0$$

$$\int_{\substack{A \\ lungo\,\alpha}}^{B} \vec{\mathbf{F}}\cdot d\vec{\mathbf{s}} - \int_{\substack{A \\ lungo\,\beta}}^{B} \vec{\mathbf{F}}\cdot d\vec{\mathbf{s}} = 0$$

$$\boxed{\int_{\substack{A \\ lungo\,\alpha}}^{B} \vec{\mathbf{F}}\cdot d\vec{\mathbf{s}} = \int_{\substack{A \\ lungo\,\beta}}^{B} \vec{\mathbf{F}}\cdot d\vec{\mathbf{s}}}$$

Lavoro ed energia potenziale

- Ci sono allora dei tipi di forze, dette *forze conservative*, per le quali il lavoro fatto in corripondenza ad un percorso chiuso vale sempre zero
- L'energia trasferita da queste forze dipende solo dalla configurazione spaziale del sistema (o equivalentemente solo dai punti iniziale e finale del percorso lungo il quale si calcola il lavoro)
- Si può quindi associare al lavoro fatto da una data forza conservativa **F** una *funzione che dipende solo dalle coordinate* e che chiamiamo *energia potenziale della forza* **F**

$$\boxed{\Delta U_F = U_F(B) - U_F(A) = -\int_A^B \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -L_{A\to B}}$$

Conservazione dell'energia meccanica

- Ripartiamo ora dal teorema dell'energia cinetica

$$\Delta K = L_{\substack{tutte\\ le\ \ forze}} = L_{\substack{forze\\ cons.}} + L_{\substack{forze\\ non\ \ cons.}}$$

- In presenza di *sole forze conservative*, si scrive:

$$\Delta K = L_{\substack{forze\\ cons.}} = -\Delta U \longrightarrow K_f - K_i = -\left(U_f - U_i\right)$$

$$\boxed{K_f + U_f = K_i + U_i}$$

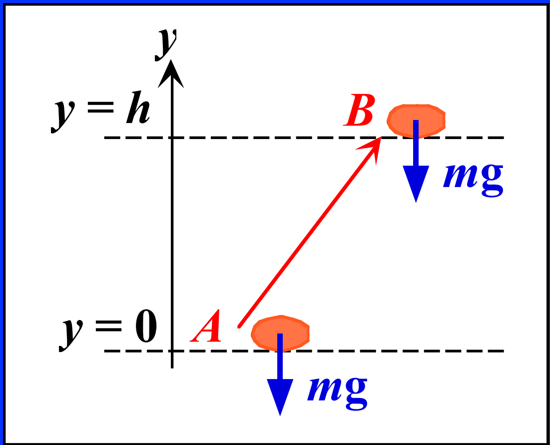
- La quantità $E = K + U$ *si dice energia meccanica*, e l'equazione sopra afferma che in presenza di sole forze conservative **E *si conserva***

Forze conservative e non

- Alcune forze conservative
  – forze peso (forza di gravità)
  – forza elastica
  – forza elettrostatica
  – forza di Lorentz ...
- Alcune forze non conservative
  – forza d'attrito
  – viscosità dei fluidi ...

Calcolo dell'energia potenziale

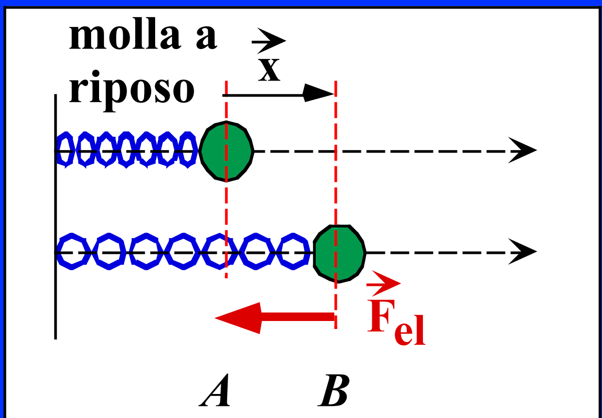
- Energia potenziale della forza peso



$$L_{A\to B}=\int_0^h -mgdy=-mg\int_0^h dy=-mg[y]_0^h=-mgh$$

$$\boxed{\Delta U_{peso}=-L_{A\to B}=mgh}$$

- Energia potenziale della forza elastica



$$\vec{\mathbf{F}}_{el}=-k\vec{\mathbf{x}}$$

$$L_{A\to B}=\int_0^x \vec{\mathbf{F}}_{el}\cdot d\vec{\mathbf{x}}'=-\int_0^x kx'dx'=-k\left[\frac{x'^2}{2}\right]_0^x=-\frac{kx^2}{2}$$

$$\boxed{\Delta U_{elast.}=-L_{A\to B}=\frac{kx^2}{2}}$$