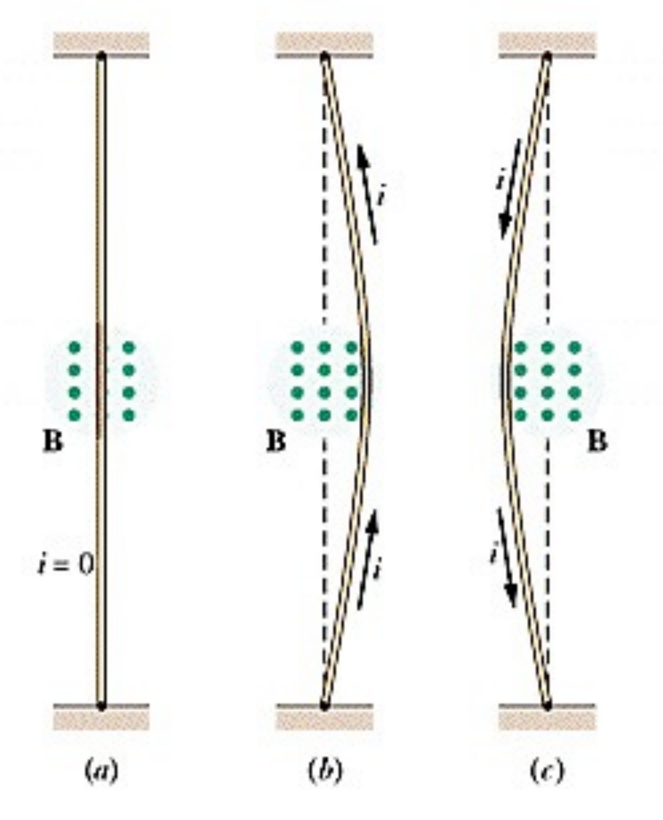
Lezione 18 - Forza magnetica su fili percorsi da correnti

- Abbiamo visto che un campo magnetico esercita una forza sulle cariche in movimento: quando queste cariche in moto sono confinate all'interno di un conduttore filiforme ci aspettiamo una forza netta agente sull'intero filo
- Il filo conduttore di figura, in cui passa una corrente *i* è immerso in un campo magnetico uniforme che ne provoca la deflessione

illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker,"Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

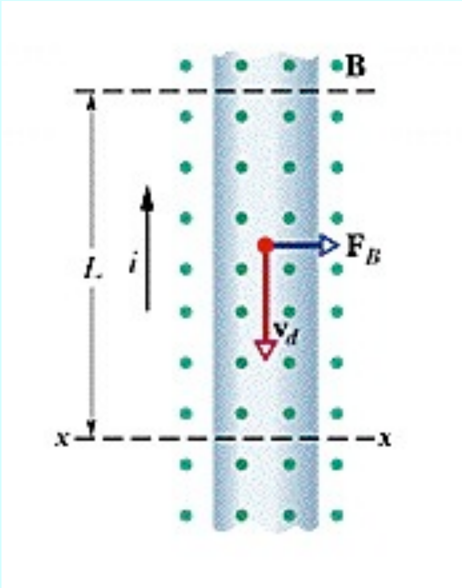


Il campo B è uscente

Forza su una corrente

- prendiamo un segmento lungo L di un filo percorso da cariche in moto con velocità v_d : attraverso una sezione del filo, nel tempo Δt, passa una carica q:

$$\boxed{q = i\Delta t = i\left(\frac{L}{v_d}\right)}$$

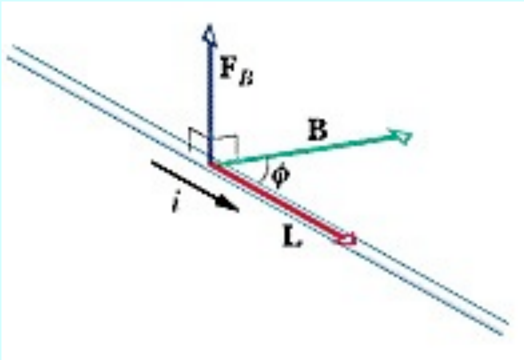


- La forza che si ottiene ha intensità

$$\boxed{F = qv_d B \sin 90^\circ = i\left(\frac{L}{v_d}\right)v_d B = iLB}$$

- In generale, per un filo orientato di lunghezza (vettoriale!) **L** si ha:

$$\boxed{\vec{\mathbf{F}} = i\vec{\mathbf{L}} \times \vec{\mathbf{B}}}$$



illustrazioni tratte da: Halliday-Resnick-Walker,"Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Campo magnetico generato da una corrente

- Si può, in linea di principio, calcolare il campo magnetico generato da una arbitraria ***distribuzione di correnti***
- Il procedimento consiste nel suddividere il circuito che contiene le correnti in tanti piccoli segmenti orientati ***ds***, valutare il campo ***d*B** generato da ciascun segmento e poi sommare (integrare) lungo l'intero circuito

Analogia con il calcolo del campo E generato da una arbitraria distribuzione di carica

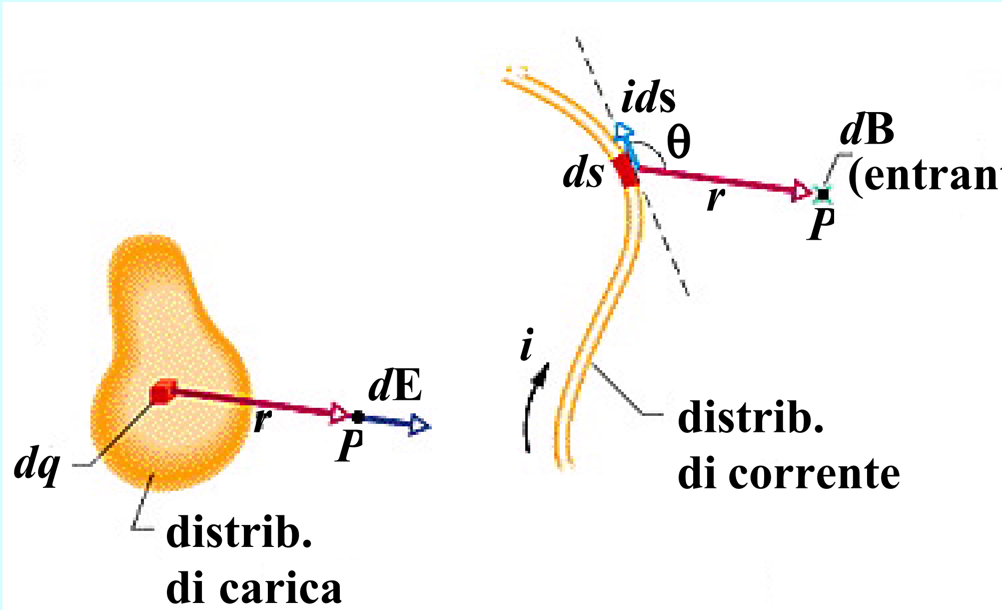


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker,"Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Monday, January 11, 2010

Legge di Biot-Savart

- La *legge di Biot-Savart* permette di calcolare ***d*B**:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{ids\sin\theta}{r^2}$$

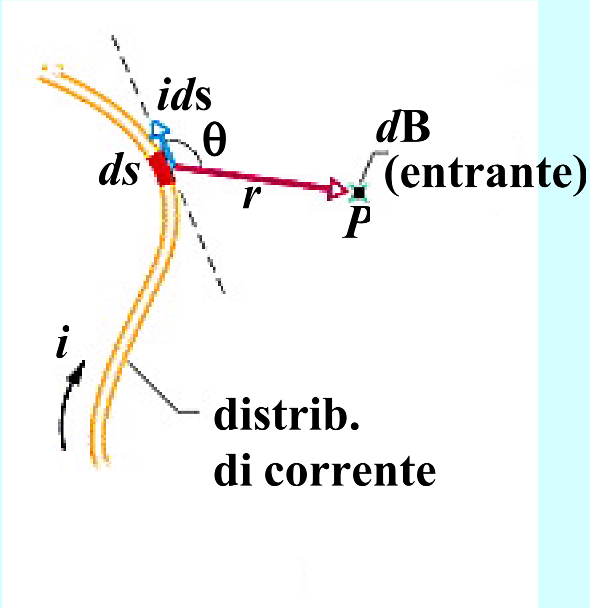


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker,"Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \ \ \mathrm{T \cdot m/A} \approx 1.26 \cdot 10^{-6} \ \ \mathrm{T \cdot m/A}$$

permeabilità magnetica del vuoto

Legge di Biot-Savart
(in forma vettoriale)

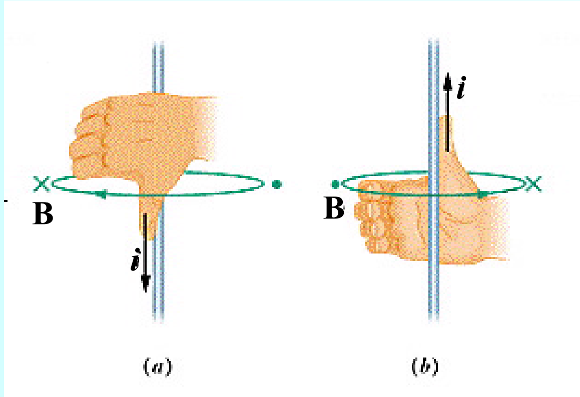
$$d\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{id\vec{\mathbf{s}} \times \vec{\mathbf{r}}}{r^3}$$

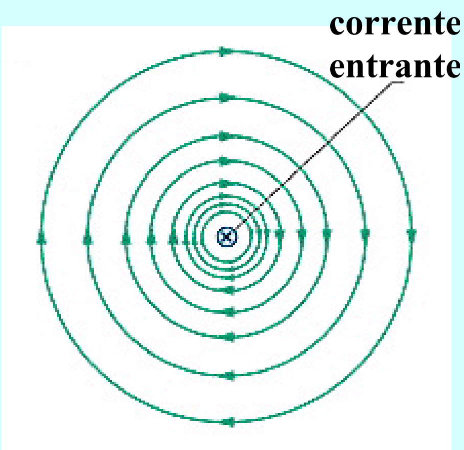
Magnetic discussion…

Vignetta di Bruno Touschek

Campo magnetico di un filo infinito

- Usando la legge di Biot-Savart possiamo calcolare il **campo magnetico** generato da un **filo di lunghezza infinita** percorso da corrente
- Immaginiamo innanzitutto di avere un segmento infinitesimo di di filo lungo d**s** nel quale circola corrente: la regola della mano destra ci permette di individuare la direzione del campo d**B** generato dal segmento
- Per simmetria, il campo magnetico generato da un filo percorso da corrente avrà linee di forza concentriche al filo e la loro direzione sarà data dalla regola della mano destra





illustrazioni tratte da: Halliday-Resnick-Walker,"Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Campo magnetico di un filo infinito II

- Con riferimento alla figura, valutiamo il modulo di dB usando la legge di Biot-Savart

$$\boxed{dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,ds\sin\theta}{r^2}}$$

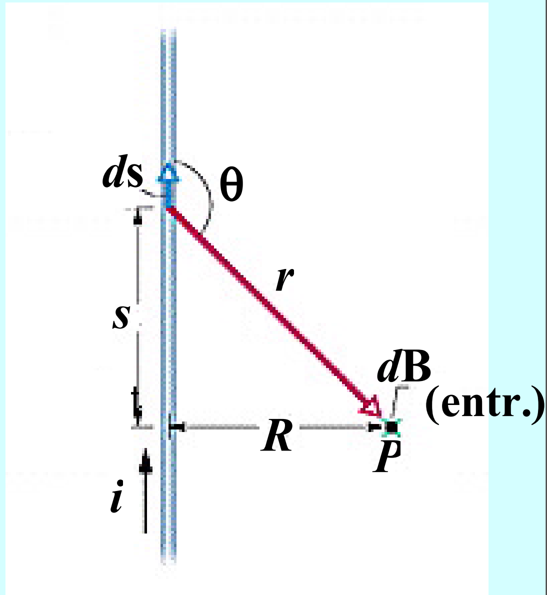


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker,"Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

- Per trovare il campo B generato nel punto *P* dall'intero filo occorre integrare:

$$\boxed{B = 2\int_0^\infty dB = 2\frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_0^\infty \frac{\sin\theta\, ds}{r^2}}$$

- Siccome $\boxed{r = \sqrt{s^2 + R^2}}$ e $\boxed{\sin\theta = \sin(\pi-\theta) = \frac{R}{\sqrt{s^2+R^2}}}$ si ha:

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\int_0^\infty \frac{R\,ds}{\left(s^2+R^2\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\left[\frac{s}{\left(s^2+R^2\right)^{1/2}}\right]_0^\infty = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}}$$

Campo B dovuto ad un filo infinito

Forza tra due conduttori paralleli

- Due fili paralleli percorsi da correnti esercitano forze l'uno sull'altro
- Se i fili sono molto lunghi possiamo usare il risultato di poco fa per valutare il campo $\boldsymbol{B}_a$ generato dal filo ***a*** nella posizione del filo ***b***:

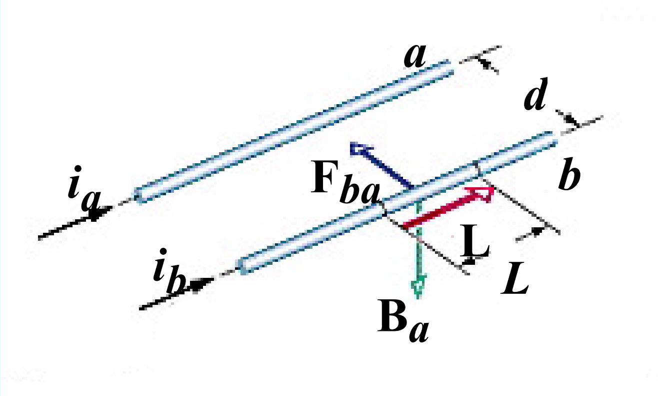


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker,"Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

$\boxed{B_a = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d}}$ e la **forza** esercitata da a su b vale $\boxed{\mathbf{F}_{ba} = i_b \mathbf{L} \times \mathbf{B}_a}$

- Si può allora concludere:
  - la **forza per unità di lunghezza** che si esercita tra due conduttor paralleli è

$$\boxed{\frac{F_{ba}}{L} = \frac{\mu_0 i_b i_a}{2\pi d}}$$

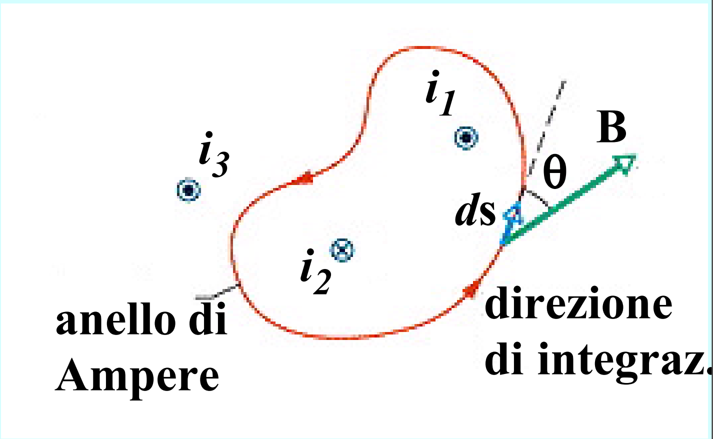
  - se le correnti sono *concordi* (caso in figura) i conduttori si *attraggono*
  - se le correnti sono *discordi* i conduttori si *respingono*

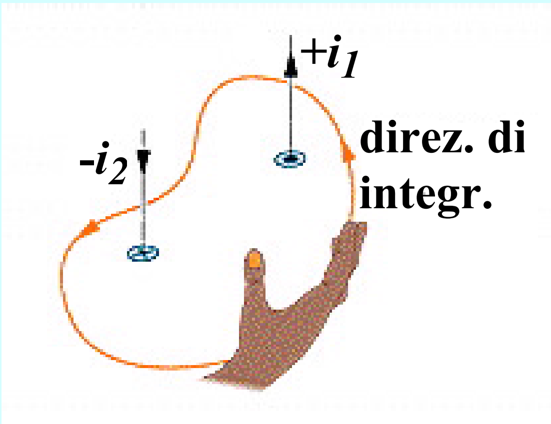
Legge di Ampère

- La **legge di Ampère** permette di calcolare il campo magnetico generato da una arbitraria distrbuzione di correnti a partire da una *immaginaria linea chiusa* (è concettualmente analoga alla legge di Gauss dove si utilizza una superficie chiusa)

- La **legge di Ampère** dice che l'integrale del campo magnetico lungo una arbitraria linea chiusa (detto anche *circuitazione*) è proporzionale alla corrente totale racchiusa (*concatenata*) dalla linea scelta

$$\boxed{\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 i_{conc.}}$$





illustrazioni tratte da: Halliday-Resnick-Walker,"Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Campo di un filo con la legge di Ampère

- Proviamo a ricalcolare il campo magnetico generato da un filo infinito usando la legge di Ampère
- Per motivi di simmetria scegliamo come anello di Ampère una circonferenza di raggio *r* concentrica al filo

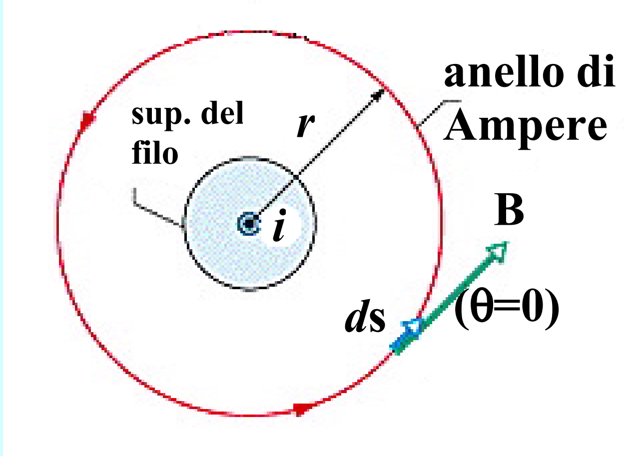


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker,"Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

- Sempre per motivi di simmetria è chiaro che il modulo di **B** non varia lungo la circonferenza. La legge di Ampère allora dà

$$\boxed{\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \oint B ds(\cos 0) = B\oint ds = 2\pi r B = \mu_0 i_{conc.}}$$

- Si ritrova quindi l'andamento di B già calcolato usando la legge di Biot-Savart:

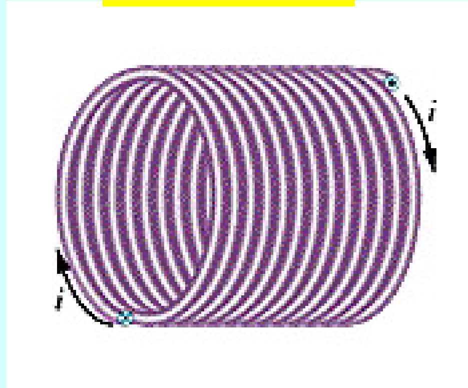
$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}}$$

Monday, January 11, 2010

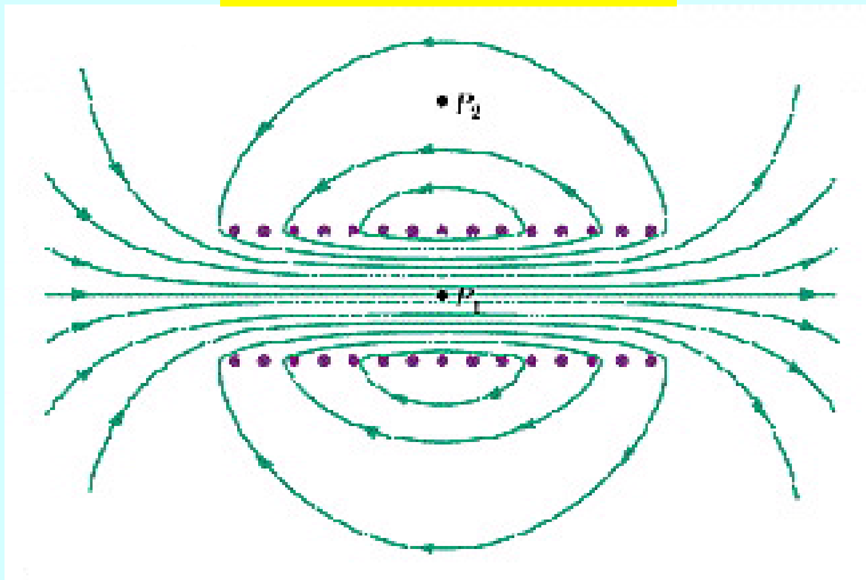
Solenoide

- Un **solenoide** è costuito da un *filo avvolto a spirale* con sezione costante in modo da ottenere un oggetto con *simmetria cilindrica*
- Il campo magnetico del solenoide può essere pensato come la somma dei campi di molte spire circolari accostate le une alle altre
- All'*interno* del solenoide il campo è *intenso* e diretto lungo l'asse, mentre all'*esterno* B è *piccolo* ed è circa normale all'avvolgimento
- In un solenoide molto lungo (ideale) il campo esterno è praticamente nullo

Solenoide



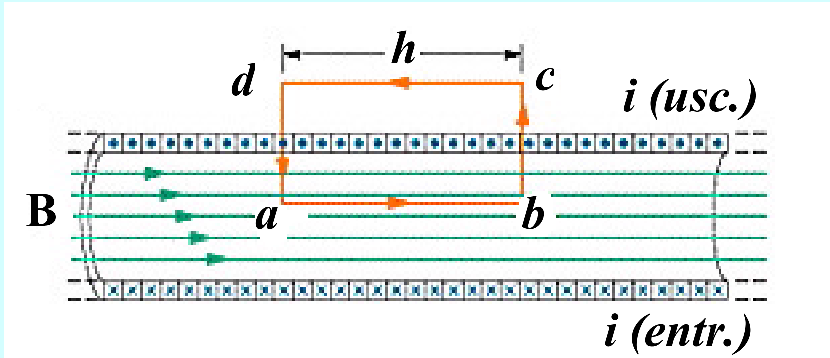
Linee di forza di B



illustrazioni tratte da: Halliday-Resnick-Walker,"Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Campo magnetico di un solenoide ideale

illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker,"Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano



- Per un solenoide molto lungo rispetto al diametro delle spire, possiamo valutare immediatamente il campo B lungo l'asse utilizzando la legge di Ampère
- La direzione del campo segue immediatamente dalla simmetria
- Utilizziamo come anello di Ampère il rettangolo *abcd* :

$$\boxed{\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \int_a^b \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} + \int_b^c \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} + \int_c^d \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} + \int_d^d \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \int_a^b \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = Bh}$$

  – infatti lungo *bc* e *da* **B** è ⊥ a d**s**, mentre lungo *cd* **B** = 0

- La legge di Ampère quindi dà:

$$\boxed{Bh = \mu_0 inh} \longrightarrow \boxed{B = \mu_0 in}$$

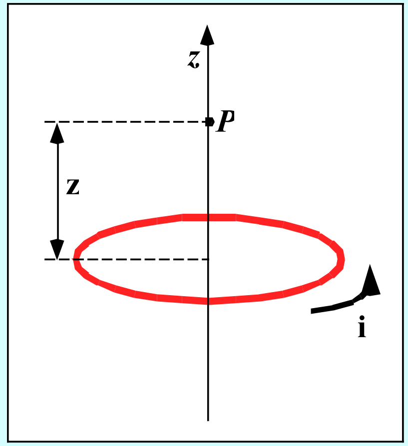
campo di un solenoide ideale

  – *n* è il numero di spire per unità di lunghezza, quindi la corrente concatenata al rettangolo *abcd* è proprio uguale ad *inh*

Spira percorsa da corrente

- Vediamo ora al caso di una spira circolare di raggio R percorsa da corrente: si può dimostrare usando la legge di Biot-Savart che il campo in un punto *P* lungo l'asse (*z* in figura) è

$$\boxed{B(z) = \frac{\mu_0 i R^2}{2\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}}}$$



- A grande distanza dalla spira ($z >> R$) il campo diventa

$$\boxed{B(z) \approx \frac{\mu_0 i R^2}{2 z^3}}$$

- Usando il concetto di momento magnetico posso allora esprimere il campo di una spira in una forma che suggerisce l'analogia tra una spira percorsa da corrente

ed una barretta magnetica

$$\boxed{\mu = NiA = i\pi R^2 \ \ (per \ \ la \ \ spira)}$$

$$\boxed{\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\vec{\mu}}{z^3}}$$

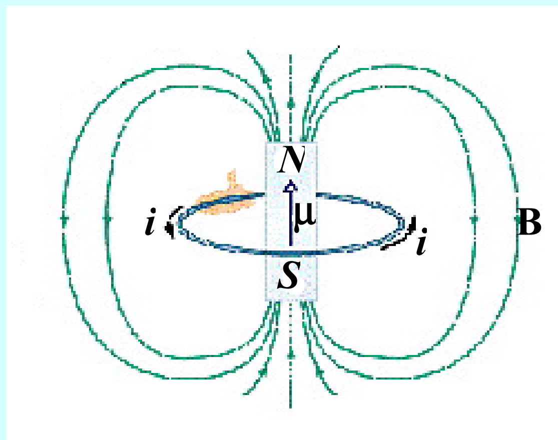


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker,"Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano

Momento magnetico

- In analogia formale con il momento di dipolo elettrico, definiamo il **momento di dipolo magnetico**
  - vedremo in seguito che un momento magnetico è sempre associato ad una spira elementare percorsa da corrente
- Il momento di dipolo magnetico μ ha intensità $\boxed{\mu = iNA}$ dove A è l'area di un certo circuito fatto di N avvolgimenti e percorso da corrente i
- Se immerso in un campo magnetico **B**, il momento magnetico μ subisce un momento torcente dato da e possiede un'energia

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}}$$

$$\boxed{U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}}$$

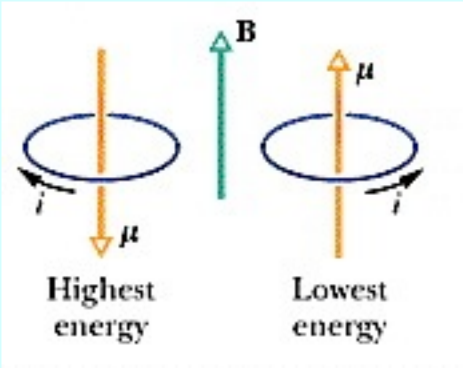


illustrazione tratta da: Halliday-Resnick-Walker,"Fondamenti di Fisica", IV Ed., Ambrosiana, Milano