

# Metodo SMART

- Il metodo *Simple Multi-Attribute Rating Technique* (SMART) è un metodo di supporto alle decisioni sviluppato nell'ambito del paradigma razionale (Edwards, 1971).
- Il metodo può strutturare gli attributi in forma gerarchica.
- Si possono separare gli attributi di tipo «costo» da quelli di tipo «beneficio».

- Per misurare le prestazioni delle alternative, si prevede
  - di impiegare un approccio “diretto” nel caso di attributi che non siano facilmente esprimibili con variabili quantitative
  - di costruire delle funzioni di valore negli altri casi.
- Consideriamo il seguente *Esempio 3*.

Si intende introdurre in un centro radiologico una nuova apparecchiatura per analisi non invasive.

- Con il decisore si sono selezionati i seguenti attributi comuni a tutte le apparecchiature candidate:

CMP	Compatibilità con le attrezzature esistenti
MAT	Consumi materiali annui stimati (€)
ORG	Effetti sull'organizzazione della procedura d'analisi
RT	Riduzione stimata del tempo della fase di analisi (%)
C	Costo dell'investimento (k€)

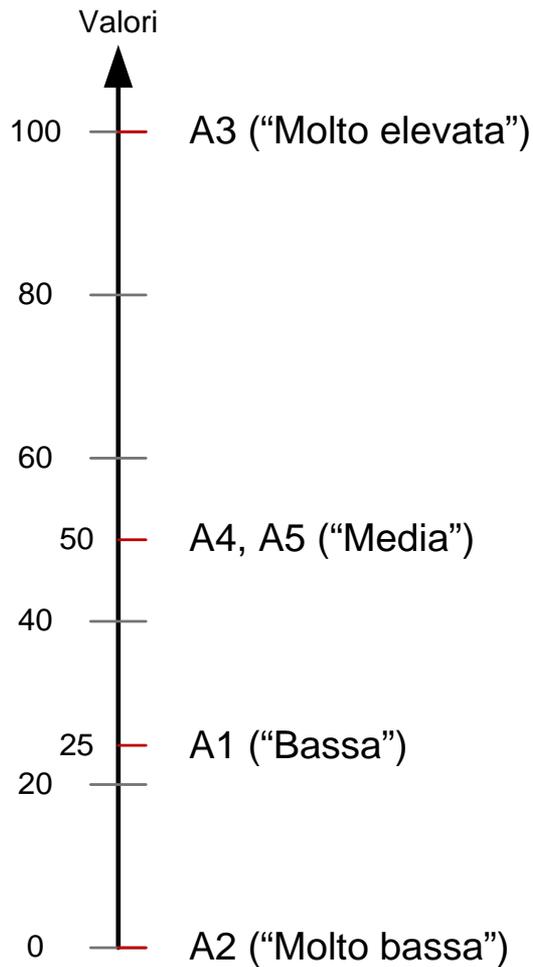
- I profili delle 5 apparecchiature alternative sono:

	CMP	MAT	ORG	RT	C
A1	Bassa	9500	Trascurabili	25%	25
A2	Molto bassa	11000	Positivi	12%	27
A3	Molto elevata	16500	Negativi	12%	27
A4	Media	7800	Trascurabili	18%	24
A5	Media	21000	Molto positivi	22%	22

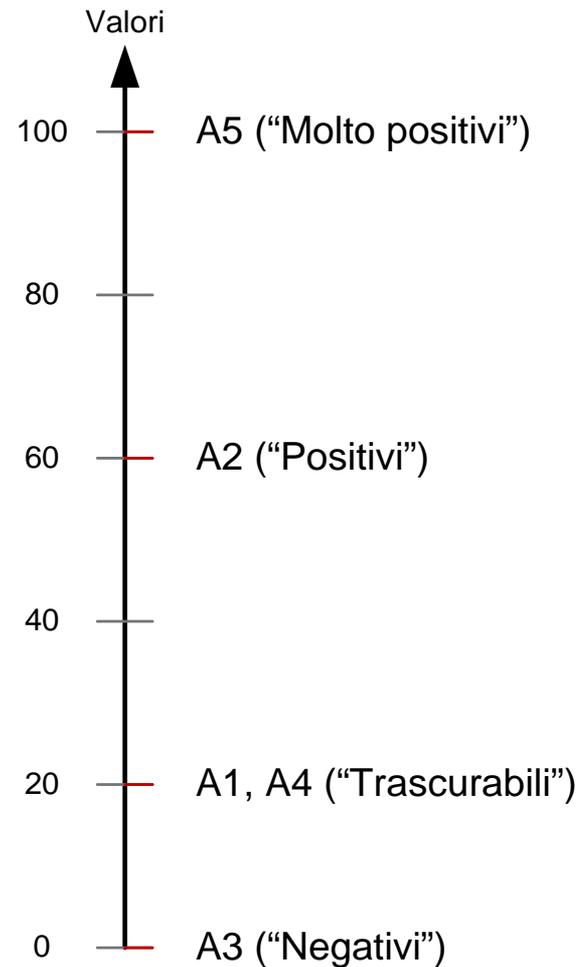
- Per assegnare i valori agli attributi CMP e ORG si utilizza l'approccio diretto.
- Ad esempio, per CMP si nota che l'alternativa migliore è A3 che ha una compatibilità «Molto elevata»: a questa prestazione si assegna il valore 100.
- La prestazione peggiore è invece quella di A2 («Molto bassa») a cui si assegna il valore 0.
- (Sono possibili altri valori estremi.)

- Si chiederà poi al decisore di esprimere giudizi del tipo:
- Considerata A2 a cui è stata assegnata, in termini di Compatibilità, la prestazione «Molto bassa» e A1 a cui è stata assegnata la prestazione «Bassa» qual è la sua percezione di un miglioramento di Compatibilità dal grado «Molto bassa» al grado «Bassa»?
- Come valuta tale miglioramento rispetto al miglioramento conseguito in termini di Compatibilità dalle alternative A4 e A5 cioè dal grado «Molto bassa» a quello «Media»?

- Interagendo con il decisore si sono ottenuti i seguenti livelli di preferenza per i criteri CMP e ORG:



CMP: Compatibilità con le attrezzature esistenti



ORG: Effetti sull'organizzazione della procedura d'analisi

# Osservazioni

- La scala esprime le preferenze del decisore per i *miglioramenti* da un grado ad un altro (intervalli): non ha significato in termini assoluti.
- Non è necessario avere *prestabilito* dei gradi da attribuire alle prestazioni della alternative: l'aspetto essenziale è valutare le alternative rispetto a un attributo confrontandole tra loro.
- I valori massimo e minimo della scala non devono necessariamente essere riscontrati nelle alternative disponibili.

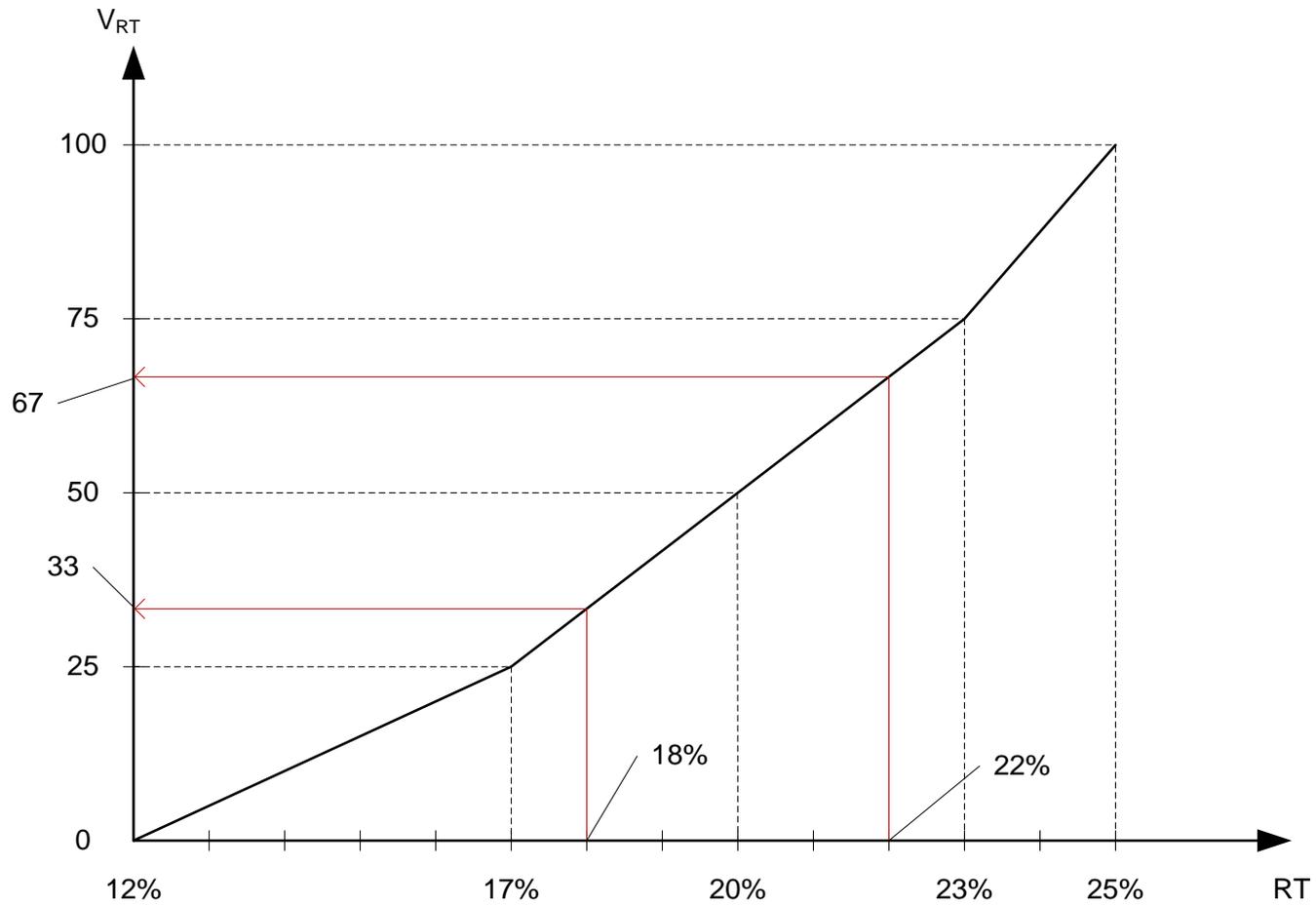
- Gli attributi MAT, RT e C sono espressi in valori quantitativi.
- L'attributo Costo dell'investimento sarà esaminato separatamente.
- Si costruiscono le *funzioni di valore* per gli altri due attributi.
- Ad esempio, si consideri l'attributo «Riduzione stimata del tempo della fase di analisi» (RT).

	CMP	MAT	ORG	RT	C
A1	Bassa	9500	Trascurabili	25%	25
A2	Molto bassa	11000	Positivi	12%	27
A3	Molto elevata	16500	Negativi	12%	27
A4	Media	7800	Trascurabili	18%	24
A5	Media	21000	Molto positivi	22%	22

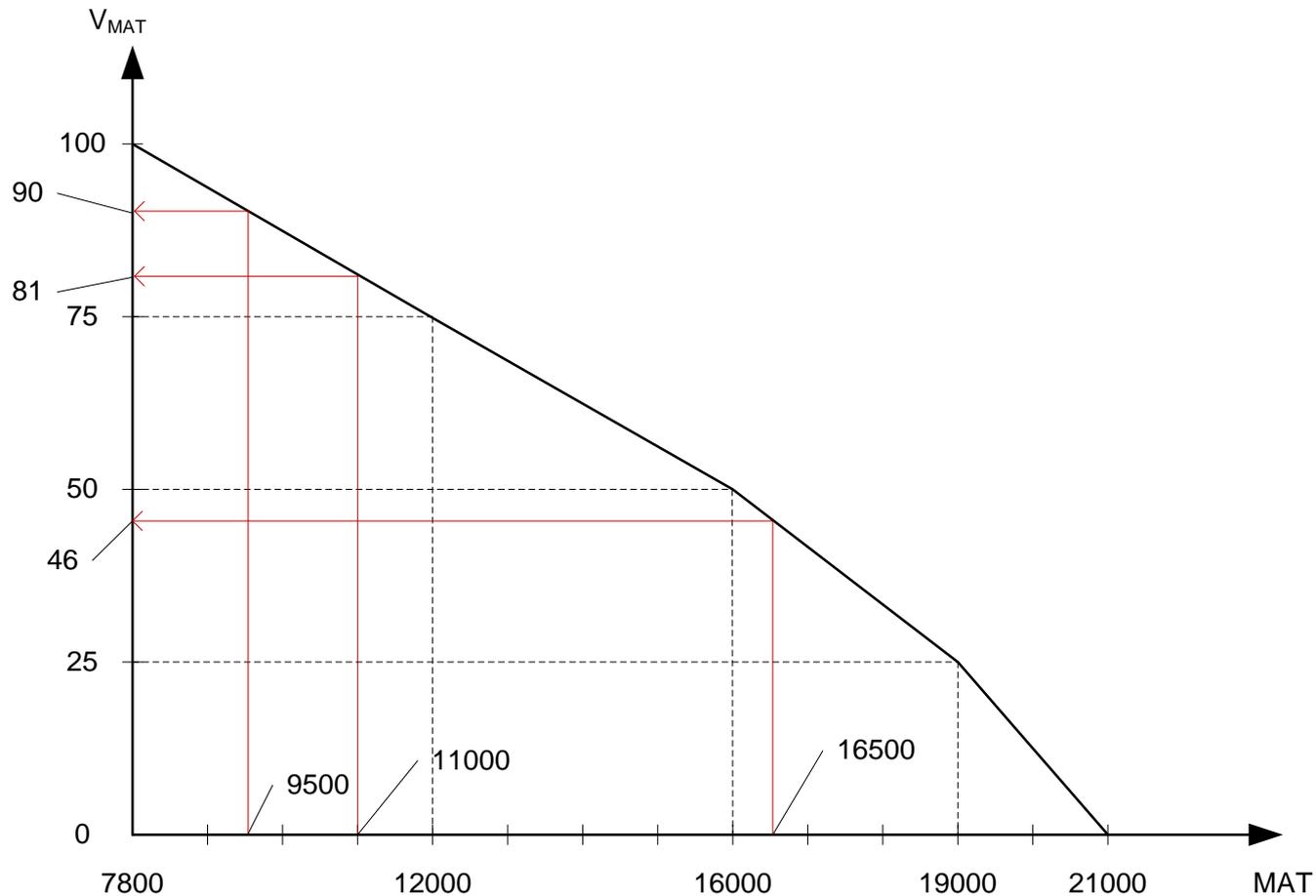
- La migliore prestazione è quella dell'alternativa A1 che fornisce una riduzione stimata del tempo del 25%.
- Ad essa si può assegnare il valore massimo della funzione di valore:  
 $V_{RT}(A1) = V_{RT}(25\%) = 100.$
- Per contro alla prestazione peggiore (alternative A2 e A3) si assegna il valore minimo:  
 $V_{RT}(A2) = V_{RT}(A3) = V_{RT}(12\%) = 0.$
- Si tratta ora di identificare i valori delle prestazioni intermedie.

- Un approccio semplice è il *metodo di bisezione*.
- Al decisore si chiede di individuare un'ipotetica alternativa il cui valore dell'attributo (ad es. «Riduzione stimata del tempo ...» in termini percentuali) egli ritenga possa essere collocato a metà strada tra i due valori estremi (12% e 25%).
- Il decisore ha qui ritenuto che una riduzione del tempo del 20% possa essere identificato come punto di bisezione:  
ciò significa, in particolare, che un *incremento* di riduzione dal 12% al 20% è considerato dal decisore utile quanto un *incremento* dal 20% al 25%.

- Questo tipo di funzione di preferenza privilegia incrementi dei valori più alti della prestazione.
- Il decisore ritiene questo giustificato dal fatto che valori bassi di riduzione del tempo non sono chiaramente percepibili dall'utente.
- Allo scopo di dettagliare meglio la funzione di valore si ripete lo stesso procedimento per identificare il primo e il terzo quartile.
- Il primo identifica un'ipotetica alternativa con un valore di riduzione del tempo che si colloca a metà tra 0 e 50%, il terzo identifica un'ipotetica alternativa con un valore di riduzione del tempo che si colloca a metà tra 50% e 100%.



- Dal grafico possono essere dedotti i valori delle prestazioni di A4 ( $V(18\%)=33$ ) e di A5 ( $V(22\%)=67$ )



- Nella funzione di valore per l'attributo MAT («Consumi materiali annui stimati») la preferenza del decisore è, naturalmente, per valori bassi dei consumi.

- La tabella riporta i valori assegnati alle prestazioni delle diverse alternative.

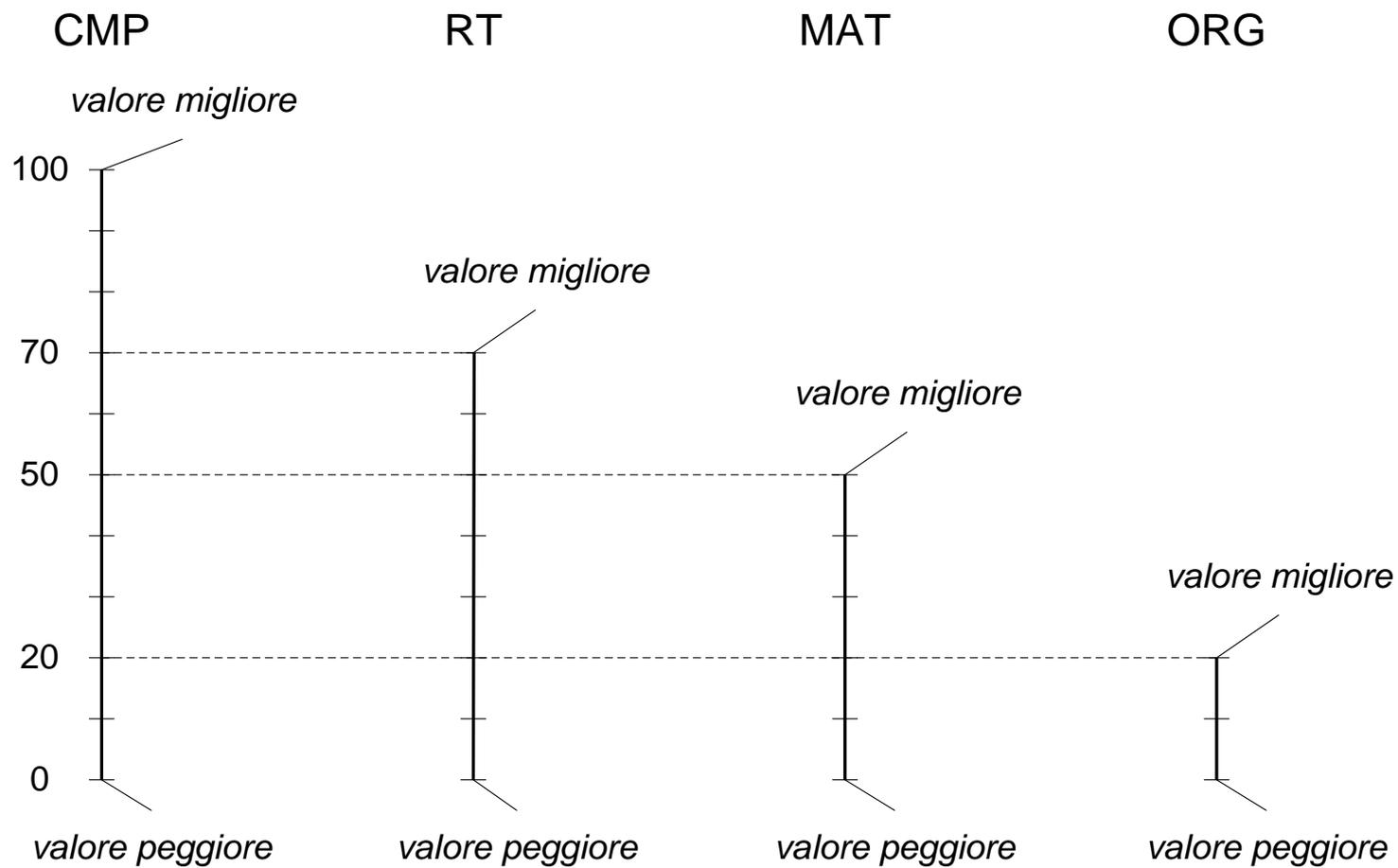
	CMP	MAT	ORG	RT
A1	25	90	20	100
A2	0	81	60	0
A3	100	46	0	0
A4	50	100	20	33
A5	50	0	100	67

- Il metodo SMART prevede a questo punto di assegnare dei valori di importanza ai diversi attributi («pesi»).

- Il metodo propone un approccio che assegna a un criterio un peso correlato all'importanza percepita di un cambiamento dalla prestazione meno utile a quella più utile (“*swing weights*”).
- Il decisore confronterà il cambiamento (*swing*) dal valore peggiore al valore migliore di un attributo con un cambiamento simile di un attributo differente.
- «*Immaginando un'alternativa con le prestazioni peggiori in tutti i criteri, se fosse possibile modificare la prestazione di un solo attributo portandola dal suo valore attuale al migliore possibile, quale sceglierebbe?*»

- Nel caso specifico, il decisore ha scelto CMP («Compatibilità ...»).
- La domanda è ripetuta eliminando dai criteri CMP e il ciclo è ripetuto sempre con riferimento ai criteri residuali.
- Otteniamo:
  1. CMP (Compatibilità con le attrezzature esistenti)
  2. RT (Riduzione stimata del tempo della fase di analisi)
  3. MAT (Consumi materiali annui stimati)
  4. ORG (Effetti sull'organizzazione della procedura d'analisi)

- Al primo attributo è assegnato un peso pari a 100.
- Il decisore confronta poi un cambiamento dalla peggiore «Riduzione stimata del tempo» alla migliore (RT) con il corrispondente cambiamento del criterio CMP:  
*se il cambiamento nel criterio CMP vale 100, quanto potrebbe valere un cambiamento in RT?*
- Il decisore ritiene che tale cambiamento possa valere 70.
- Il processo è poi applicato successivamente agli altri criteri, confrontando il cambiamento di ciascuno con il cambiamento del criterio più importante.



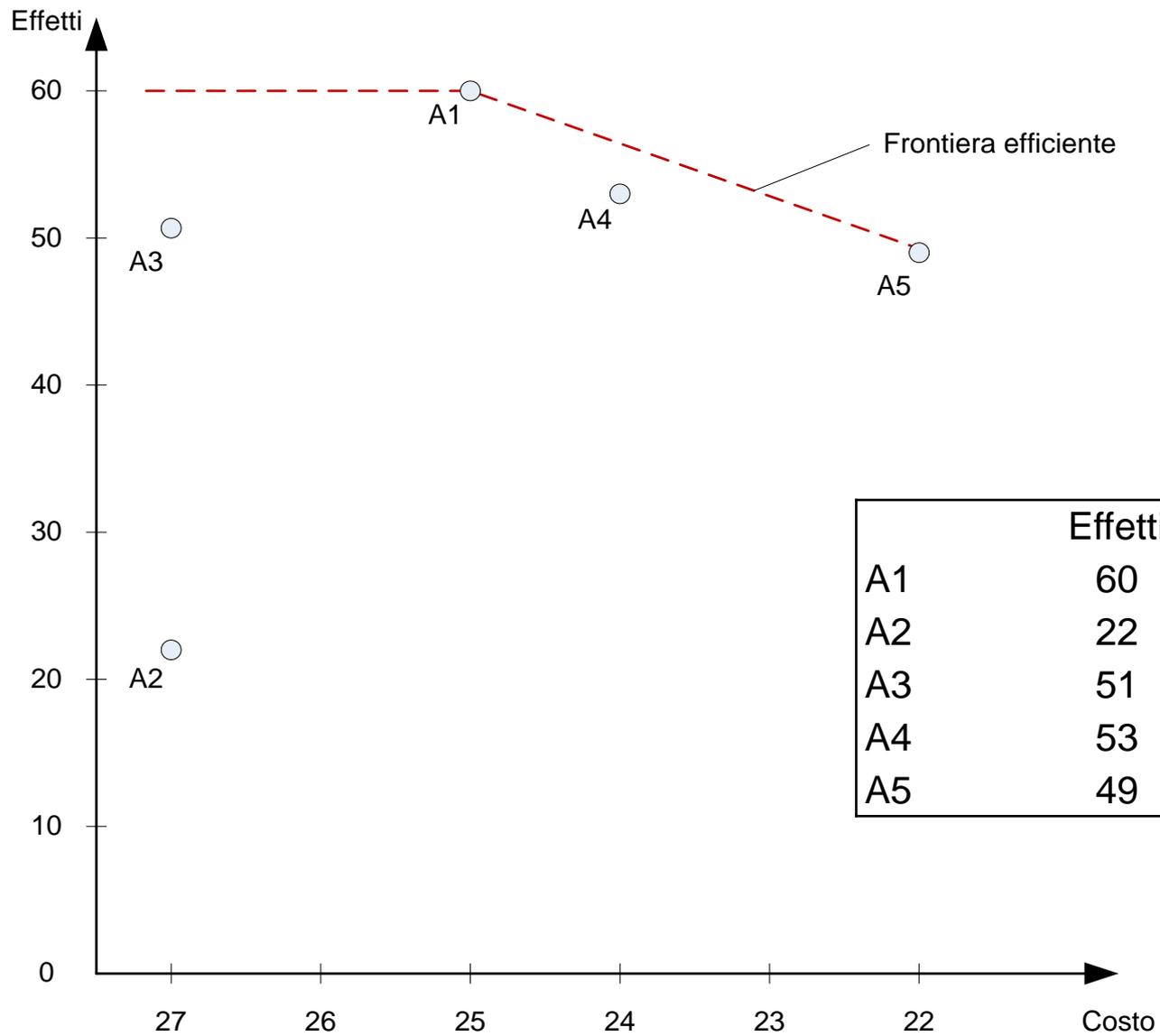
- I pesi ottenuti  $W_k$  sono quindi normalizzati rispetto alla loro somma:

$$w_k = \frac{W_k}{\sum_k W_k}$$

- Applicando quindi la somma pesata a ogni alternativa se ne ottiene il *valore aggregato* in termini di effetti.

	CMP	MAT	ORG	RT	
W	100	50	20	70	
w	0,42	0,21	0,08	0,29	
A1	25	90	20	100	60,0
A2	0	81	60	0	21,9
A3	100	46	0	0	51,3
A4	50	100	20	33	53,0
A5	50	0	100	67	48,7

- L'alternativa che offre i migliori risultati in termini di effetti è A1.
- È però necessario valutare il ruolo del costo nella sintesi complessiva di ogni alternativa.
- Si può allora analizzare il «posizionamento» delle alternative in uno spazio bidimensionale costruito prendendo come riferimenti l'asse «Effetti» (aggregati) e l'asse «Costo» (dell'investimento).



	Effetti	Costo
A1	60	25
A2	22	27
A3	51	27
A4	53	24
A5	49	22

- Si può quindi concludere che il modello identifica due alternative non dominate: A1 e A5.
- Esse consentono di tracciare la linea che delimita lo spazio delle soluzioni dominate (*frontiera efficiente*).
- Se si vuole procedere con la selezione di una delle due alternative non dominate, si dovrà analizzare qual è il compromesso (*trade-off*) che il decisore è disposto ad accettare.

- Nell'esempio, uno spostamento da A5 ad A1 comporterebbe un incremento del valore degli effetti di 11 punti.
- Ciò implicherebbe però un incremento del costo dell'investimento di 3k€:  
si può quindi osservare che ogni punto di miglioramento degli effetti «costa»  $3k\text{€}/11=273\text{€}$ .
- Il decisore dovrebbe valutare se è disposto ad accettare questo costo: il decisore è disposto a pagare, per l'incremento di un punto di valore degli effetti, un costo superiore a 273€?
- in caso affermativo l'alternativa da scegliere sarà A1.

- In alternativa, si può calcolare il rapporto tra valore aggregato degli effetti e costo di investimento per le alternative.
- I valori ottenuti rappresentano l'*output* (in termini di effetti o benefici) che è possibile ottenere da ogni unità di costo investita nell'alternativa.

- Nel caso specifico, la tabella riporta, nell'ultima colonna, i valori delle alternative che rappresentano i punti di valore degli effetti ottenibili per ogni k€ investito:  
in questo caso l'alternativa A1 risulta la più efficiente.

	Effetti	Costo	
A1	60	25	2,4
A2	22	27	0,8
A3	51	27	1,9
A4	53	24	2,2
A5	49	22	2,2

# Metodo SMARTER

- Il metodo SMARTER (Barron & Barrett, 1996) introduce alcune semplificazioni.
- La prima riguarda l'adozione di funzioni di valore  $V(\cdot)$  di tipo lineare tra il valore minimo e quello massimo delle prestazioni.
- Anche il modo di ricavare i pesi dei criteri è semplificato: al decisore si chiede di disporre in *ordine* di preferenza i cambiamenti da peggiore a migliore dei criteri utilizzati senza fissare anche l'importanza.

- Dall'ordinamento dei criteri, i pesi sono calcolati attraverso il metodo del *centroide ordinale* (*Rank-Order Centroid* – ROC);
- Il peso assegnato al criterio  $i$ -esimo dipende solo dal numero di criteri e dalla posizione dello stesso nella graduatoria. In presenza di  $n$  criteri e indicata con  $i$  la posizione del criterio nella graduatoria, il suo peso è dato dall'espressione:

$$w_i = \frac{1}{n} \sum_{j=i}^n \frac{1}{j} \quad (i = 1, \dots, n)$$

- Nel caso dell'esempio, si otterrebbero i valori riportati nella tabella seguente.
- Nella seconda colonna sono indicati i valori assegnati dal decisore con il metodo dello swing, mentre nella terza i pesi normalizzati.

	pesi swing	pesi norm	pesi ROC
CMP	100	0,42	0,52
RT	70	0,29	0,27
MAT	50	0,21	0,15
ORG	20	0,08	0,06

- Dopo varie sperimentazioni, si è visto che l'alternativa migliore ottenuta con i pesi ROC e la somma pesata, concorda con quella del metodo SMART nel 75-87% dei casi.

# Metodo PAPRIKA

- Il metodo *Potentially All Pairwise Rankings of all possible Alternatives* (PAPRIKA) è un metodo multi-criterio additivo in cui a ogni criterio è associata una scala discreta di valori numerici o verbali (Hansen & Ombler, 2009).
- La prestazione di un'alternativa rispetto a un criterio è assegnata a un grado o livello della scala di quel criterio, mentre la prestazione complessiva è costituita dalla somma pesata delle prestazioni su tutti i criteri.

- Ricordiamo che il valore pesato della prestazione stabilisce un limite al contributo che il criterio può portare nell'ambito della valutazione aggregata.
- Consideriamo due criteri  $j$  e  $k$ ; la prestazione dei due criteri sia assegnata per mezzo di una scala a cinque livelli il cui valore massimo è 100, ma il criterio  $j$  abbia un peso 0,5 e il criterio  $k$  un peso 0,2.

- Se un'alternativa è in grado di conseguire la massima prestazione sui due criteri, essa potrà ottenere un valore aggregato di (50+20) punti.
- La stessa valutazione è ottenuta stabilendo direttamente i «punti contributo» dei livelli dei diversi criteri. Tale situazione è esemplificata nella seguente tabella per il criterio  $j$  ( $w=0,5$ )

	Livelli delle prestazioni	Punti contributo
livello 5	100	50
livello 4	80	40
livello 3	60	30
livello 2	40	20
livello 1	20	10

- Stabiliti i criteri di valutazione e le scale a livelli per ognuno, si tratta quindi di trovare un modo per assegnare i punti contributo al valore complessivo.
- Essi devono riflettere le effettive preferenze del decisore nei confronti dei criteri.
- PAPRIKA raggiunge il risultato attraverso le *preferenze esplicitamente espresse* dal decisore in una serie di *confronti tra coppie di alternative*.

- Esempio

CMP: Compatibilità con le attrezzature esistenti	
Livelli	Punti
Molto bassa	?
Bassa	?
Media	?
Elevata	?
Molto elevata	?

MAT: Consumi materiali annui stimati (€)	
Livelli	Punti
≤ 8000	?
Tra 8100 e 10000	?
Tra 10100 e 12000	?
Tra 12100 e 16000	?
Tra 16100 e 20000	?
≥ 20100	?

- Il metodo sottopone al decisore una serie di confronti tra alternative caratterizzate da prestazioni diverse su un numero limitato di criteri e dalla stessa prestazione in tutti gli altri, del tipo seguente:

Quale soluzione preferisce: “A” o “B”? O sono indifferenti?  
(Nell’ipotesi che le prestazioni in tutti gli altri criteri siano uguali.)

“A”

Consumi materiali annui stimati  
 $\leq 8000$  €

Effetti sull'organizzazione dell'analisi  
Trascurabili

“B”

Consumi materiali annui stimati  
Tra 12100 e 16000 €

Effetti sull'organizzazione dell'analisi  
Molto positivi

- In presenza di molti criteri, ciascuno con diversi livelli di prestazione, il numero di valutazioni congiunte a cui sottoporre il decisore può essere molto elevato.
- Molte di queste alternative possono essere scartate tenuto conto che risultano dominate.
- PAPRIKA consente di individuare inizialmente tutte le «coppie dominate»:  
le coppie in cui un'alternativa ha un livello migliore dell'altra almeno in un criterio e stessi livelli in quelli rimanenti.

- Le coppie dominate sono eliminate dall'attività di valutazione congiunta e quindi riducono il carico di lavoro del decisore.
- Solo le coppie «non dominate» sono sottoposte alla valutazione del decisore.
- Il metodo utilizza un algoritmo di calcolo per proporre al decisore il numero minimo di valutazioni congiunte:  
esso consente di identificare le nuove coppie dominate che si determinano dopo ogni valutazione congiunta, eliminandole.

- Per applicare praticamente il metodo PAPRIKA, si può utilizzare un software disponibile on-line:

[www.1000minds.com](http://www.1000minds.com)

- Per comprenderne i meccanismi base svilupperemo un esempio semplice.

# *Esempio: ubicazione*

Sito	Distanza (km)	Superf (%)	Accessibilità	Infrastrutture
A	1,5	15	Su	B
B	11,0	18	B	O
C	52,0	50	B	Su
D	8,5	22	O	B
E	24,0	30	Su	O

	preferenza	→		
Distanza (km)	> 50	11-50	2-10	< 2
Superf (%)	≤ 10	10-19	20-49	≥ 50
Accessibilità	Su	B	O	
Infrastrutture	Su	B	O	

## *Applicazione: sede università*

- Uno studente intende iscriversi a un corso di laurea triennale in Ingegneria Elettronica.
- Vuole selezionare l'ateneo a cui iscriversi.
- Un'indagine condotta a livello nazionale ha individuato otto criteri utilizzati tipicamente nelle scelte degli studenti.
- Selezioneremo quattro criteri tra gli otto e stabiliremo delle scale per ciascuno di essi.

## Criteri potenziali

- **Ambiente piacevole:** dotazione di aule e spazi di ritrovo (biblioteche, aule studio, mense...) confortevoli ed esteticamente gradevoli
- **Amicizie:** seguire le scelte già effettuate dagli amici e compagni di classe delle scuole superiori
- **Borse di studio:** criteri d'accesso per le borse di studio
- **Costo:** tasse di iscrizione ed eventuali altre spese per sostenere la frequenza dell'università
- **Numerosità degli iscritti:** numero delle persone iscritte per lo specifico corso di laurea
- **Piano di studio:** possibilità di inserire molti esami a scelta libera per personalizzare il mio percorso di studi
- **Prestigio:** l'ateneo e il corso di laurea è conosciuto e riconosciuto per fama ed importanza
- **Sede:** l'attrattività della città in cui viene attivato il corso di laurea

## Criteri selezionati

- **Ambiente piacevole:** dotazione di aule e spazi di ritrovo (biblioteche, aule studio, mense...) confortevoli ed esteticamente gradevoli
- **Amicizie:** seguire le scelte già effettuate dagli amici e compagni di classe delle scuole superiori
- **Borse di studio:** criteri d'accesso per le borse di studio
- **Costo:** tasse di iscrizione ed eventuali altre spese per sostenere la frequenza dell'università
- **Numerosità degli iscritti:** numero delle persone iscritte per lo specifico corso di laurea
- **Piano di studio:** possibilità di inserire molti esami a scelta libera per personalizzare il mio percorso di studi
- **Prestigio:** l'ateneo e il corso di laurea è conosciuto e riconosciuto per fama ed importanza
- **Sede:** l'attrattività della città in cui viene attivato il corso di laurea



## Criterio «Costo»

Spesa media annua  
(€, 2014)

- Può essere un dato di riferimento per stabilire delle soglie.

### Le spese dello studente fuori sede

Tabella 1

	Media nazionale	Nord	Centro	Sud
Tasse universitarie				
Il fascia	583,78	653,61	484,17	613,58
III fascia	899,76	942,37	796,76	960,16
Libri e materiale didattico*	725,00	725,00	725,00	725,00
Trasporti urbani**	195,26	192,67	235,00	161,37
Trasporti per fuorisede**	400,00	400,00	400,00	400,00
Affitto stanza singola	3947,76	4261,92	4738,8	2842,56
Affitto stanza doppia	2651,04	2739,24	3166,32	2047,56
Spese***				
per alimentazione	1394,00	1512,00	1464,00	1206,00
per socialità <sup>3</sup>	1141,33	1132,00	1308,00	984,00
per casa <sup>4</sup>	910,33	925,00	904,00	902,00
<b>TOTALE</b>				
Il fascia in singola	9297,47	9802,20	10258,97	7834,51
in doppia	8000,75	8279,52	8686,49	7039,51
III fascia in singola	9613,45	10090,96	10571,56	8181,09
in doppia	8316,73	8568,28	8999,08	7386,09

# Scale dei criteri selezionati

# *Se volete sviluppare il vostro progetto con Paprika*

- Per accedere, registratevi a questo link:  
[www.1000minds.com/go/units.it](http://www.1000minds.com/go/units.it)
- Ipotizzate un problema di decisione di interesse per il vostro settore:
  - definite il problema (termini, attori, decisore)
  - chiarite gli obiettivi e i criteri
  - costruitene un modello utilizzando 1000minds
  - commentate i risultati ottenuti (ipotesi semplificative, limiti, fattori chiave ecc.)