

LA MISURAZIONE E LE SCALE DI MISURA

INTRODUZIONE

Prima di definire cosa s'intende per *scala di misura*, applicata ad un *fenomeno sociale*, è opportuno chiarire il significato di alcuni termini che saranno usati di seguito.

Si definisce *fenomeno*, in generale, ogni fatto percepito e constatato. In particolare, il *fenomeno sociale* è relativo alla vita di una collettività, in quanto influisce sulle azioni degli individui di quella collettività.

Un concetto o un fenomeno quando trattati in ambito statistico assumono il nome di *variabile statistica*, o più semplicemente *variabile*. Le manifestazioni osservate di un concetto o fenomeno sono sempre tradotte in numeri e assumono il nome di *modalità della variabile*.

Si definisce *concetto* ogni rappresentazione mentale che può avere un referente direttamente osservabile (come le *ore di sciopero*, la *religione professata*, il *titolo di studio*, il *livello d'istruzione*, il *peso*, la *statura*, l'*età*, ecc.), o non direttamente osservabile (come l'*intelligenza*, la *felicità*, la *socievolezza*, la *qualità della vita*, l'*abilità*, ecc.), anche se le intensità con cui esso si manifesta possono essere osservate. Se il concetto ricade lungo un'unica *dimensione*, sulla quale si possono porre le diverse modalità (valori quantitativi, o categorie qualitative) che può assumere, esso si dice *unidimensionale*; se, invece, è formato da più sottoconcetti, a ciascuno dei quali associata una specifica e distinta dimensione, allora il concetto si dirà *multidimensionale*.

Se le diverse intensità (d'ora in avanti, modalità) con cui il concetto si manifesta sono modalità poste lungo una dimensione *quantitativa*, allora esse saranno esprimibili tramite numeri reali (cardinali) e il concetto sarà rappresentabile statisticamente attraverso una *variabile quantitativa*. Ad esempio, la *statura* è un concetto le cui manifestazioni sono direttamente osservabili e sono modalità di una variabile quantitativa, date dalle diverse stature, misurate in *cm* (178 *cm*) o *metri* (1,78 *m*).

Se, invece, le modalità sono esprimibili esclusivamente con termini verbali, allora il concetto è rappresentabile statisticamente, attraverso una *variabile qualitativa*. Ad esempio, il *genere* di un individuo è una variabile qualitativa le cui modalità, o *categorie*, sono *maschio* e *femmina*. È ovvio, poi, che anche alle categorie delle variabili qualitative possono essere assegnati valori numerici, ma i numeri saranno solo delle *etichette*, sulle quali non si possono eseguire operazioni aritmetiche.

Si definisce *relazione* tra due concetti ogni *criterio* o *legge* che associa a modalità dell'uno, una o più modalità dell'altro. Ad esempio, c'è relazione tra il clima di una regione e la sua vegetazione, ma non c'è relazione fra il colore di un'automobile e la sua velocità massima.

LA MISURAZIONE

Una delle funzioni più importanti della misurazione consiste nel permettere al ricercatore di sottoporre a verifica le sue ipotesi di lavoro. La funzione della misurazione è quella di connettere ogni concetto alla realtà osservabile, qualunque sia il suo livello di astrazione. La misurazione prepara quindi la scena per la verifica delle proposizioni, permettendo al ricercatore di effettuare osservazioni che si riconnettono ai diversi concetti usati. Una volta effettuata quest'operazione, qualsiasi proposizione può essere sottoposta a verifica empirica e si può affermare che essa è vera o falsa, sulla base delle prove disponibili.

Sembra quindi abbastanza evidente che la misurazione e la teoria siano inestricabilmente connesse e che la misurazione sia inutile, se non contribuisce allo sviluppo e alla verifica di proposizioni e teorie.

Di seguito sono riportate le decisioni che un ricercatore deve prendere nell'ambito di un processo di misurazione:

1. *cosa misurare*: definire in modo preciso il concetto che si vuole misurare. Il ricercatore deve scegliere concetti importanti rispetto alla teorizzazione esistente, o che possano essere agevolmente usati per la costruzione di nuove teorie;
2. *come misurare*: specificare uno o più aspetti osservabili, direttamente o indirettamente, del concetto che si vuole studiare;
3. *individuare una regola di misurazione* mediante la quale determinare il livello (valore o categoria) di un attributo o carattere, posseduto da una determinata unità di analisi (*unità statistica*), livello che può essere sia quantitativo che qualitativo.

Ognuna delle varie procedure conosciute incorpora alcuni presupposti sulla natura dei fenomeni studiati e permette un diverso livello di precisione. Il numero dei presupposti ed il livello di precisione in genere variano assieme, cosicché, man mano che aumenta il numero di requisiti, la cui presenza viene data per scontata, aumenta anche il livello di precisione. Le tre decisioni sono tra loro collegate e dipendono dagli scopi dell'indagine, dalla professionalità del ricercatore e dalla complessità del concetto studiato, nonché del collettivo in oggetto.

Per misurare le intensità con le quali si manifestano i fenomeni sociali si utilizzano le *scale di misura*, che sono strumenti di misura di variabili endogene al fenomeno, ossia riguardano la struttura e la natura del fatto in analisi.

LE SCALE DI MISURA

L'uso del termine *misura*, inteso come risultato di un processo di misurazione, e quindi valore di una grandezza, non crea alcuna ambiguità quando è riferito a grandezze direttamente osservabili e note a tutti (es. il peso o la statura). Se invece il concetto da misurare non è direttamente osservabile (ad es. l'intelligenza), l'attribuzione di una misura è meno ovvia e più complessa. Quando si misurano degli attributi comportamentali, o comunque delle caratteristiche meramente qualitative, è necessario ricorrere a strumenti non metrici, quali le *scale*, sulle quali disporre i diversi livelli dell'attributo in esame.

D'importanza centrale in questo contesto è la *Teoria sulle Scale di Misura* introdotta da S.S. Stevens nel 1946 [1]. Queste sono brevemente illustrate qui di seguito, seguendo un ordine che va dal livello di misura più basso a quello più elevato.

Le scale di misura non sono altro che uno strumento. La tecnica di costruzione delle scale serve ad assegnare, secondo una *regola* prestabilita e fissata, numeri (o etichette) ad un *carattere* di certi oggetti, così da attribuire una o più proprietà dei numeri assegnati alle modalità del carattere stesso, condizionatamente alla natura del carattere.

La calibratura di un termometro (*strumento di misura*) indica una serie di gradi numerati, siano essi gradi centigradi, Fahrenheit o Kelvin. Quando si misura la temperatura (*carattere o variabile*) di un certo oggetto/soggetto (*unità statistica*), attraverso il termometro si assegna un certo numero di gradi (*modalità della variabile*) alla sua temperatura, ossia si assegna uno e un solo numero all'intensità del carattere per quell'oggetto/soggetto. Tenuto conto dell'efficacia del termometro come strumento, in termini di scala di misura, i numeri assegnati alle diverse temperature godono sia della proprietà dell'ordinamento che quella dell'additività degli insiemi numerici di definizione. Le proprietà dei numeri, assegnati alle intensità del carattere misurato, non vengono trasferite automaticamente dagli insiemi numerici di definizione all'universo empirico del fenomeno che si vuole misurare. È necessario l'intervento del ricercatore per attribuire alcune caratteristiche dei numeri alle proprietà degli oggetti. Ad esempio, le bilance a molla possono essere usate per misurare il peso, ma perché ciò sia possibile è stato necessario inventare prima la bilancia. Una volta che uno strumento del genere è stato inventato, non vi è alcuna garanzia che esso sia effettivamente capace di attribuire alcune delle caratteristiche dei numeri alla intensità che misura. Se, per esempio, l'indice della bilancia, o il liquido mercurio nel termometro, variano in modo imprevedibile, non saremo più in grado di misurare il peso, o la temperatura, in modo tale da rendere ordinabile e/o additiva ogni misurazione.

Le procedure di costruzione delle scale di misura consentono di attribuire, alle intensità osservate dei fenomeni, proprietà dei numeri quali l'unicità, l'ordinamento, l'additività e la moltiplicabilità.

Per poter attribuire le diverse proprietà dei numeri alle caratteristiche dei fenomeni è necessario che gli assiomi della *teoria dei numeri* valgano per le stesse proprietà. Non si tratta però di un problema che può essere risolto in modo univoco. Le procedure di costruzione delle scale differiscono tra loro a seconda dell'attenzione dedicata alla verifica di questi assiomi e queste variazioni riflettono diverse strategie di misurazione.

LA SCALA NOMINALE

Si costruisce una scala *nominale* quando l'unica proprietà dei numeri che si può trasferire è l'*unicità*: ogni numero è *unico* e pertanto attribuisce un'*etichetta* diversa agli oggetti/soggetti con intensità diverse di una proprietà e/o qualità misurata. Sfruttando la proprietà dell'unicità dei numeri assegnati alle proprietà e/o qualità osservate è possibile classificare univocamente e senza ambiguità ogni unità statistica.

In genere, un carattere è misurabile "a livello di scala nominale", se è possibile *classificare* le sue modalità qualitative, osservate sulle unità statistiche (u.s.) di un collettivo, in un numero finito ($k \geq 2$) di categorie dette *classi*. Tali classi devono soddisfare le seguenti condizioni:

1. ogni classe deve essere non vuota (*esaustività*);
2. classi diverse devono essere disgiunte (*distinte*);
3. ogni u.s. deve appartenere ad una e una sola classe (*reciprocamente esclusive*);
4. tutte le u.s. incluse in una stessa classe sono *equivalenti*: ossia se A e B appartengono alla stessa classe, allora A e B sono *equivalenti*.

L'insieme di tutte le classi di equivalenza è denominato *scala nominale*. L'attributo nominale indica che ad ogni classe di equivalenza e ad ogni elemento di quella classe, può essere associata una locuzione verbale. Da quanto detto, appare evidente che i caratteri qualitativi *sconnessi* sono misurati a livello di scala nominale. Le classificazioni, quali ad esempio quelle che si riferiscono ai colori e ai giorni della settimana, nelle quali non vi è sovrapposizione tra le diverse categorie, costituiscono scale nominali. Non sono invece scale nominali i sistemi di classificazione le cui categorie si sovrappongono (ad esempio Protestanti, Battisti, Episcopali).

La scala nominale gode delle seguenti *proprietà*:

- *riflessiva*: $A = A$
- *simmetrica*: se $A = B \Rightarrow B = A$
- *transitiva*: se $A=B$ e $B=C \Rightarrow A=C$.

LA SCALA ORDINALE

Si costruisce una scala *ordinale* quando si può trasferire, oltre alla proprietà dell'unicità, la proprietà dell'*ordinamento* dei numeri. Le scale ordinali, infatti, hanno a che fare con le relazioni ordinali tra i numeri. Così 1 è meno di 2, 2 è meno di 3 e così via; in questo caso i numeri sono appunto *ordinali* e denotano esclusivamente *posizioni* (o *ranghi*) in un *ordinamento*, o *graduatoria*. Nelle situazioni di ricerca nessuno dice al ricercatore se i fenomeni reali sono ordinati secondo una graduatoria e se si può assegnare agli oggetti un numero d'ordine, riferito ad una data caratteristica osservata del fenomeno. Il ricercatore deve quindi svolgere due compiti, in modo sequenziale:

- i. verificare se il fenomeno che si vuole misurare possiede la caratteristica ordinale dei numeri;
- ii. ordinare le u.s. in relazione ad una data variabile, assegnando numeri d'ordine.

Considerati due qualsiasi elementi, A e B , appartenenti a classi diverse, la scala ordinale consente di stabilire se A precede B ($A < B$), o se B precede A ($B < A$); oppure, invertendo la direzione dell'ordinamento se A segue B ($A > B$) o B segue A ($B > A$). L'insieme delle categorie ordinate costituisce una *graduatoria* e il numero d'ordine assegnato all'unità statistica in seno alla graduatoria è chiamato *rango*.

Le scale ordinali, oltre che delle proprietà delle scale nominali, godono della *proprietà della tricotomia*, secondo cui:

$$\forall A, B \in E : \text{sempre } A = B \vee A < B \vee B < A$$

dove E è l'insieme sul quale è stata definita la *relazione d'ordine* $<$.

Ad *esempio*, se classifichiamo l'insieme degli ufficiali dell'esercito secondo il loro grado e consideriamo due elementi A e B , possiamo sempre dire se A è equivalente a B (A e B hanno lo stesso grado), o se A precede B (A ha grado inferiore a B), oppure se B precede A (A ha grado superiore a B).

Da quanto detto si deduce che con una scala ordinale possono essere misurati tutti i caratteri qualitativi *ordinabili*, le cui modalità ammettono un ordine naturale di successione, mentre quelli che non possono essere misurati su questa scala sono detti *caratteri qualitativi non ordinabili o sconnessi* (sesso, professione, religione, stato civile, ecc.). I caratteri ordinabili possono essere distinti in: *ciclici*, quando le modalità presentano un ordine definito di successione, senza che si possa dire quale è la prima e quale l'ultima (i giorni della settimana), se non per convenzione; e *rettilinei*, quando ciò non si verifica (i gradi militari, le qualifiche dei medici ospedalieri, il titolo di studio).

L'*ordinamento* può essere *semplice* o *parziale*, a seconda che valgono o meno certi assiomi.

Assiomi dell'ordinamento semplice

Sia C un insieme qualsiasi, i cui elementi sono *punti*, che indichiamo con lettere minuscole x, y, z, a, b, \dots . Poniamo che tra i punti di C vi sia una *relazione binaria*, rispetto ad una certa caratteristica non meglio precisata, che indichiamo con $<$ e che chiamiamo *precede*.

Possiamo dire che C è *in ordine semplice*, o *lineare*, rispetto a $<$, se valgono i seguenti assiomi:

1. siano x e y due punti *distinti* di C , allora si deve avere che $x < y$ o $y < x$ oppure che $x < y$ e $y > x$;
2. se $x < y \Rightarrow x \neq y$;
3. se $x < y$ e $y < z \Rightarrow x < z$.

È facile quindi dimostrare che se $x, y \in C$ e $x \neq y$ non è possibile che sia $x < y$ e $y < x$.

Assiomi dell'ordinamento parziale

Sia C è un qualsiasi insieme e \leq (precede o coincide) una relazione binaria tra elementi di C , allora C si dice *parzialmente* (o *debolmente*) *ordinato* rispetto a \leq , se sono soddisfatti i seguenti assiomi:

1. $\forall x \in C \Rightarrow x \leq x$;
2. se $x \leq y$ e $y \leq x \Rightarrow x = y$ ossia x e y indicano lo stesso elemento di C ;
3. se $x \leq y$ e $y \leq z \Rightarrow x \leq z$.

Questi assiomi permettono un gran numero di pareggi, in quanto il segno \leq può essere interpretato come *precede o è pari a*. In un ordinamento semplice invece, non possono mai verificarsi pareggi, in quanto dati due punti diversi, l'uno deve precedere l'altro. Quindi, in un ordinamento debole, soggetti con pari punteggio hanno uguale rango; in un ordinamento semplice, vi sono solo soggetti con punteggi diversi a cui corrispondono ranghi diversi.

LA SCALA A INTERVALLI

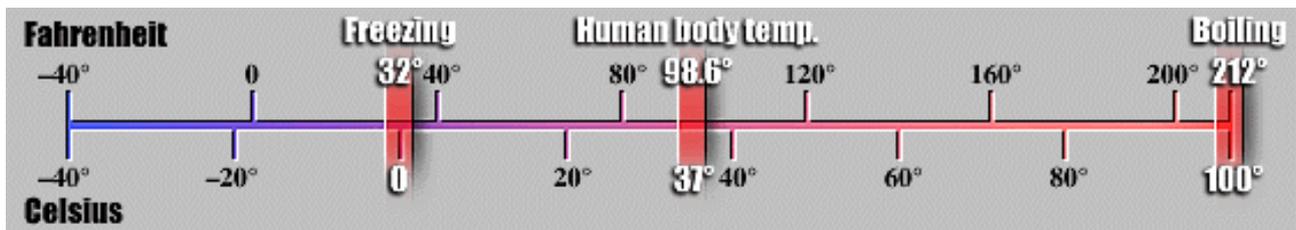
Le *scale ad intervalli* sono quelle in cui è possibile fissare *un'unità di misura arbitraria ed uno zero arbitrario*, condizioni necessarie per trasferire la proprietà *additiva* dei numeri. Affinché ciò sia possibile, è necessario che i numeri assegnati alle intensità osservate del fenomeno siano *numeri cardinali*. Pertanto, questa è la prima delle scale di misura per una variabile quantitativa, sia essa di natura continua o discreta. Questa scala, oltre alle proprietà delle scale nominali e ordinali possiede specifiche proprietà, che mettono in relazione le proprietà dell'ordinamento semplice con quelle dell'*equivalenza*:

1. se $x = y$, non è vero che $x < y$ e non è vero che $y < x$;
2. se $x = y$ e $x < z \Rightarrow y < z$;
3. se $x = y$ se non è vero che $x < z$, non è vero neppure che $y < z$.

Un altro insieme di proprietà serve a definire la *proprietà additiva*:

4. se $x + y = z \Rightarrow y + x = z$ (*proprietà commutativa*);
5. se $x = x'$ e $0 < y \Rightarrow x' < x + y$: 0 precede y, cioè y è più di zero, quindi, aggiungendo y ad una delle due quantità equivalenti, le due quantità non saranno più equivalenti;
6. se $x = x'$ e $y = y' \Rightarrow x + y = x' + y'$ (*assioma degli uguali*);
7. $x + (y + z) = (x + y) + z$ (*proprietà associativa*).

Un classico esempio didattico di scala ad intervalli sono le scale impiegate per misurare la temperatura ambientale: la scala in gradi Celsius ($^{\circ}\text{C}$) e quella in gradi Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$). Prendiamo, ad esempio, la Scala Celsius: la differenza tra 10°C e 20°C è identica a quella tra 85°C e 95°C . L'equivalenza può essere stabilita facendo riferimento al numero di calorie necessarie per cambiare la temperatura di una sostanza standard. Infatti, occorrono dieci calorie per innalzare la temperatura dell'acqua da 10°C a 20°C , le stesse che occorrono per innalzare la temperatura dell'acqua da 85°C a 95°C . Inoltre, si può verificare con facilità che questa scala soddisfa tutti gli assiomi della scala di intervalli. Le stesse considerazioni possono essere estese alle misure della temperatura poste sulla Scala Fahrenheit. È da osservare che la differenza tra le due scale non è, ovviamente, in ciò che esse misurano, ma in come lo misurano, perché hanno diversa unità di misura e zero arbitrario. Si tratta solo di una trasformazione lineare, che trasla lo zero arbitrario e modifica l'unità di misura, infatti: $^{\circ}\text{F} = 32 + 1.8^{\circ}\text{C}$, da cui $0^{\circ}\text{C} = 32^{\circ}\text{F}$. In figura è mostrata la relazione tra le misure poste sulle due diverse scale.



LA SCALA DI RAPPORTI

La *scala di rapporti* possiede tutte le proprietà delle scale precedenti. Anche le misure poste su questa scala prevedono l'uso di numeri cardinali e, quindi, si impiegano per misurare concetti puramente quantitativi. Rispetto alla scala a intervalli, la scala di rapporti in più possiede uno *zero assoluto*, ossia un valore della scala sotto il quale non si può scendere. Solo grazie alla presenza dello zero assoluto le operazioni di moltiplicazione e divisione tra le misure sono ammissibili. Riprendendo l'esempio della misura della temperatura, una scala di rapporti è la scala Kelvin, il cui zero (-273.15°C) è lo zero assoluto della temperatura. Altri esempi di variabili misurate su scale di

rapporti sono: l'età, la statura, il peso, il reddito, ecc. Le scale di rapporti permettono al ricercatore di esprimere le relazioni che esistono tra le variabili in termini di prodotti o di rapporti.

Riferimenti bibliografici.

1. S. S. Stevens, *On the Theory of Scales of Measurement*. Science, New Series, Vol. 103, No. 2684 (Jun. 7, 1946), pp. 677-680. Published by: American Association for the Advancement of Science. Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/1671815>