

VARIABILI ALEATORIE DISCRETE - 2

Esercizio 3.

Si decide che l'esame di "Probabilità e statistica" per l'anno accademico 2016/2017 consisterà in un test a crocette. Vengono preparate 5 domande e per ogni domanda sono presenti 3 possibili risposte.

- i) Qual è la probabilità che uno studente risponda correttamente ad almeno 4 domande mettendo le crocette a caso?
- ii) Qual è il punteggio atteso mettendo le crocette a caso? (*1 punto per ogni risposta corretta, 0 punti per ogni risposta errata o mancante*).

Risoluzione

- i) $X =$ "numero di risposte corrette"

$$P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5) \sim 0.045$$

$$P(X = 4) = \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^1 \binom{5}{4} = \frac{2}{3^5} \sim 0.041$$

$$P(X = 5) = \left(\frac{1}{3}\right)^5 \left(\frac{2}{3}\right)^0 \binom{5}{5} = \frac{1}{3^5} \sim 0.004$$

- ii) $X =$ "punteggio atteso" = "numero risposte esatte"

$$E[X] = P(X = 1) + 2P(X = 2) + 3P(X = 3) + 4P(X = 4) + 5P(X = 5) \sim 1.67$$

$$P(X = 1) = \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right)^4 \binom{5}{1} = \frac{2^4}{3^5} \sim 0.329$$

$$P(X = 2) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \binom{5}{2} = \frac{2^3}{3^5} \sim 0.329$$

$$P(X = 3) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \binom{5}{3} = \frac{2^2}{3^5} \sim 0.165$$