

Università degli Studi di Trieste
Facoltà di Ingegneria

APPUNTI del CORSO di
ELETTROTECNICA

Trasformatore

a.a. 2016-2017



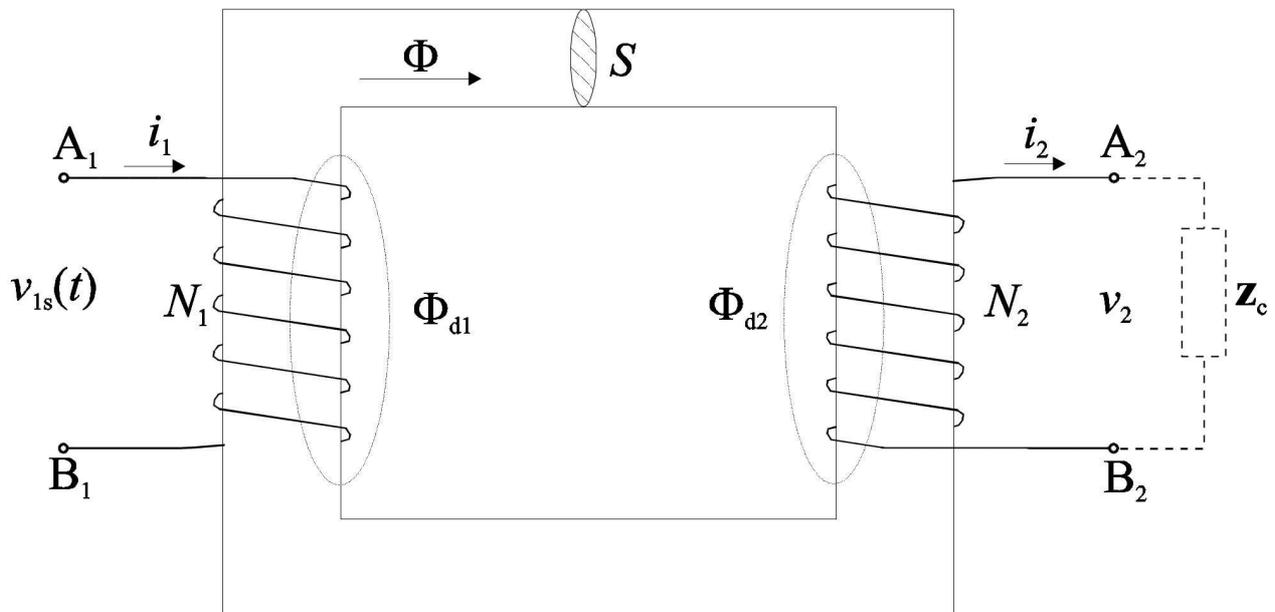
Introduzione

- Trasformazione dell'energia elettrica da bassa ad alta tensione e viceversa con una macchina statica semplice e robusta, con rendimento elevato (dal 95% delle piccole al 99% delle grandi)
- Energia elettrica prodotta dagli alternatori è elevata con un trasformatore *elevatore* per la trasmissione e abbassata con un trasformatore *abbassatore* per la distribuzione
- Si compone di un nucleo magnetico di piccola riluttanza e quindi di elevata permeabilità, senza traferro.

Principi costruttivi

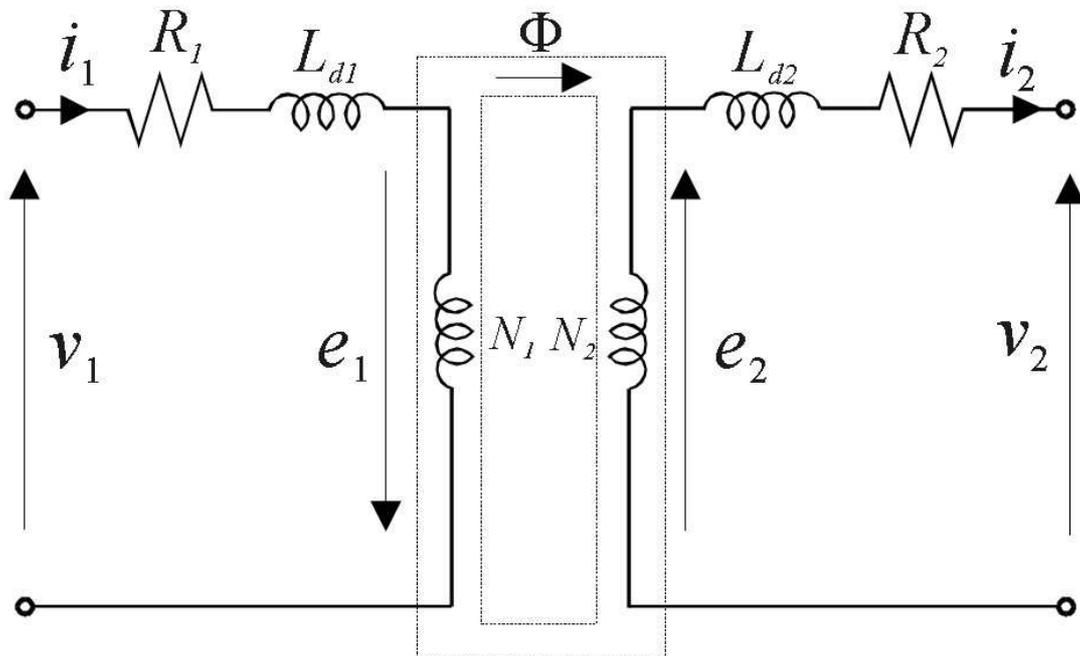
- Le parti costituenti sono:
 - Nucleo: formato da un pacco di lamierini sottili ad elevata permeabilità isolati tra loro con il piano di laminazione parallelo alle linee di flusso
 - Uno o più avvolgimenti primari
 - Uno o più avvolgimenti secondari
- Per problemi di isolamento e di raffreddamento si hanno trasformatori:
 - In aria
 - In olio
 - In resina

Schema del trasformatore monofase



- Nucleo in materiale ferromagnetico
- Flusso principale Φ
- Flussi dispersi Φ_{d1} Φ_{d2}
- Resistenze degli avvolgimenti R_1 e R_2
- Niente perdite del ferro
- Alimentazione $v_{1s}(t)$ sinusoidale al primario
- Carico Z_c al secondario

Flussi e f.e.m.



- Flussi dispersi

$$\Phi_{d1} = L_{d1} i_1$$

$$\Phi_{d2} = L_{d2} i_2$$

- Forza magneto-motrice

$$N_1 i_1 + N_2 i_2 = \mathcal{R}\Phi$$

- Forze elettromotrici

$$e_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}, \quad e_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

Modello circuitale del trasformatore

- Le equazioni elettriche sono

$$\begin{cases} v_1 + e_1 = R_1 i_1 + L_{d1} \frac{di_1}{dt} \\ -v_2 + e_2 = R_2 i_2 + L_{d2} \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

- Passiamo ai fasori

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= -j\omega N_1 \Phi, & \mathbf{E}_2 &= -j\omega N_2 \Phi \\ X_{d1} &= \omega L_{d1}, & X_{d2} &= \omega L_{d2} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 - j\omega N_1 \Phi = R_1 \mathbf{I}_1 + jX_{d1} \mathbf{I}_1 \\ -\mathbf{V}_2 - j\omega N_2 \Phi = R_2 \mathbf{I}_2 + jX_{d2} \mathbf{I}_2 \end{cases}$$

Equazioni interne e esterne

- 3 eq. interne complesse in 5 variabili complesse:
- 6 eq. reali, 10 variabili reali (9 fissando la fase di \mathbf{V}_1)
- \rightarrow 3 gradi di libertà: eq. esterne (3 eq. reali)

$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 = (R_1 + jX_{d1})\mathbf{I}_1 + j\omega N_1 \Phi \\ 0 = (R_2 + jX_{d2})\mathbf{I}_2 + j\omega N_2 \Phi + \mathbf{V}_2 \\ N_1 \mathbf{I}_1 + N_2 \mathbf{I}_2 = \mathcal{R} \Phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 = V_{1s} \\ \mathbf{V}_2 = \mathbf{z}_c \mathbf{I}_2 \end{cases}$$

Equazioni semplificate

- In condizioni di quasi-idealità, considerando le perdite nel rame nulle e il materiale ferromagnetico perfetto:

$$R_1, R_2 \approx 0, L_{d1} = L_{d2} \approx 0,$$

$$\mu_{FE} \rightarrow \infty \Rightarrow \mathcal{R} = \frac{l}{\mu_{FE} S} \approx 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{V}_1 \approx j\omega N_1 \Phi \\ -\mathbf{V}_2 \approx j\omega N_2 \Phi \\ N_1 \mathbf{I}_1 + N_2 \mathbf{I}_2 = 0 \\ \mathbf{V}_1 = V_{1s} \\ \mathbf{V}_2 = \mathbf{z}_c \mathbf{I}_2 \end{array} \right.$$

- Da cui: $V_1 / V_2 = N_1 / N_2$, $I_1 / I_2 = N_2 / N_1$
- Per le potenze apparenti:

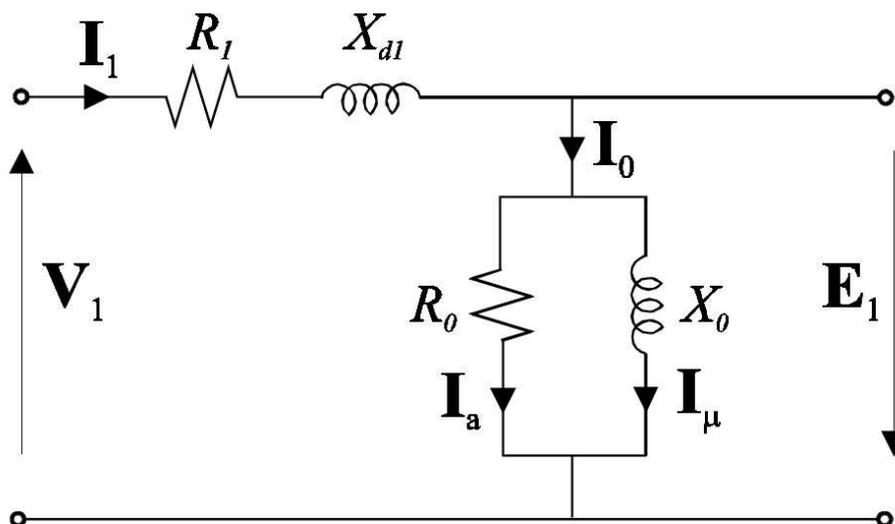
$$P_{app1} = V_1 I_1 = V_2 I_2 = P_{app2}$$

Trasformatore a vuoto

- $\mathbf{I}_2 = 0 \Rightarrow \mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_0$ (corrente a vuoto)
 - \mathbf{I}_μ : corrente di magnetizzazione
 - \mathbf{I}_a : corrente per le perdite nel ferro

$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 \approx -\mathbf{E}_1 = j\omega N_1 \Phi \\ N_1 \mathbf{I}_\mu = \mathcal{R} \Phi \end{cases}$$

$$\mathcal{R} \text{ piccola} \Rightarrow I_\mu \ll I_{1n}$$

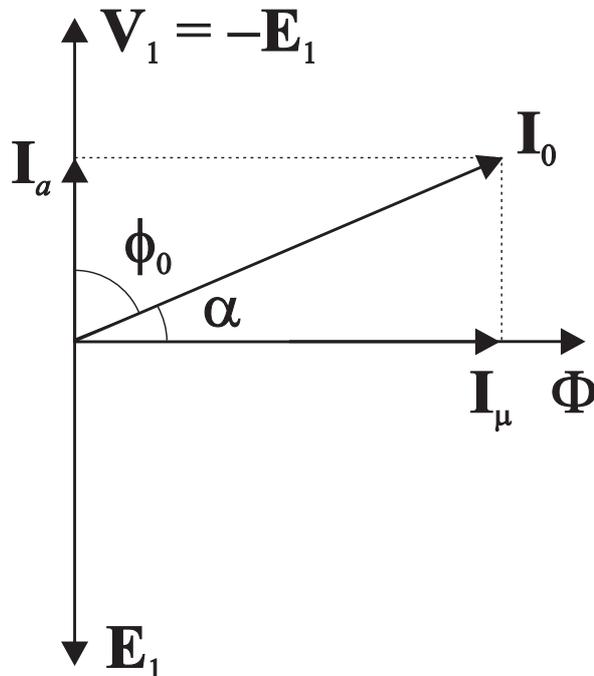


Perdite nel ferro

- Il funzionamento a vuoto è rappresentato da una resistenza fittizia R_0 e da una reattanza fittizia X_0 , dove α è l'angolo di perdita del nucleo

$$\cos \phi_0 = \frac{I_a}{I_0}, \quad I_0 = \sqrt{I_a^2 + I_\mu^2}$$

$$I_\mu = I_0 \cos \alpha, \quad I_a = \frac{P_0}{V_1} = V_1 I_0 \cos \phi_0$$



Perdite nel ferro (2)

- 1) Isteresi magnetica (basse)
- 2) Correnti parassite (pacco di lamierini isolati)
 - Cifra di perdita C_p [W/kg] con campo di 1T a 50 Hz.
Valori tipici: 0.9-1.2 W/kg
 - Dipendono da B_M (prop. a V_1) e da f , quindi non dipendono dal carico, da cui dipende invece la corrente e quindi le perdite nel rame. Si dice allora che le perdite a vuoto di un trasformatore sono le perdite nel ferro P_0 .

$$S_n = V_{1n} I_{1n} = V_{2n} I_{2n}$$

$$\cos \phi_0 \approx 0.1$$

$$R_0 = \frac{V_1}{I_a}, \quad X_0 = \frac{V_1}{I_\mu}$$

$$P_0 = V_1 I_0 \cos \phi_0$$

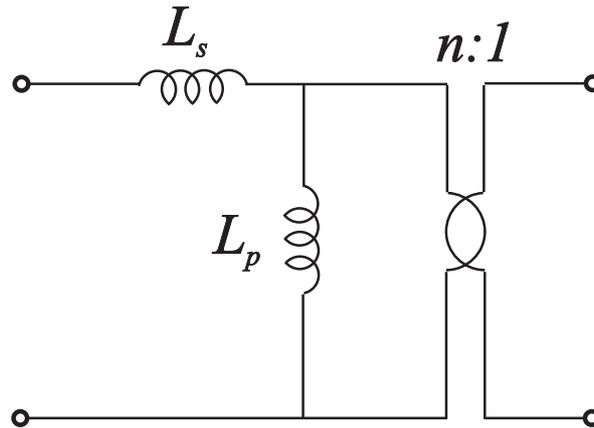
$$Q_0 = V_1 I_0 \sin \phi_0$$

$$I_{0\%} = 100 \frac{I_0}{I_{1n}} = 0.5 - 3\%$$

$$P_{0\%} = 100 \frac{P_0}{S_n} = 0.1 - 1\%$$

Mutua induttanza

- Un modello equivalente delle mutue è



$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}, \quad -1 \leq k \leq 1$$

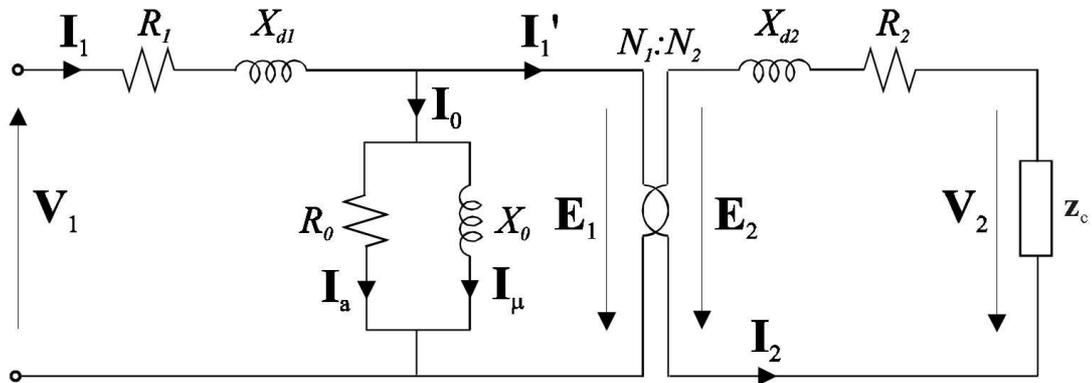
$$n = \frac{M}{L_2}, \quad L_p = \frac{M^2}{L_2} = k^2 L_1,$$

$$L_s = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_2} = (1 - k^2) L_1$$

- Se $k = 1$ (accoppiamento massimo)

$$n = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \frac{N_1}{N_2}, \quad L_p = L_1, \quad L_s = 0$$

Trasformatore a carico



- Con il carico \mathbf{z}_c scorre una corrente \mathbf{I}_2
- $N_2\mathbf{I}_2$ agisce sul nucleo alterando il flusso Φ prodotto prima dalla sola $N_1\mathbf{I}_\mu$
- Si modifica la corrente del primario per opporsi alla variazione di Φ , cioè si aggiunge la corrente \mathbf{I}_1' alla \mathbf{I}_μ in modo tale da generare una $N_1\mathbf{I}_1'$ uguale e contraria alla $N_2\mathbf{I}_2$.

$$\mathbf{V}_1 \approx -\mathbf{E}_1 = j\omega N_1 \Phi$$

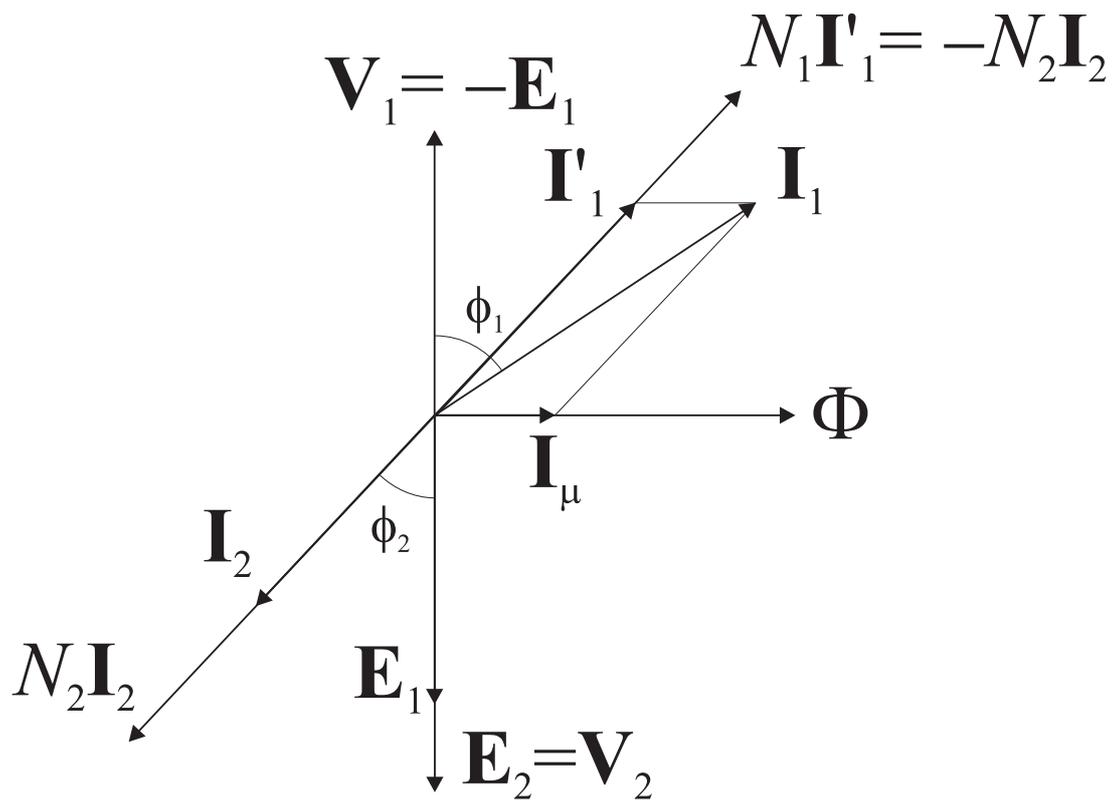
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (E_1 = j\omega N_1 \Phi, \quad E_2 = j\omega N_2 \Phi)$$

$$\frac{I_1'}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$I_\mu \ll I_{1n} \text{ (qualche \%)} \Rightarrow I_1 \approx I_1'$$

Diagramma fasoriale a carico

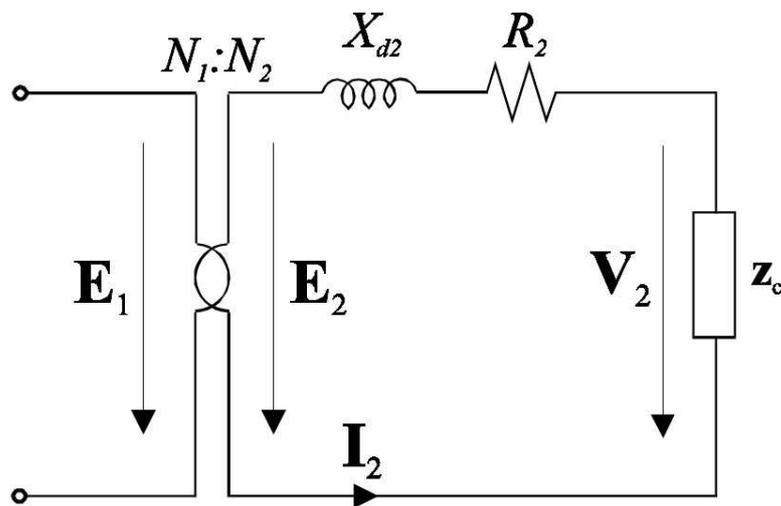
- Diagramma fasoriale a carico semplificato (senza perdite)



Rete equivalente a carico

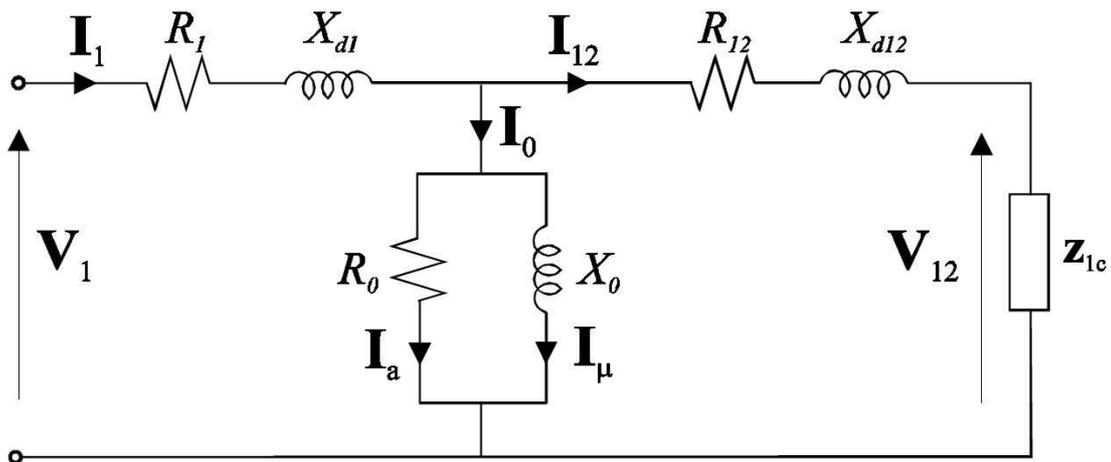
- Eliminando il trasformatore ideale:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{12} = R_2 \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2, \quad X_{d12} = X_{d2} \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \\ \mathbf{V}_{12} = -\mathbf{V}_2 \frac{N_1}{N_2}, \quad \mathbf{I}_{12} = -\mathbf{I}_2 \frac{N_2}{N_1} \\ \mathbf{z}_{1c} = \mathbf{z}_c \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \end{array} \right.$$



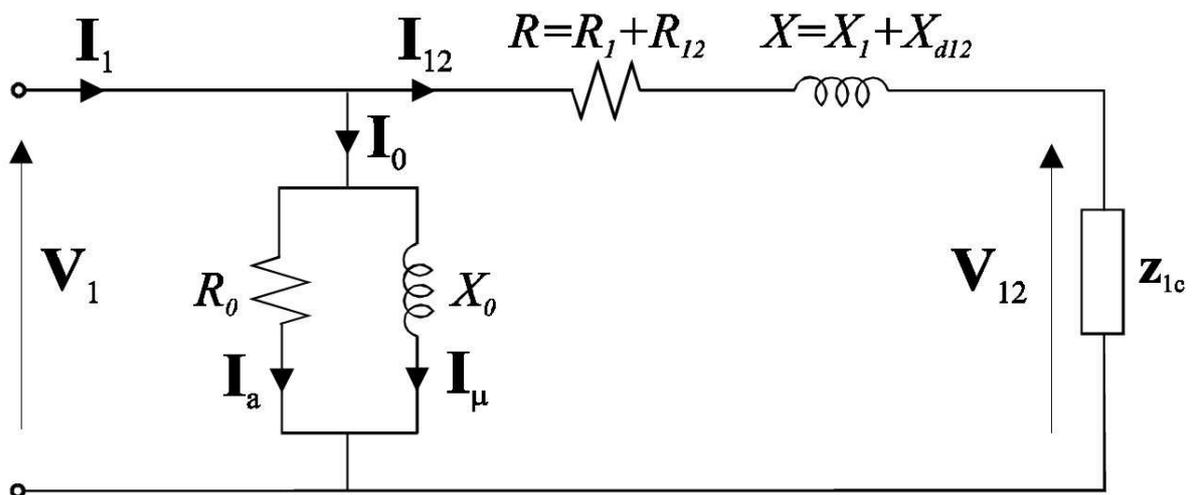
Rete equivalente a carico (2)

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{V}_1 - (R_1 + jX_{d1})\mathbf{I}_1 - jX_0\mathbf{I}_\mu = 0 \\ -jX_0\mathbf{I}_\mu + (R_{12} + jX_{d12})\mathbf{I}_{12} + \mathbf{V}_{12} = 0 \\ -R_0\mathbf{I}_a + jX_0\mathbf{I}_\mu = 0 \\ \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_{12} - \mathbf{I}_a - \mathbf{I}_\mu = 0 \\ \mathbf{V}_{12} - \mathbf{z}_{1c}\mathbf{I}_{12} = 0 \\ \mathbf{V}_1 = V_{1s} \end{array} \right.$$



Rete equivalente a carico semplificata

- L'errore è piccolo poiché $I_0 \ll I_1$.



Prova in corto circuito

- I_0 trascurabile rispetto a I_{1cc}
- Tensione di corto circuito $V_{cc\%}$: tensione ridotta di alimentazione al primario perché sia $I_{1cc} = I_{1n}$

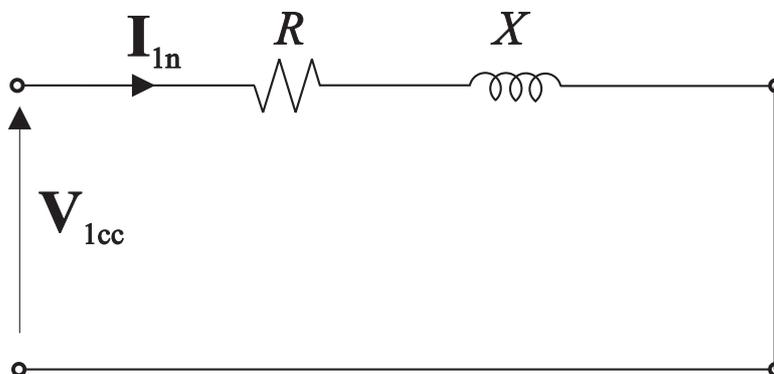
$$I_{1n} = \frac{V_{1cc}}{z_{1cc}}, \quad z_{1cc} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$V_{cc\%} = 100 \frac{V_{1cc}}{V_{1n}} = 100 \frac{V_{2cc}}{V_{2n}}, \quad \cos \varphi_{cc} = \frac{R}{z_{1cc}}$$

$$P_{cc\%} = 100 \frac{P_{cc}}{S_n}$$

$$z_{1cc} = \frac{V_{cc\%}}{100} \frac{V_{1n}^2}{S_n}, \quad z_{2cc} = \frac{V_{cc\%}}{100} \frac{V_{2n}^2}{S_n}$$

- La tensione di cc, il fattore di potenza di cc, le tensioni nominali e la potenza apparente $S_n = V_{1n} I_{1n}$ [VA] costituiscono i dati di targa di un trasformatore.



Prova in corto circuito (2)

- fino a 1MVA: $V_{cc\%} = 2-5\%$
- fino a 100 MVA: $V_{cc\%} = 5-15\%$
- Potenza dissipata (P_{cc}):
 - potenza erogata nulla
 - perdite nel ferro trascurabili perché Φ è ridotto nella stessa proporzione di V_1
 - perdite nel rame: $P_j = R I_{1n}^2$
- $P_{cc} = V_{1cc} I_{1n} \cos \phi_{cc} = V_{2cc} I_{2n} \cos \phi_{cc}$

$$A \rightarrow I_{1n} \quad V \rightarrow V_{1cc} \quad W \rightarrow P_{cc}$$

$$R = \frac{P_{cc}}{I_{1n}^2}, \quad z_{cc} = \frac{V_{1cc}}{I_{1n}}, \quad X = \sqrt{z_{cc}^2 - R^2}$$

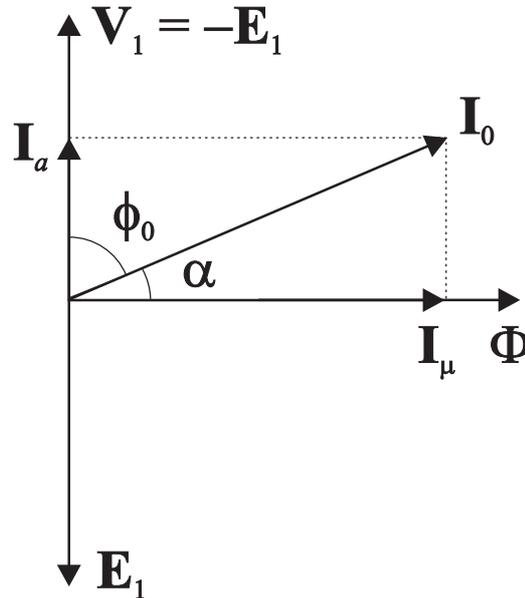
$$\cos \phi_{cc} = \frac{P_{cc\%}}{V_{cc\%}} \left(= \frac{P_{cc}}{V_{1cc} I_{1n}} = \frac{P_{cc}}{S_{1n}} \frac{S_{1n}}{V_{1cc} I_{1n}} = \frac{P_{cc}}{S_{1n}} \frac{V_{1n} I_{1n}}{V_{1cc} I_{1n}} \right)$$

Prova a vuoto

- Si determinano le perdite nel ferro

$$P_f = P_0 = V_{1n} I_0 \cos \varphi_0 = R_0 I_a^2$$

$$R_0 = \frac{V_{1n}^2}{P_0}, I_a = \frac{P_0}{V_{1n}}, I_\mu = \sqrt{I_0^2 - I_a^2}, X_0 = \frac{V_{1n}}{I_\mu}$$



Rendimento a carico

- Sotto carico, la potenza fornita è:

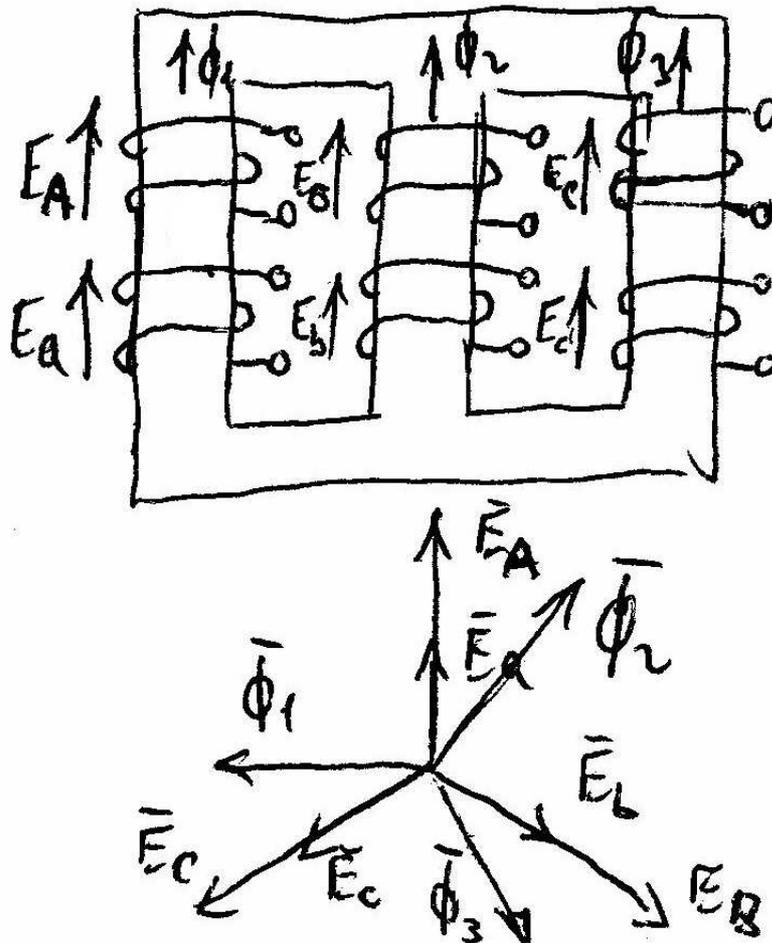
$$P_2 = V_2 I_2 \cos \phi_2$$

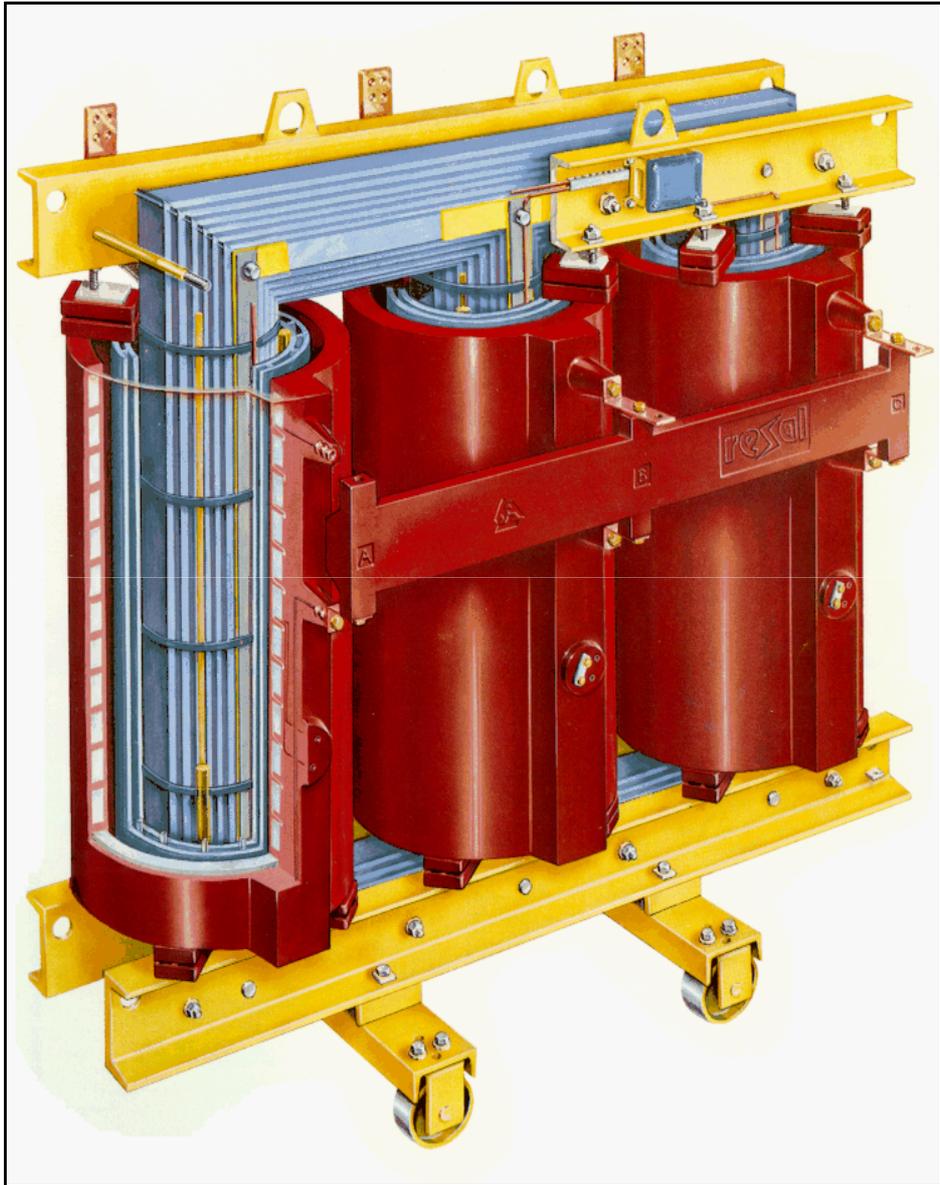
- Il rendimento è: (95-99%)

$$\eta = \frac{P_c}{P_1} = \frac{V_2 I_2 \cos \phi_2}{V_2 I_2 \cos \phi_2 + P_0 + P_j}$$

Trasformatori trifase

- Possono essere costituiti da tre trasformatori monofase uguali per grandi potenze ad alta tensione; altrimenti si costruiscono trasformatori trifase con un solo nucleo trifase



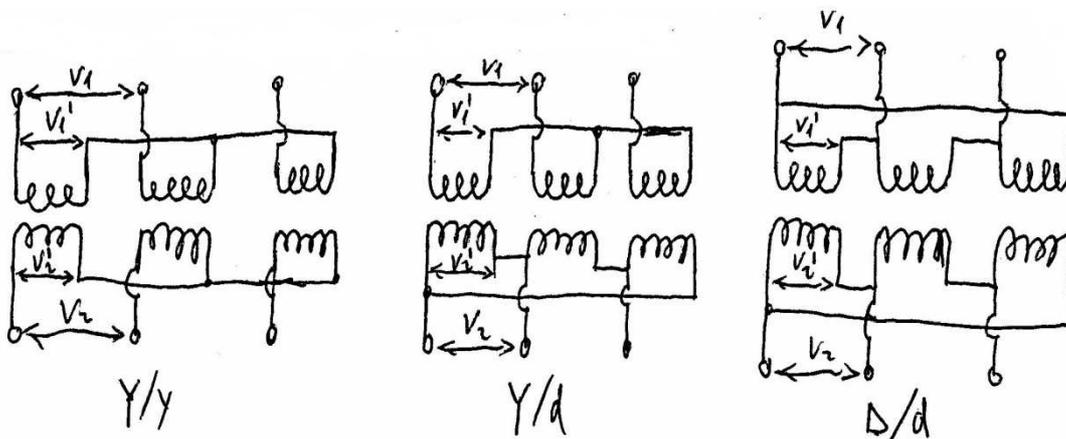


Trasformatori trifase (2)

- Seguendo le Norme CEI, la classificazione dei trasformatori trifase segue i seguenti criteri:
- il collegamento a stella viene indicato con Y al primario e con y al secondario;
- il collegamento a triangolo viene indicato con D al primario e con d al secondario;
- viene indicato lo sfasamento tra tensioni primarie e secondarie del trasformatore; cioè la differenza di fase ($\phi_{\text{grandezza primaria}} - \phi_{\text{grandezza secondaria}}$) tra due tensioni principali di fase corrispondenti, quando il primario è alimentato da una terna diretta e simmetrica di tensioni concatenate. Nel calcolo dello sfasamento vengono trascurati gli effetti dissipativi, in tal modo lo sfasamento risulta essere sempre un multiplo di 30° . Dividendo l'angolo di sfasamento per 30° si associa a tale grandezza un numero da 0 a 11 chiamato Gruppo Orario (GO) che individua il gruppo di appartenenza del trasformatore

Trasformatori trifase (3)

- Il rapporto di trasformazione viene considerato come rapporto tra la tensione concatenata primaria e quella secondaria
- Si considera un circuito equivalente monofase; la potenza viene poi moltiplicata per 3



$$Y / y: n_t = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{3}V_1'}{\sqrt{3}V_2'} = n$$

$$D / y: n_t = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1'}{\sqrt{3}V_2'} = \frac{n}{\sqrt{3}}$$

$$Y / d: n_t = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{3}V_1'}{V_2'} = \sqrt{3}n$$

$$D / d: n_t = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1'}{V_2'} = n$$

Parallelo di Trasformatori

- 1) Stesse tensioni nominali sia primarie che secondarie (stessa tensione nominale primaria e stesso rapporto di trasformazione a vuoto)
- 2) Nel caso di trasformatori trifase, stesso gruppo di appartenenza
- 3) Stessa tensione di corto circuito stesso fattore di potenza di corto circuito

Autotrasformatori

- Avvolgimento unico sul quale l'avvolgimento del secondario (BT) è rappresentato da una porzione N_2 dell'intero avvolgimento di N_1 spire (AT)
- Si risparmiano spire, però non si ha isolamento elettrico

