

# Esercizi di probabilità e statistica

## Variabili aleatorie continue - 2

Luca Palmieri

25 Aprile 2017

**Esercizio 1.** Sia  $X$  una variabile aleatoria continua. Sia  $f_X$  la sua densità di probabilità, così definita:

$$f_X(x) = \begin{cases} c(1 - x^2) & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (1)$$

dove  $c$  è una costante numerica.

(i) Quanto vale  $c$ ?

(ii) Qual è la funzione di ripartizione di  $X$ ?

**Esercizio 2.** Sia  $f$  una funzione così definita:

$$f(x) = \begin{cases} c(2x - x^3) & 0 < x < \frac{5}{2} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2)$$

E' possibile che  $f$  sia la densità di probabilità di una qualche variabile aleatoria?

Se la risposta è affermativa si determini  $c$ .

Rispondere alle stesse domande per la funzione  $g$ , così definita:

$$g(x) = \begin{cases} c(2x - x^2) & 0 < x < \frac{5}{2} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (3)$$

**Esercizio 3.** Sia  $X$  una variabile aleatoria la cui densità di probabilità è così definita:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (4)$$

Si calcoli  $Var[X]$ .

**Esercizio 4.** Una pompa di benzina si rifornisce di carburante una volta a settimana.

La quantità di benzina (in ettolitri) venduta ogni settimana dalla pompa è descritta da una variabile aleatoria  $X$  con la seguente densità di probabilità:

$$g(x) = \begin{cases} 5(1 - x)^4 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (5)$$

Quanti ettolitri di carburante devono acquistare ogni settimana affinché la probabilità di esaurire le scorte sia pari 0.1?

**Esercizio 5.** Il tempo di vita (in ore) di un componente elettronico è descritta da una variabile aleatoria avente la seguente densità di probabilità:

$$f(x) = xe^{-x} \quad (6)$$

Si calcoli il tempo di vita atteso.

**Esercizio 6.** Arrivi alla fermata dell'autobus alle 10 in punto sapendo che l'autobus arriverà con probabilità uniforme tra le 10:00 e le 10:30.

- (i) Qual è la probabilità che tu debba aspettare più di 10 minuti?
- (ii) Se alle 10:15 l'autobus non è ancora arrivato qual è la probabilità che tu debba aspettare altri 10 minuti?

**Esercizio 7.** Il tempo (in ore) necessario a riparare una macchina è descritto da una variabile aleatoria esponenziale di parametro  $\lambda = 12$ . Qual è:

- (i) la probabilità che il tempo di riparazione sia superiore a 2 ore?
- (ii) la probabilità che il tempo di riparazione sia superiore a 10 ore sapendo che ne sono già trascorse 9?