

# Esercizi di probabilità e statistica

## Variabili aleatorie continue - 4

Luca Palmieri

11 Maggio 2017

**Esercizio 1.** Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} x^2(2x + \frac{3}{2}) & 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (1)$$

Se  $Y = \frac{2}{X} + 3$  si calcoli  $Var(Y)$ .

**Esercizio 2.** Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} 4x^3 & 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2)$$

Si calcoli  $\mathbb{P}(X \leq \frac{2}{3} \mid X > \frac{1}{3})$ .

**Esercizio 3.** Una compagnia deve presentare un preventivo a busta chiusa per un appalto edile.

Se riescono a vincere il contratto (presentando quindi il preventivo con il prezzo più basso) hanno intenzione di subappaltare il lavoro ad un'altra azienda, pagandola 100'000 euro per svolgere il lavoro in questione.

Se si ha ragione di credere che l'offerta più competitiva fatta dalle altre compagnie in gara è descritta da una variabile aleatoria uniforme concentrata sull'intervallo (70'000, 140'000) qual è la cifra che dovrebbe preventivare la nostra compagnia per massimizzare il guadagno atteso?

**Esercizio 4.** Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con funzione di ripartizione

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x^2} & x > 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (3)$$

Si calcolino:

(i)  $\mathbb{P}(X > 2)$ ;

(ii)  $\mathbb{P}(1 < X < 3)$ ;

(iii)  $\mathbb{E}[X]$ ;

(iv)  $Var(X)$ .

**Esercizio 5.** Se  $X$  e  $Y$  sono variabili aleatorie esponenziali indipendenti, rispettivamente di parametro  $\lambda = 1$  e  $\lambda = 2$ , si determini la densità di probabilità di  $Z = \frac{X}{Y}$ .  
Si calcoli inoltre  $\mathbb{P}(X < Y)$ .

**Esercizio 6.** (*Non proprio v.a. continue, ma...*)

Si consideri una successione di esperimenti indipendenti di tipo bernoulliano, con probabilità di successo pari a  $p$ .

Sia  $X_1$  il numero di insuccessi che precedono il primo successo e sia  $X_2$  il numero di insuccessi tra il primo e il secondo successo.

Si calcoli la densità discreta congiunta di  $X_1$  e  $X_2$ .