

# Esercizi di probabilità e statistica

Statistica - 1

Luca Palmieri

23 Maggio 2017

**Esercizio 1.** Sia  $(X_1, \dots, X_n)$ , con  $n > 1$ , un campione estratto da una popolazione avente distribuzione gamma di parametri  $\alpha$  e  $\beta$ .

Si scrivano gli stimatori di  $\alpha$  e  $\beta$  secondo il metodo dei momenti.

**Esercizio 2.** Si consideri un campione  $(X_1, \dots, X_n)$  estratto da una popolazione distribuita uniformemente nell'intervallo  $[0, \theta]$ .

Si determini uno stimatore per  $\theta$  usando il metodo dei momenti.

**Esercizio 3.** Si consideri un campione  $(X_1, \dots, X_n)$  estratto da una popolazione distribuita uniformemente nell'intervallo  $[-\theta, \theta]$ .

Si determini uno stimatore per  $\theta$  usando il metodo dei momenti.

**Esercizio 4.** Un esperimento consiste in  $k$  prove ripetute e si prende nota del numero di volte in cui si verifica un certo evento  $A$ .

L'esperimento viene ripetuto  $n$  volte, per costruire un campione casuale  $(X_1, \dots, X_n)$ . Gli  $X_i$  sono identicamente distribuiti e indipendenti.

Vogliamo stimare la probabilità  $\theta$  con la quale l'evento  $A$  si verifica durante l'esperimento sulla base di una realizzazione  $(x_1, \dots, x_n)$  del nostro campione casuale.

Qual è la stima di  $\theta$  che otteniamo usando il metodo della massima verosimiglianza?

**Esercizio 5.** Si consideri un campione  $(X_1, \dots, X_n)$  estratto da una popolazione avente distribuzione gamma di parametri  $\alpha$  e  $\beta$ . Si supponga che  $\alpha$  sia noto, mentre si vuole ottenere una stima di  $\beta$ .

Si determini uno stimatore per  $\beta$  usando il metodo della massima verosimiglianza.

**Esercizio 6.** I seguenti dati numerici sono le realizzazioni di un campione casuale  $(X_1, \dots, X_9)$  estratto da una legge normale di media  $\mu$  sconosciuta e varianza  $\frac{1}{9}$ :

$$0,1 \quad 0,4 \quad 0,7 \quad 0,8 \quad 0,9 \quad 0,9 \quad 1,0 \quad 1,5 \quad 1,8 \quad (1)$$

Determinare un intervallo di confidenza bilaterale per  $\mu$  al livello di confidenza del 96%.

Determinare uno stimatore di  $\mu$  con il metodo della massima verosimiglianza.

**Esercizio 7.** I seguenti dati numerici sono le realizzazioni di un campione casuale  $(X_1, \dots, X_6)$  estratto da una legge normale di media  $\mu$  sconosciuta e varianza  $\frac{1}{4}$ :

$$1,3 \quad 1,6 \quad 1,9 \quad 2,1 \quad 2,2 \quad 2,3 \quad (2)$$

- (i) Calcolare  $\mathbb{P}(X_1 - X_2 > 0)$ ;
- (ii) Determinare le realizzazioni della media e della varianza campionarie;
- (iii) Determinare un intervallo di confidenza bilaterale per  $\mu$  al livello di confidenza del 99%.