

Gruppi classici

Outline

1 Gruppi di Trasformazioni Lineari

1 Gruppi di Trasformazioni Lineari

Gruppi di Trasformazioni Lineari

Gruppo delle matrici non singolari $n \times n$

Il set delle matrici non singolari $n \times n$ forma un gruppo:

- Moltiplicazione matriciale (righe per colonne).

Date due matrici non singolari $n \times n$ \hat{A} e \hat{B} :

- $\hat{A}\hat{B}$ è una matrice non singolare $n \times n$ (anche $\hat{B}\hat{A}$).
- Il prodotto matriciale è associativo.
- L'elemento identità è la matrice identica, $\hat{1}$.
- Ogni matrice possiede l'inversa.
- La moltiplicazione matriciale è in genere **non commutativa**.

Gruppi di Trasformazioni Lineari

Gruppi $GL(n, \mathbb{C})$ e $GL(n, \mathbb{R})$

gruppo generale lineare complesso di ordine n

$$GL(n, \mathbb{C}) = \{\hat{A} = [A_{ik}] \mid i, k = 1, 2, \dots, n; A_{ik} \in \mathbb{C}, |\hat{A}| \neq 0\}.$$

gruppo generale lineare reale di ordine n

$$GL(n, \mathbb{R}) = \{\hat{A} = [A_{ik}] \mid i, k = 1, 2, \dots, n; A_{ik} \in \mathbb{R}, |\hat{A}| \neq 0\}.$$

Gruppi di Trasformazioni Lineari

Gruppi $SL(n, \mathbb{C})$ e $SL(n, \mathbb{R})$

gruppo lineare speciale complesso di ordine n

$$SL(n, \mathbb{C}) = \{\hat{A} \in GL(n, \mathbb{C}) \mid |\hat{A}| = 1\}.$$

gruppo lineare speciale reale di ordine n

$$SL(n, \mathbb{R}) = \{\hat{A} \in GL(n, \mathbb{R}) \mid |\hat{A}| = 1\}.$$

Gruppi di Trasformazioni Lineari

Gruppi $U(n)$ e $SU(n)$

Gruppo Unitario, $U(n)$

$$U(n) = \{\hat{U} \mid U_{ik} \in \mathbb{C}, \hat{U}\hat{U}^\dagger = \hat{U}^\dagger\hat{U} = \hat{1}\}.$$

Gruppo unitario speciale, $SU(n)$

$$SU(n) = \{\hat{U} \in U(n) \mid |\hat{U}| = 1\}.$$

Gruppi di Trasformazioni Lineari

Gruppi $O(n)$ e $SO(n)$

Gruppo Ortogonale, $O(n)$

$$O(n) = \{\hat{O} \mid O_{ik} \in \mathbb{R}, \hat{O}\hat{O}^t = \hat{O}^t\hat{O} = \hat{1}\}.$$

Gruppo ortogonale speciale

$$SO(n) = \{\hat{O} \in O(n) \mid |\hat{O}| = 1\}.$$