

PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA - A.A. 2016/17

CORSI DI LAUREA IN INGEGNERIA NAVALE ED INDUSTRIALE

Prof. Dario Portelli

Trieste, 27/6/2017

**Tutte le risposte vanno adeguatamente motivate !!!**

1.- Per quali valori del parametro reale  $k$  il sistema lineare

$$\begin{cases} x - z + 3t = 1 \\ 2x + y + 2z - t = 8 \\ 3x - y - 3t = k \\ 2x + 3y + 3z + 4t = 2 \end{cases}$$

è compatibile? Qual'è la dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema lineare omogeneo associato?

2.- Verificare che esiste un unico endomorfismo  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tale che

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix} \text{ è autovettore relativo all'autovalore } -2 \quad \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ è in } Ker(f) \quad f : \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ -2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ -14 \end{pmatrix}$$

$f$  è diagonalizzabile? (Se necessario per risolvere questo quesito, si calcoli la matrice di  $f$  rispetto alla base canonica di  $\mathbb{R}^3$ ).

3.- Se  $V$  è uno spazio vettoriale su  $\mathbb{R}$ , si dia la definizione di prodotto scalare su  $V$ .

Se  $\varphi_1 : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$  e  $\varphi_2 : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$  sono due prodotti scalari su  $V$ , si verifichi che l'applicazione

$$S : V \times V \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{data da} \quad S(u, w) = \varphi_1(u, w) + \varphi_2(u, w) \quad \forall u, w \in V$$

è ancora un prodotto scalare in  $V$ .

Se  $v \in V$  è arbitrario non nullo, quale delle seguenti affermazioni è vera

$$\|v\|_S < \|v\|_{\varphi_1} \quad \|v\|_S = \|v\|_{\varphi_1} \quad \|v\|_S > \|v\|_{\varphi_1} \quad ?$$

(qui  $\|v\|_S = \sqrt{S(v, v)}$ , ed analogamente  $\|v\|_{\varphi_1} = \sqrt{\varphi_1(v, v)}$ )

**(continua sul retro del foglio)**

4.− Si determini se nello spazio affine  $\mathbb{R}^3$ , dotato di coordinate cartesiane  $x, y, z$ , esiste o meno una retta  $u$ , passante per il punto  $P(0, 5, 1)$ , ed incidente entrambe le rette

$$r \quad \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases} \quad s \quad \begin{cases} x + y + z = 4 \\ x - y + 5z = 2 \end{cases}$$