

PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA - A.A. 2016/17
CORSI DI LAUREA IN INGEGNERIA NAVALE ED INDUSTRIALE

Prof. Dario Portelli

Trieste, 10/2/2017

Tutte le risposte vanno adeguatamente motivate

1.– Sia $W := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \geq 0 \text{ e } y \geq 0\}$. Si determini se W è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$ o meno.

2.– Dati gli spazi vettoriali $\mathbb{R}^3$ ed $\mathbb{R}^2$, verificare che le relazioni

$$F(1, 0, 1) = (1, 1) \quad F(0, 0, 1) = (1, 0) \quad F(1, 1, 0) = (0, 1)$$

definiscono un'unica applicazione lineare $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$. Determinare una base di $\text{Im}(F)$ e una di $\text{Ker}(F)$. Stabilire se F è iniettiva, suriettiva o biiettiva.

Esiste un endomorfismo $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che

$$F(2, 0, 1) = (0, 1, 1) \quad F(1, 1, 1) = (5, 2, 1) \quad F(0, -2, -1) = (0, 1, 2) \quad ?$$

3.– Calcolare il determinante delle matrici

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

4.– Si trovi una base ortonormale su $\mathbb{R}^3$ (rispetto al prodotto scalare standard) formata da autovettori della matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Si trovi poi una matrice ortogonale S tale che $S^{-1}AS$ sia una matrice diagonale.

5.– Nel piano affine euclideo $\mathbb{R}^2$ si considerino i punti $P(2, 1)$, $Q(7, 0)$ ed $R(0, 3)$. Si trovi un'equazione cartesiana per la retta r passante per P e Q , e per le rette per R che formano con r un angolo di $\pi/3$.