

PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA - A.A. 2016/17
CORSI DI LAUREA IN INGEGNERIA NAVALE ED INDUSTRIALE

Prof. Dario Portelli

Trieste, 11/9/2017

Tutte le risposte vanno adeguatamente motivate !!!

1.— Si consideri l'applicazione lineare $L_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$, dove A è la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

Si determinino una base di $\ker(L_A)$ ed una base di $\text{Im}(L_A)$.

Si dica se L_A è iniettiva o meno.

Si dica se L_A è suriettiva o meno.

2.— Nello spazio affine $\mathbb{R}^3$ con il riferimento canonico, si considerino le rette

$$r_a \quad \begin{cases} x + 2y &= a \\ z &= 0 \end{cases} \quad s \quad \begin{cases} x - y &= 1 \\ 2x + z &= 1 \end{cases}$$

al variare del parametro a nel campo $\mathbb{R}$ dei numeri reali.

Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ le rette r_a ed s sono contenute in uno stesso piano di $\mathbb{R}^3$?

Per ciascuno di tali valori di a si dica se r ed s sono incidenti oppure no.

3.— Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2y \\ 2x + z \\ y \end{pmatrix}$$

Si dica se f è autoaggiunta rispetto al prodotto scalare standard di $\mathbb{R}^3$.

In caso affermativo si determinino

una base ortonormale $\mathcal{B}$ di $\mathbb{R}^3$ che diagonalizza f , e
la matrice M che rappresenta f rispetto a tale base.

(continua sul retro del foglio)

4.− Data la matrice

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 2 & 2 \\ 4 & 7 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

si determini una matrice B , di tipo 4×3 , tale che $AB = I_3$. (Suggerimento: si ragioni sull'applicazione lineare L_A).

La matrice B è invertibile?

Quale proprietà della matrice A è stata usata per costruire B ?