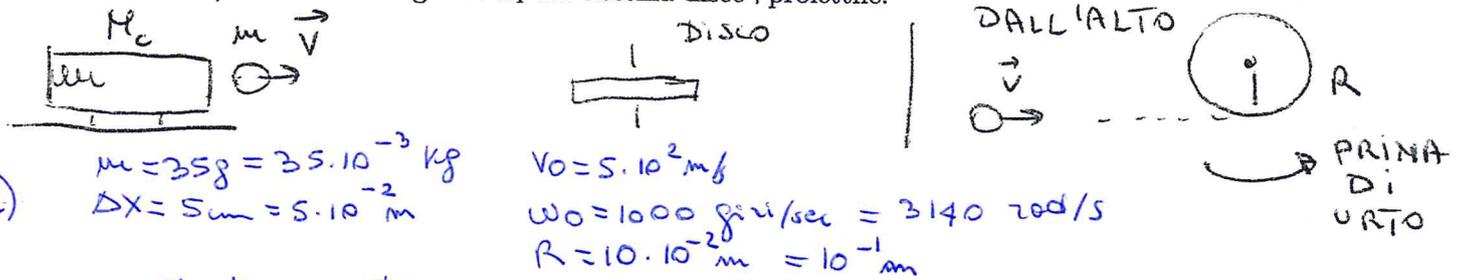


Scrivere il proprio nome e data di nascita SU OGNI FOGLIO. Scrivere SOLO A PENNA.

PROBLEMA I

Un cannoncino giocattolo, di massa $M_c=1\text{kg}$, con un meccanismo "a molla" spara un proiettile di massa $m=35\text{g}$ a velocità $v_0=5,0 \cdot 10^2 \text{ m/s}$ (in orizzontale, vedi figura). 1) Calcolare la velocità V_C del cannoncino (supponendo che non esista alcun attrito col pavimento). 2) La molla, prima dello sparo, è compressa di $\Delta x = 5\text{cm}$, determinare la costante elastica della molla.

Si supponga ora che il proiettile, sempre viaggiando a $v_0=5,0 \cdot 10^2 \text{ m/s}$ si conficchi in un disco di massa $M=0,80 \text{ kg}$ e raggio $R=10\text{cm}$ che stava ruotando (senza attriti) attorno al suo asse di simmetria con velocità angolare $\omega_0=1000 \text{ giri/s}$ (momento di inerzia di un disco è $I=1/2 \times \text{massa} \times \text{raggio}^2$). Il proiettile arriva parallelamente all'asse e va a conficcarsi alla periferia del disco. Calcolare: 3) la velocità angolare ω_1 del sistema disco+proiettile.



$m = 35\text{g} = 35 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$
 $\Delta x = 5\text{cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
 $v_0 = 5 \cdot 10^2 \text{ m/s}$
 $\omega_0 = 1000 \text{ giri/sec} = 3140 \text{ rad/s}$
 $R = 10 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 10^{-1} \text{ m}$

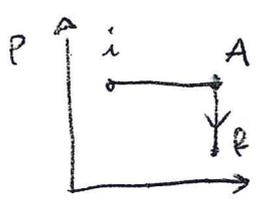
cons. quant. di moto
 $m v_0 - M_c V_c = 0 \implies V_c = \frac{m v_0}{M_c} = \frac{35 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^2}{1} = 17,5 \text{ m/s}$

2) Cons. E. meccanica
 $\frac{1}{2} k \Delta x^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} M_c V_c^2$
 $k = \frac{m v_0^2 + M_c V_c^2}{\Delta x^2} = \frac{35 \cdot 10^{-3} \cdot 25 \cdot 10^4 + (17,5)^2}{25 \cdot 10^{-4}} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ N/m}$

→ 3)

PROBLEMA II

Si consideri nel piano di Clapeyron, cioè il piano (V,p), una trasformazione da i ad f costituita da un tratto di isobara (da i ad A) e da un tratto di isocora (da A ad f). Si assuma di avere una mole di gas ideale e monoatomico e si assuma: $i=(0,0100 \text{ m}^3, 2 \times 10^5 \text{ Pa})$; $A=(0,0300 \text{ m}^3, 2 \times 10^5 \text{ Pa})$; $f=(0,0300 \text{ m}^3, 1,5 \times 10^5 \text{ Pa})$. Si calcoli: 1) il lavoro compiuto dal gas durante la trasformazione da i ad f, L_{if} ; 2) la temperatura in i, A ed f (T_i, T_A, T_f); 3) la variazione di energia interna del gas durante la trasformazione globale da i ad f, ΔU_{if} e 4) il calore complessivamente assorbito e/o ricevuto dal gas durante la trasformazione, Q_{if} .



1) $L_{if} = L_{iA} + L_{Af} = L_{iA} + 0 = p(V_A - V_i) = 2 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 4 \cdot 10^3 \text{ J}$

2) $pV = RT \implies T = \frac{pV}{R}$
 $T_i = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10^{-2}}{8,31} = 241 \text{ K}$
 $T_A = 3 T_i = 722 \text{ K}$
 $T_f = 3 \cdot \frac{1,5}{2} T_i = 542 \text{ K}$

3) $\Delta U = C_v \Delta T = C_v (T_f - T_i) = \frac{3}{2} R \cdot 8,31 \cdot 301 = 3752 \text{ J}$

4) $Q = L + \Delta U = 7752 \text{ J}$

~

3) cons. mom. angulare

$$\underbrace{\frac{1}{2} M R^2}_{I_0} \omega_0 + m R v_0 = \underbrace{\left(\frac{1}{2} M R^2 + m R^2 \right)}_I \omega_1$$

$$\omega_1 = \frac{I_0 \omega_0 + m R v_0}{I_1} =$$

$$= \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 3140 + 35 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-1} \cdot 5 \cdot 10^2}{4,35 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= \frac{12,56 + 1,75}{4,35 \cdot 10^{-3}} = 3290 \text{ rad/s}$$

$$I_0 = \frac{1}{2} 0,8 \cdot 10^{-2} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$$

$$I_1 = \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot 10^{-2} + 35 \cdot 10^{-3} =$$
$$= 4,35 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$$