

# MISURAZIONE DI ACCELERAZIONE DI GRAVITA' (g) CON ESPERIMENTO DEL PENDOLO IN LABORATORIO

## Riassunto

Vogliamo misurare....Abbiamo fatto...misurazioni...Abbiamo ottenuto...

## Introduzione/Obiettivi

Scopo: misurare g accelerazione di gravita', usando le oscillazioni di un pendolo in laboratorio, sulla base delle conoscenze di teoria degli errori e di statistica di un corso di Fisica I.

Ci aspettiamo che:

$$g = 9.780327(1 + A\sin^2 L - B\sin^2 2L) - 3.086 \times 10^{-6} H \text{ m/s}^2 \quad (1)$$

where:  $A = 0.0053024$ ,  $B = 0.0000058$ ,  $L = \text{latitudine} = 45.648611$  Nord (TS),  $H = \text{altezza in metri sopra il livello del mare} \sim 200$  (valore assunto per UnivTS), cioe'  $g \sim 9.805 \text{ m/s}^2$ .

Gli errori saranno dati a livello di 1sigma, cioe' 68%, se non detto altrimenti.

## Contenuti teorici

Teoria di base: moto del pendolo semplice, quando l'ampiezza dell'oscillazione e' piccola ( $< \text{circa } 5 - 7$  gradi), e' assimilabile ad un moto armonico con  $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ , dove  $T$  e' il periodo dell'oscillazione e  $l$  e' la lunghezza del pendolo. Useremo due approcci.

PRIMO METODO. Useremo l'equazione  $g = 4\pi^2 \times l/T^2$ , dove faremo misure ripetute di  $T$  per considerare gli errori accidentali. Quindi, date  $N$  misure di  $T$  (risultato  $\bar{T} \pm \delta_T$ ,  $\delta_T = \eta_T = \sigma_T/\sqrt{N}$ ) si avra':

$$g = 4\pi^2 \times l/\bar{T}^2, \quad (2)$$

con errore associato ottenuto dalla formula di propagazione degli errori:

$$\delta_g = \sqrt{(4\pi^2\bar{T}^{-2})^2\delta l^2 + (-8\pi^2 l\bar{T}^{-3})^2\delta_T^2}, \quad (3)$$

dove  $\delta l$  e' l'errore della misura non ripetuta di  $l$ . Il risultato sara'  $g \pm \delta_g$ .

SECONDO METODO. Fare  $NTOT$  misurazioni di  $T$  per diverse lunghezze  $l$ . Costruire la tabella e il grafico  $y$  vs.  $x$ , dove  $y = T^2$  e  $x = l$ . Ci si aspetta una retta  $y = mx + q$  con  $q \sim 0$  e  $m \sim 4\pi^2/g$ . Quindi:

$$g = 4\pi^2/m. \quad (4)$$

I valori  $m$  e  $q$  si ricavano col metodo dei minimi quadrati:

$$m = (\overline{xy} - \bar{x} \times \bar{y})/(\overline{x^2} - \bar{x}^2) \quad (5)$$

$$q = \bar{y} - m\bar{x}, \quad (6)$$

a cui possiamo associare gli errori:

$$\delta_m = \sqrt{1/(\bar{x}^2 - \bar{x}^2)}\sigma_y/\sqrt{NTOT} \quad (7)$$

$$\delta_q = \sqrt{x^2/(\bar{x}^2 - \bar{x}^2)}\sigma_y/\sqrt{NTOT}. \quad (8)$$

dove, dato che  $y = T^2$  e  $\sigma_y/y = 2\sigma_T/T$ ,  $\sigma_y = 2y\sigma_T/T$  (come  $\sigma_T$  usare quello del primo metodo).

Controllare che  $q \pm \sigma_q$  e' consistente con il valore atteso  $q = 0$ .

Il valore di  $g$  sara' quindi  $g = 4\pi^2/m$ . Per il calcolo dell'errore associato, si consideri che si avra' che  $m$  e  $g$  devono avere lo stesso errore relativo (dalla formula di propagazione degli errori), quindi  $\delta_g = g * \delta_m/m$ .

## Acquisizione dati

**MATERIALI E STRUMENTI.** Brevissima descrizione del laboratorio. Oggetti usati: filo, pallina metallo, metro avvolgibile, calibro...

**DESCRIZIONE DELLA MISURAZIONE** (eventualmente con disegno). **Accorgimenti pratici:**

- per misurare la lunghezza  $l$  si considera  $l = l_{filo-libero} + D/2$ , dove  $D$  e' il diametro della pallina;
- l'errore  $\delta l$  deve tenere in conto non solo della tacca dello strumento, ma anche della difficolta' della misurazione, es. di stabilire il centro della sferetta, tenere filo teso... (almeno 3 mm);
- **IMPORTANTE:** misurare non 1 periodo, ma SEMPRE almeno 5 (10) periodi e poi dividere per 5 (10); questo e' determinante per ridurre gli errori su  $T$ ; 4. eliminare misura se chiaramente sbagliata: ad es. una volta avete misurato 6 invece di 5 periodi...
- Cominciare la misurazione dei tempi non appena lasciata andare la pallina, ma dopo 1 o 2 oscillazioni, quando il moto si e' regolarizzato.

### TABELLA, GRAFICI, CALCOLI

**PRIMO METODO.** Misuriamo  $l$  con errore  $\delta l$ . Valutiamo  $\delta l/l =$ . Facciamo  $N$  misurazioni di  $T$  (es. 10) e presentiamo una tabella dove, per ciascuna misurazione, elenchiamo  $t = 5T$  e  $T$ . Al termine calcoliamo  $\bar{T}$ ,  $\sigma_T$  e  $\eta_T$ . Valutiamo  $\sigma_T/T =$  e  $\eta_T/T =$ . Usiamo le formule sopra per calcolare  $g$  e l'errore associato.

**SECONDO METODO.** Facciamo una misurazione del periodo per ogni lunghezza  $l$ , ma ripetiamo per diverse lunghezze (es. 10). Presentiamo una tabella con  $x = l$  e  $y = T^2$ . Gli errori tipici saranno  $\delta l$  e  $\sigma_T$ , il secondo calcolato nel metodo precedente. Ricaviamo la retta dei minimi quadrati e calcoliamo  $g$ . Presentiamo il relativo grafico.

NOTA1: in teoria, nel secondo metodo sarebbe interessante fare  $N$  misure per ogni  $l$ , ma i tempi si allungano troppo. NOTA2: provare a fare una misurazione con una grande ampiezza di oscillazione...e riportare la misura nel grafico y vs. x ...cosa notate?

## Risultati e discussione

Discutere risultato ottenuto ed eventuali problemi (es. massa non e' puntiforme, angolo di oscillazione non piccolissimo, attrito), anche cfr. con gli altri "ricercatori".

## PRIMO METODO

Dare  $L$ ,  $\Delta L$ ,  $\Delta L/L$

5T	T	Fare $\langle T \rangle$	$(T - \langle T \rangle)^2$

Calcolare  $\sigma_T$ ,  $\eta_T = \sigma_T / \sqrt{N}$ ,  $\eta_T / \langle T \rangle$ .

Calcolare  $g$  e  $\sigma_g$ .

## SECONDO METODO

Dare  $\Delta L$

5T	T	$T^2=y$	$L=x$	$x^2$	$xy$	$(y-\langle y \rangle)^2$

Calcolare  $\langle xy \rangle, \langle x \rangle, \langle y \rangle, \langle x^2 \rangle$ . Calcolare  $g$ .

Calcolare  $\sigma_y$ ,  $\sigma_q/q$ . Calcolare  $\text{err}_g$