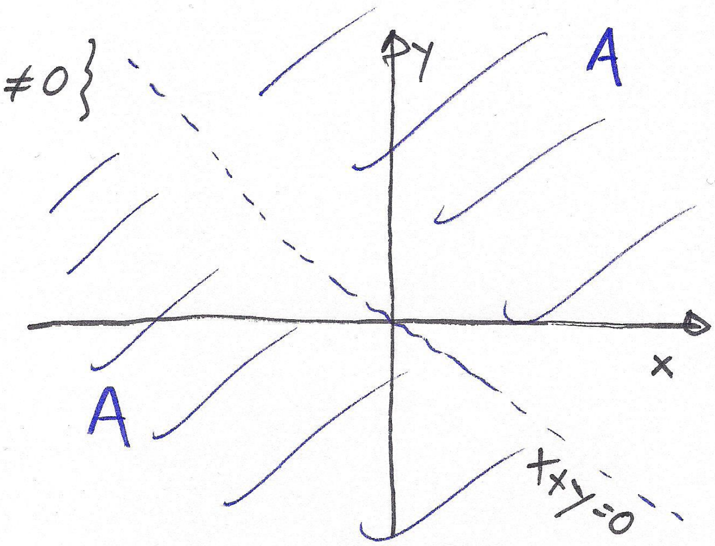
• $f(x,y) = \dfrac{e^{x+y}}{x+y}$

D.E. $= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x+y \neq 0\}$

$x+y=0 \Leftrightarrow y=-x$

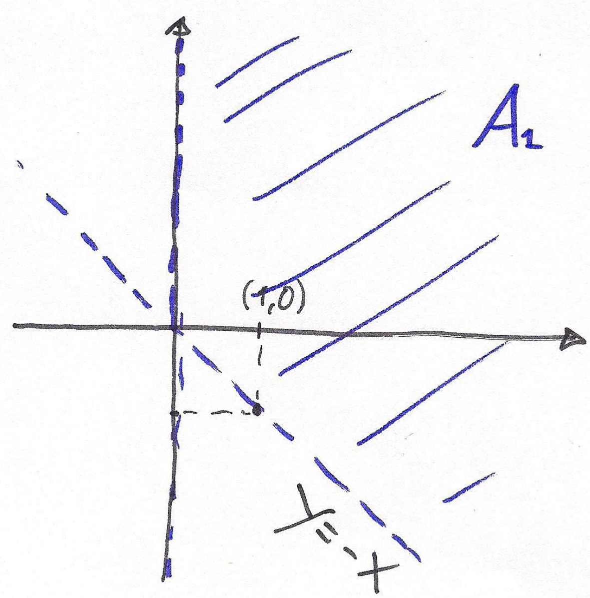


• $f(x,y) = \ln\left(1+\dfrac{y}{x}\right)$

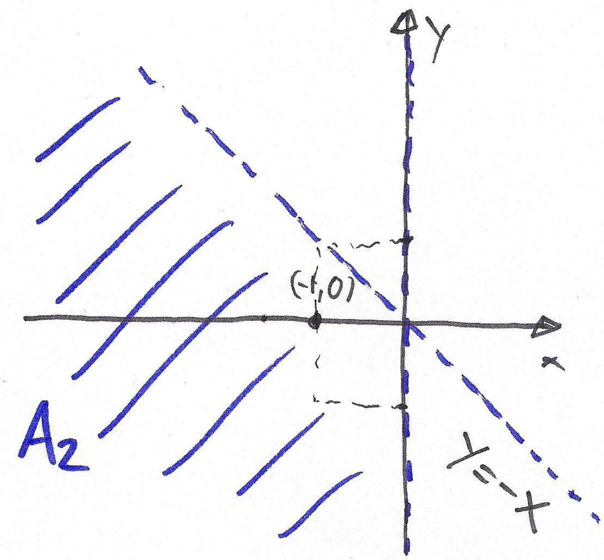
D.E. $= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \neq 0,\ 1+\dfrac{y}{x} > 0\}$

→ Sistema: $\begin{cases} x \neq 0 \\ 1+\dfrac{y}{x} > 0 \end{cases}$

- De $x > 0$:

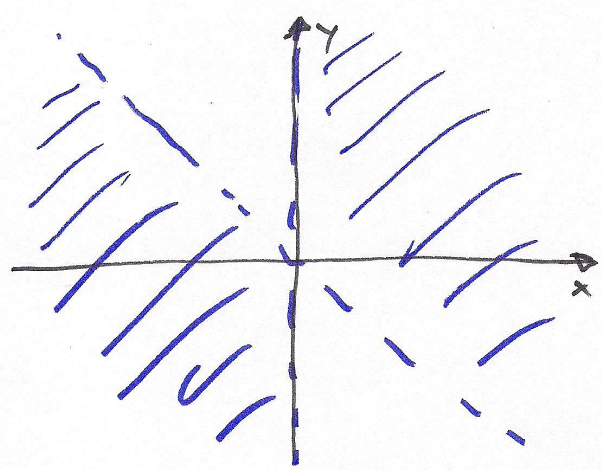


- Se $x<0$:



- Riunendo:

$A = A_1 \cup A_2$



- $f(x,y) = \sqrt{\ln\left(1+\frac{y}{x}\right)}$

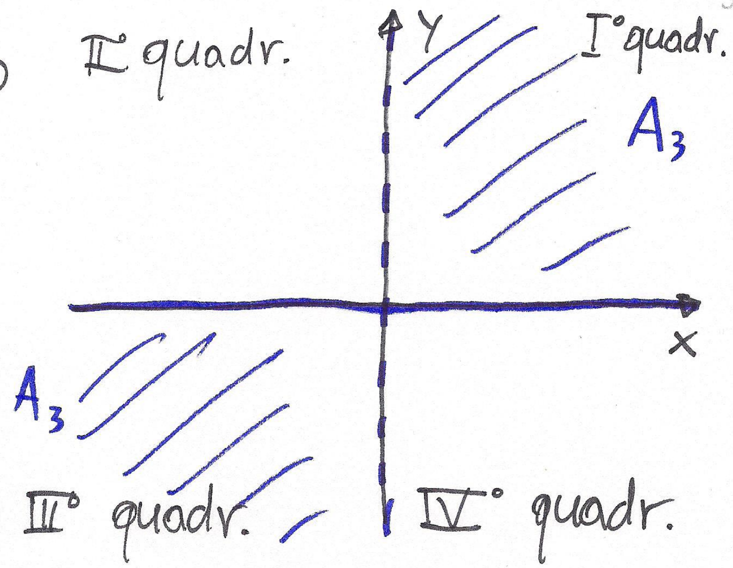
$D.E. = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \neq 0,\ 1+\frac{y}{x} > 0,\ \ln\left(1+\frac{y}{x}\right) \geq 0\right\}$

- Abbiamo già risolto il sistema dato dalle prime due

$$-\ln\left(1+\frac{y}{x}\right) \geq 0$$

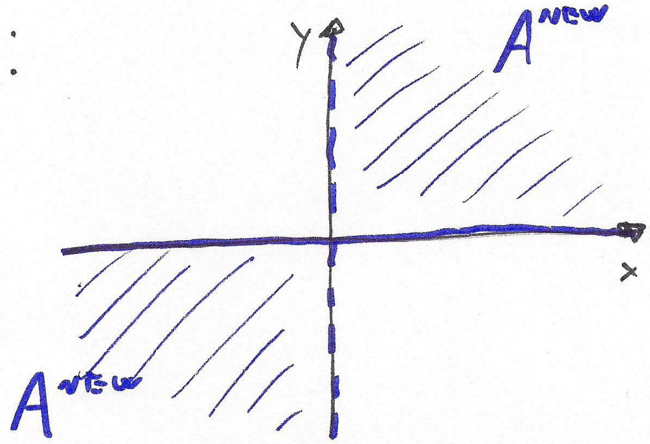
$$\Updownarrow$$

$$\frac{y}{x} \geq 0$$



- Riunendo i casi:

$$A^{NEW} = A^{OLD} \cap A_3$$



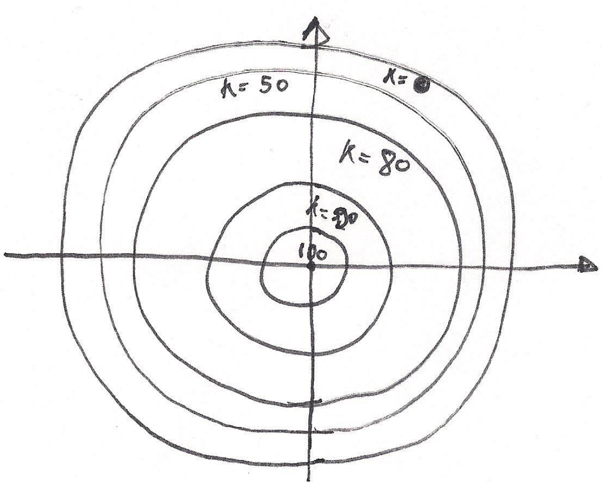
def | Sia $f : A(\subseteq \mathbb{R}^2) \longrightarrow \mathbb{R}$.

Una **CURVA DI LIVELLO K** di f è il luogo dei punti di A in cui $f(x,y) = K$, ovvero:

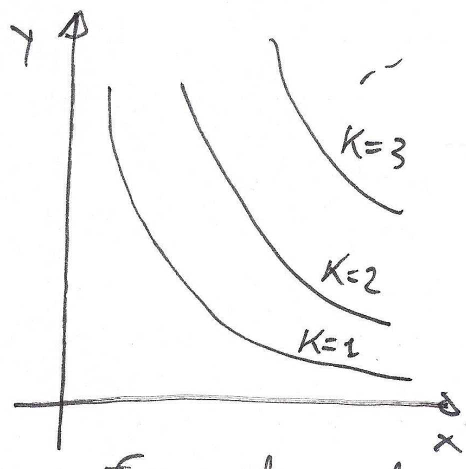
$$\{(x,y) \in A : f(x,y) = K\}$$

OSS | Una curva di livello è una curva del piano

OSS | Interpretazione geometrica: proiezione sul piano (x,y) dell'intersezione del grafico di f con il piano $z = K$



ISOIPSE



se $f(x,y)$ = funz. di prod.

ISOQUANTI

Superfici e curve di livello

- Sia $f : A (\subseteq \mathbb{R}^n) \longrightarrow B (\subseteq \mathbb{R})$

$$\Gamma_f := \left\{ (x_1, \dots, x_n, x_{n+1}) \in \mathbb{R}^{n+1} : (x_1, \dots, x_n) \in A,\ x_{n+1} = f(x_1, \dots, x_n) \right\}$$

$\uparrow$
grafico di f

- Se $n=2$, Γ_f è una **superficie** nello spazio (in $\mathbb{R}^3$)

- Le superfici più semplici sono i piani:

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x,y) = ax + by + c$$

$$\Gamma_f = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : (x,y) \in \mathbb{R}^2,\ \underline{z = ax + by + c} \right\}$$

Eq. piano

• Esempi:

- $f(x,y) = -3x - 2y + 3$