Ricerca di massimi e minimi:

def Sia $f : A (\subseteq \mathbb{R}^2) \longrightarrow \mathbb{R}$ e $(x_0, y_0) \in A$ p.to di accumulazione per A. Allora, (x_0, y_0) è detto p.to di MASSIMO (MINIMO) RELATIVO per f se $\exists\, U_{(x_0, y_0)}$ tale che:

$$\boxed{f(x,y) \underset{(>)}{<} f(x_0, y_0)} \qquad \forall\, (x,y) \in \left(U_{(x_0,y_0)} \setminus \{(x_0,y_0)\}\right) \cap A$$

def Sostituendo $<$ $(>)$ con $\leq$ $(\geq)$ nella def. sopra si ottiene la definizione di MASSIMO (MINIMO) RELATIVO IN SENSO DEBOLE

- Si distinguono 2 casi:
  - (x_0, y_0) p.to interno ad A
  - (x_0, y_0) p.to NON interno ad A

• Risultati per p.ti interni:

Prop Sia $f: A(\subseteq \mathbb{R}^2) \to \mathbb{R}$, (x_0, y_0) p.to interno di A. Se f e' (parz.) derivabile in (x_0, y_0) si ha:

(x_0, y_0) p.to di estremo relat. per f

$$\Downarrow$$

$$\partial_x f(x_0, y_0) = \partial_y f(x_0, y_0) = 0$$

Oss L'affermazione precedente non e' invertibile.

def Una forma quadratica q è:

- **Definita positiva ($q > 0$)** se $q(x,y) > 0 \ \forall (x,y) \neq (0,0)$
- **Definita negativa ($q < 0$)** " $q(x,y) < 0$ "
- **Semi-definita pos. ($q \geq 0$)** " $q(x,y) \geq 0$ "
- **Semi-definita neg. ($q \leq 0$)** " $q(x,y) \leq 0$ "
- **Indefinita** se nessuna delle precedenti è soddisfatta.

teorema Sia $f: A(\subseteq \mathbb{R}^2) \longrightarrow \mathbb{R}$, (x_0, y_0) p.to interno di A tale che $\exists\, U_{(x_0,y_0)} \subset A$ sul quale $f \in C^2(U_{(x_0,y_0)})$, e $\partial_x f(x_0,y_0) = \partial_y f(x_0,y_0) = 0$.

Allora:

1- $\partial_{xx} f(x_0,y_0) > 0$, $|H_f(x_0,y_0)| > 0$

$$\boxed{\Downarrow}$$

(x_0,y_0) p.to di minimo (rel.) per f

2- $\partial_{xx} f(x_0,y_0) < 0$, $|H_f(x_0,y_0)| > 0$

$$\boxed{\Downarrow}$$

(x_0,y_0) p.to di massimo rel per f

3- $|H_f(x_0,y_0)| < 0$

$$\boxed{\Downarrow}$$

(x_0,y_0) non è un punto estremo rel per f

oss Se $|H_f(x_0,y_0)| = 0$ ($q(x-x_0, y-y_0)$ semi-defin.), allora (x_0,y_0) può essere o non essere un p.to estremo per f.