

Matematica Finanziaria:

def | Un'operazione finanziaria è un insieme di coppie:

$$\{(x_0, t_0), (x_1, t_1), \dots, (x_n, t_n)\}, \text{ con:}$$

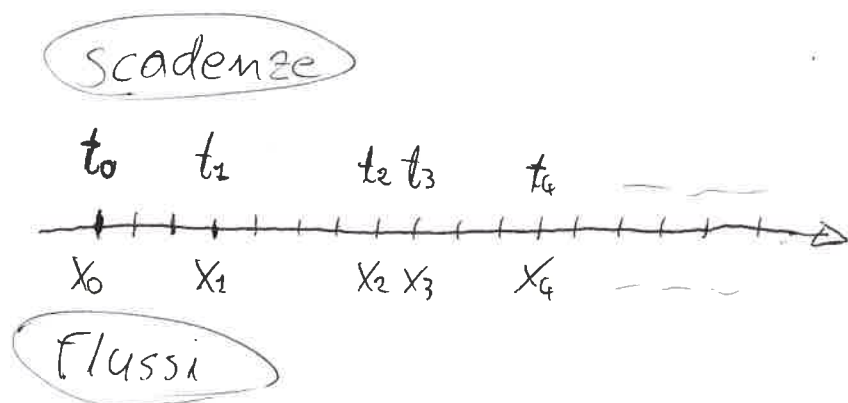
- $x_i \in \mathbb{R}, i = 0, \dots, n$
- $t_0 < t_1 < \dots < t_n$

esempi | • Deposito bancario

- Acquisto di BOT
- Stipulazione mutuo
- Acquisto beni "a rate"

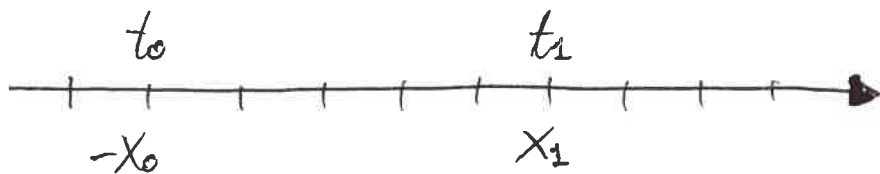
• Tipi di rappresentazione:

Scad.	F.d.c.
t_0	x_0
t_1	x_1
\vdots	\vdots
t_n	x_n



↓
Tabellare

• Leggi di capitalizzazione (attualizzazione):



- 2 interpretazioni: 1. capitalizzazione
2. attualizzazione

1. $t_0 = T; \quad t_1 = T + k, \quad k > 0$

$X_0 = C$ (CAPITALE); $X_1 = M$ (MONTANTE)

$X_1 - X_0 = M - C = I$ (INTERESSE)

2. $t_1 = T; \quad t_0 = T - k, \quad k > 0$

$X_1 = C$ (CAPITALE); $X_0 = A$ (VALORE ATTUALE)
(S) VAL. NOMINALE

$X_1 - X_0 = C - A = D$ (SCONTO, DISCOUNT)
(S)

• Leggi finanziarie:

1. $C, k, T \longrightarrow M$ (e quindi I)

2. $S, k, T \longrightarrow A$ (e " D)

Regime degli interessi semplici:

$$I = C \cdot t \cdot i \quad \Rightarrow \quad M = C(1 + it)$$

- Interessi proporzionali sia al capitale investito, che al tempo
- i : tasso annuo unitario d'interesse
- $(1 + it)$: fattore di capitalizzazione
- Equivalente regime di sconto:
fattore di sconto: $= \frac{A}{S} = \frac{1}{(1 + it)}$

o equivalentemente:

$$D = \frac{S \cdot i \cdot t}{1 + i \cdot t}$$

Si dice sconto semplice (o razionale)

- Regime di capitalizzazione composta:

$$M = C(1+i)^t$$

• Gli interessi si ricapitalizzano alla fine di ogni periodo

• i : tasso di interesse composto

• $(1+i)^t$: fattore di capitalizzazione

• Se $t \in \mathbb{R}^+$, $[t] :=$ parte intera di t

$$C(1+i)^t \leq C(1+i)^{[t]}(1+i(t-[t]))$$

• Equivalente regime di sconto:

- fattore di sconto $:= \frac{A}{S} = (1+i)^{-t}$

Si dice sconto composto.

Non arbitraggio: (scindibilità)

def | Denotiamo con $f(t) := \frac{M}{C}$
il fattore di montante.

Allora una legge si dice
scindibile se $f(t_1+t_2) = f(t_1) \cdot f(t_2)$.

prop | Le uniche leggi di
capitalizzazione scindibili
sono di capitalizz. composta

oss | La composta mista
(banche) non è scindibile

• Legge dello sconto commerciale:

$$D = S \cdot t \cdot d \quad \Rightarrow \quad A = S(1 - d \cdot t)$$

• Sconto proporzionale sia al valore nominale, che al tempo

• d: tasso (annuo) di sconto unitario

• (1 - dt): fattore di sconto

• Ha senso se 1 - dt > 0

• Equivalente regime di capital. (interessi semplici anticipati)

$$M = C \cdot \frac{1}{1 - td} \quad \Rightarrow \quad I = C \cdot \frac{td}{1 - td}$$



fattore di montante