

MATEMATICA PER L'ECONOMIA

Appello del 21/11/2014

Nome: _____ COGNOME: _____

=====

1) Data la funzione $f(x, y) = \frac{\ln[e^x - 2)y]}{y - 1}$,

- (a) determinarne il campo di esistenza A e rappresentarlo nel piano cartesiano;
- (b) stabilire se esistono (e in caso affermativo calcolarli) i limiti di $f(x, y)$ nei punti $(\ln 2, 0)$, $(0, 1)$, $(\ln 2, 2)$;
- (c) stabilire se A è aperto, chiuso, né aperto né chiuso;
- (d) calcolare $f_x(x, y)$, $f_y(x, y)$.

2) Determinare gli estremi relativi della funzione $h(x, y) = x^2 - xy^2 + 4y^2$.

- 3) Un'impresa emette l'1/12/X0 un'obbligazione di durata 6 anni, cedola fissa annua del 3,8% e rimborso del valore nominale alla scadenza.

- (a) Quale dev'essere il prezzo di emissione per garantire ad un investitore che la acquisti all'emissione un rendimento del 4% (trascurare ogni tassazione e commissione)?
- (b) Un investitore acquista l'obbligazione al 20/4/X1, con regolamento al 25/4/X1, al prezzo secco di 101,15. Se la tassazione sulla cedola è del 20%, qual è il prezzo tel quel?

(T) (a) Scrivere la definizione di approssimante lineare a una funzione $f(x, y)$ in (x_0, y_0) .

- (b) Con riferimento alle equivalenze fra tassi di leggi di capitalizzazione o attualizzazione diverse, ricavare il tasso di sconto commerciale annuo d equivalente su un periodo di tempo di t anni ad un tasso di interesse composto annuo i_c .

MATEMATICA PER L'ECONOMIA

Appello del 9/1/2015

Nome: _____

COGNOME: _____

=====

1) Data la funzione $f(x, y) = \frac{\sqrt{3xy - 2y}}{\ln(x - y)}$,

- (a) determinarne il campo di esistenza A e rappresentarlo nel piano cartesiano;
- (b) stabilire se esistono (e in caso affermativo calcolarli) i limiti di $f(x, y)$ nei punti $(1, 1)$, $(0, 0)$, $(2/3, -2)$;
- (c) stabilire quali punti di coordinate $(2/3, y)$ sono estremi relativi [*nota*: non occorre né conviene usare le derivate parziali];
- (d) calcolare $f_x(x, y)$.

2) Determinare gli estremi relativi della funzione $h(x, y) = \sqrt{xy} - y + 1$ sul vincolo $\sqrt{x} - y = 0$.

- 3) Una polizza prevede il pagamento di 10 rate annuali di € 2.800 ciascuna, prima rata all'1/4/20X1. Il beneficiario preferirebbe ricevere in alternativa 20 rate semestrali, con prima rata all'1/10/20X1. Quale dev'essere la rata della rendita semestrale in modo che i valori attuali all'1/4/20X1 delle due rendite siano gli stessi, al tasso di riferimento $i = 5,6\%$ composto annuo?

- (T) (a) Scrivere la definizione di forma quadratica definita negativa, e darne un esempio.
(b) Enunciare la condizione di Norstrøm.

MATEMATICA PER L'ECONOMIA

Appello del 23/1/2015

Nome: _____ COGNOME: _____

=====

- 1) Data la funzione $f(x, y) = \frac{\sqrt{(3 - \ln x)(x + y - 1)}}{x - y + 2}$,
- (a) determinarne il campo di esistenza A e rappresentarlo nel piano cartesiano;
 - (b) stabilire se esistono (e in caso affermativo calcolarli) i limiti di $f(x, y)$ nei punti $(0, 2)$, $(0, 3)$, $(1, 0)$;
 - (c) calcolare $f_y(e^2, 0)$.
- 2) Determinare il campo di esistenza ed eventuali estremi relativi della funzione $h(x, y) = \frac{y^2}{2} + \frac{1}{x} - \ln \frac{y}{x}$.
- 3) Un prestito di 12.000 Euro in $t_0 = 0$ viene restituito in 3 rate, esigibili in $t_0 + 1$ anno, $t_0 + 2$ anni, $t_0 + 32$ mesi. La seconda e la terza rata sono maggiori, rispettivamente, del 20% e del 40% della prima rata R . Il tasso d'interesse di riferimento è il 6,5% annuo composto.
- (a) Determinare R
 - (b) Nell'ipotesi che il prestito sia ad interessi *posticipati*, determinare il debito residuo dopo la scadenza della prima rata.
- (T) (a) Descrivere il procedimento dei moltiplicatori di Lagrange, nel caso di funzioni di due variabili.
- (b) Con riferimento alle equivalenze fra tassi di leggi di capitalizzazione/ attualizzazione diverse, ricavare il tasso di sconto commerciale annuo d equivalente su un periodo di tempo t ad un tasso di interesse semplice annuo i .

MATEMATICA PER L'ECONOMIA

Appello del 6/2/2015

Nome: _____ COGNOME: _____

=====

- 1) Data la funzione $f(x, y) = \frac{\ln(y - 3x)}{\sqrt{y^2 - 1}}$,
- (a) determinarne il campo di esistenza A e rappresentarlo nel piano cartesiano;
 - (b) individuare e tracciare la curva di livello 0;
 - (c) stabilire se esistono (e in caso affermativo calcolarli) i limiti di $f(x, y)$ nei punti $(1/3, 1)$, $(0, 0)$, $(-1/3, 1)$;
 - (d) calcolare l'approssimante lineare a $f(x, y)$ in $(0, \sqrt{2})$.
- 2) Determinare gli estremi assoluti di $h(x, y)$
 $= xy - 2x - 3y$ sull'insieme $D = \{(x, y): x \geq 1, y \geq 1, xy \leq 9\}$, illustrato in figura.
- 3) Un prestito di € 21.014,95 viene erogato in $t_0 = 0$ al tasso d'interesse annuo composto dell' 8%, con restituzione in 3 rate, rispettivamente di € 4.000 in $t_0 + 6$ mesi, € 8.000 in $t_0 + 15$ mesi, € 12.000 in $t_0 + 30$ mesi. Stendere il piano d'ammortamento a interessi periodali posticipati.
- (T) (a) Scrivere la definizione di forma quadratica definita positiva, e darne un esempio.
(b) Scrivere la formula per il calcolo del rateo sulla cedola in corso di un'obbligazione, definendo le quantità che vi compaiono.

MATEMATICA PER L'ECONOMIA

Appello del 5/6/2015

Nome: _____ COGNOME: _____

=====

- 1) Data la funzione $f(x, y) = \sqrt{1 - e^{\frac{x}{y}}}$,
- (a) determinarne il campo di esistenza A e rappresentarlo nel piano cartesiano;
 - (b) stabilire se esistono (e in caso affermativo calcolarli) i limiti di $f(x, y)$ nei punti $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(0, 0)$;
 - (c) calcolare $f_x(x, y)$, $f_y(x, y)$;
 - (d) determinare i punti di minimo assoluto per $f(x, y)$.
- 2) Determinare gli estremi relativi della funzione $h(x, y) = \frac{x}{y} - x^2y + 3$ sul vincolo $xy = 6$.
- 3) Un'impresa richiede un prestito di € 476.831, erogato all'epoca t_0 alle seguenti condizioni: tasso d'interesse (composto) di riferimento 6% annuo, restituzione in tre rate di € 150.000, 150.000, 220.000 esigibili, rispettivamente, alle epoche $t_0+9\text{mesi}$, $t_0+18\text{mesi}$, $t_0+24\text{mesi}$.
- (a) Stendere il piano d'ammortamento ad interessi periodali *anticipati*.
 - (b) Qual è il TAN dell'operazione?
- (T) (a) Scrivere la definizione di forma quadratica semidefinita negativa, e darne un esempio.
- (b) Enunciare la condizione di Norstrøm; fare un esempio di operazione finanziaria con un flusso di cassa costituito da 3 importi negativi e 2 positivi in cui vale tale condizione.

MATEMATICA PER L'ECONOMIA

Appello del 22/6/2015

Nome: _____ COGNOME: _____

=====

1) Data la funzione $f(x, y) = \frac{\ln(1 - e^{xy})}{\sqrt{-y + 1}}$,

- (a) determinarne il campo di esistenza A e rappresentarlo nel piano cartesiano;
- (b) stabilire se esistono (e in caso affermativo calcolarli) i limiti di $f(x, y)$ nei punti $(1, -1)$, $(1, 1)$, $(0, 1)$;
- (c) calcolare $f_x(x, y)$, $f_y(x, y)$.

2) Trovare gli eventuali estremi relativi della funzione $h(x, y) = \frac{x}{y^2 + 2}$ sul vincolo $x + 2y - 1 = 0$.

- 3) Un capitale $C = 30.000.000$ Euro viene impiegato all'epoca $t_0 = 0$ per costituire una rendita a rata costante R , *non* periodica, che garantisce il pagamento di 4 rate alle epoche, rispettivamente, $t_0 + 1$ anno, $t_0 + 30$ mesi, $t_0 + 4$ anni, $t_0 + 5$ anni.

- a) Qual è l'ammontare della rata R , se il tasso d'interesse composto di riferimento è $i = 4,25\%$ annuo?
- b) Qual è il montante della rendita in $t_0 + 5$ anni e 3 mesi?
- c) Supponendo di impiegare lo stesso capitale C in $t_0 = 0$ per costituire invece, allo stesso tasso d'interesse di riferimento i , una rendita periodica semestrale di 8 rate costanti, pagamento prima rata in $t_0 + 6$ mesi, qual è l'ammontare della rata della rendita semestrale?

- (T) (a) Dare la definizione di curva di livello k ; scrivere e rappresentare sul piano cartesiano la curva di livello 0 di $g(x, y) = x^2y - 2y$.

- (b) Scrivere la formula per il calcolo del rateo sulla cedola in corso di un'obbligazione, definendo le quantità che vi compaiono.

MATEMATICA PER L'ECONOMIA

Appello del 18/9/2015

Nome: _____ COGNOME: _____

=====

1) Data la funzione $f(x, y) = y + \ln(xy - 2x^2)$,

- (a) determinarne il campo di esistenza A e rappresentarlo nel piano cartesiano;
- (b) stabilire se esistono (e in caso affermativo calcolarli) i limiti di $f(x, y)$ nei punti $(1, 3)$, $(0, 3)$, $(3, 0)$;
- (c) calcolare l'approssimante lineare in $(1, 3)$.

2) Determinare i punti di massimo e minimo assoluti

della funzione $h(x, y) = \frac{x^2}{y+1}$ sull'insieme chiuso

$D = \{(x, y): y \geq 0, x^2 + y - 2 \leq 0\}$, in figura a lato.

3) Un'impresa emette un'obbligazione all'1/6/X1, con rimborso alla pari all'1/6/X8. Il flusso cedolare è: cedola del 6% all'1/6/X2, cedola del 5% all'1/6/X3, 3 cedole del 2,5% ciascuna all'1/6/X4, 1/6/X5, 1/6/X6, rispettivamente.

- a) Quale dev'essere il prezzo di emissione per garantire un rendimento del 3% annuo composto?
- b) Due investitori comprano l'obbligazione sul mercato secondario, uno al prezzo secco di 103 all'1/4/X2, l'altro al prezzo secco di 99 all'1/4/X8. Quali sono i prezzi tel quel nei due casi (in assenza di commissioni e tassazioni)?

(T) (a) Descrivere il procedimento dei moltiplicatori di Lagrange, nel caso di funzioni di due variabili

(b) Illustrare la legge dello sconto commerciale.

MATEMATICA PER L'ECONOMIA

Appello del 27/11/2015

Nome: _____

COGNOME: _____

=====

1) Data la funzione $f(x, y) = \ln(-xy) + \ln(x + y)$,

(a) determinarne il campo di esistenza A e rappresentarlo nel piano cartesiano;

(b) stabilire se esistono (e in caso affermativo calcolarli) i limiti di $f(x, y)$ nei punti $(1, 0)$, $(0, 0)$, $(-e, e^2)$;

(c) calcolare le approssimanti lineari, se esistono, nei punti $(1, 1/2)$ e $(1, -1/2)$.

2) Determinare gli estremi relativi della funzione $h(x, y) = x^3 + \frac{1}{2}x^2y - y^2 + 10y$.

3) Un mutuo di 80.000 Euro contratto all'epoca t_0 viene restituito in 5 rate, di cui la prima di 10.000 Euro in $t_0 + 8$ mesi, la seconda di 15.000 Euro in $t_0 + 15$ mesi. Le rimanenti 3 rate sono di uguale ammontare R , e scadono in $t_0 + 24$ mesi, $t_0 + 30$ mesi, $t_0 + 36$ mesi, rispettivamente. Il tasso d'interesse concordato è del 7,6% annuo composto.

(a) Calcolare R ;

(b) determinare il debito residuo in $t_0 + 15$ mesi, nell'ipotesi di interessi posticipati.

(T) (a) Enunciare la definizione di forma quadratica indefinita e darne un esempio.

(b) Spiegare per quale motivo un'operazione finanziaria consistente nell'acquisto di un'obbligazione e sua detenzione fino a scadenza ha un unico TIR positivo.

MATEMATICA PER L'ECONOMIA

Appello del 29/1/2016

Nome: _____

COGNOME: _____

=====

1) Data la funzione $f(x, y) = \sqrt{\frac{\ln x}{x + y}}$,

- (a) determinarne il campo di esistenza A e rappresentarlo nel piano cartesiano;
- (b) stabilire se esistono (e in caso affermativo calcolarli) i limiti di $f(x, y)$ nei punti $(0, 0)$, $(2, -2)$, $(1, -1)$;
- (c) calcolarne l'approssimante lineare nel punto $(e, 0)$;
- (d) determinare (senza usare derivate parziali) eventuali estremi assoluti di $f(x, y)$.

2) Determinare gli estremi relativi della funzione $h(x, y) = \frac{y^2 - 1}{x}$ sul vincolo $xy + y - 1 = 0$.

- 3) (a) All'epoca $t_0 = 0$ un creditore deve ancora incassare, per completare il rimborso di un prestito, le seguenti rate: Euro 5.000 in $t_0 + 2$ mesi, Euro 1.200 in $t_0 + 5$ mesi, Euro 2.500 in $t_0 + 8$ mesi. Avendo il debitore chiesto una dilazione nei pagamenti, il creditore intende proporgli di effettuare, in alternativa, due pagamenti di uguale ammontare R , uno in $t_0 + 6$ mesi, l'altro in $t_0 + 10$ mesi. Determinare R in modo che i montanti in $t_0 + 10$ mesi delle somme incassate, rispettivamente, nel piano originario e nell'alternativa proposta siano uguali, in regime di interessi composti con tasso $i = 6\%$ annuo.
- (b) Quale sarebbe il prezzo di emissione in $t_0 = 0$ di un'obbligazione a cedola nulla che garantisca al creditore, in $t_0 + 10$ mesi, la stessa somma ottenuta dal prestito, con lo stesso tasso?

- (T) (a) Enunciare la definizione di approssimante lineare.
- (b) Con riferimento alle equivalenze fra tassi di leggi di capitalizzazione o attualizzazione diverse, ricavare il tasso di sconto commerciale annuo d equivalente su un periodo di tempo di t anni ad un tasso di interesse composto annuo i_c .

MATEMATICA PER L'ECONOMIA

Appello del 12/2/2016

Nome: _____ COGNOME: _____

=====

1) Data la funzione $f(x, y) = \frac{\ln[(e^x - 2)y]}{y - 1}$,

- (a) determinarne il campo di esistenza A e rappresentarlo nel piano cartesiano;
- (b) stabilire se esistono (e in caso affermativo calcolarli) i limiti di $f(x, y)$ nei punti $(\ln 2, 0)$, $(0, 1)$, $(\ln 2, 2)$;
- (c) stabilire se A è aperto, chiuso, né aperto né chiuso;
- (d) calcolare $f_x(x, y)$, $f_y(x, y)$.

2) Determinare gli estremi relativi della funzione $h(x, y) = x^2 - xy^2 + 4y^2$.

3) Un'impresa richiede un prestito di Euro 3.023.025, erogato all'epoca t_0 alle seguenti condizioni: tasso d'interesse (composto) di riferimento 6,5% annuo, restituzione in tre rate di Euro 800.000, 1.000.000, 1.425.000 esigibili, rispettivamente, alle epoche $t_0+3\text{mesi}$, $t_0+12\text{mesi}$, $t_0+18\text{mesi}$.

(a) Stendere il piano d'ammortamento ad interessi periodali *anticipati*.

(b) In $t_0+18\text{mesi}$, per pagare l'ultima rata, l'impresa richiede un prestito di 450.000 Euro ad una banca, alla quale ne restituirà 472.000 in $t_0+26\text{mesi}$. Qual è l'interesse annuo composto di quest'ultimo prestito?

(T) (a) Enunciare la definizione di forma quadratica definita negativa e darne un esempio.

(b) Considerando nota la formula per il valore attuale in $t_0 = 0$ di una rendita periodica di n rate costanti R , posticipata, non differita ($A(0) = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \cdot R$), ricavare l'espressione del valore attuale in $t_0 = 0$ di una rendita periodica di n rate costanti R , anticipata, non differita, e quella del suo montante all'epoca di esigibilità dell'ultima rata.

MATEMATICA PER L'ECONOMIA

Appello del 10/6/2016

Nome: _____ COGNOME: _____

=====

1) Data la funzione $f(x, y) = \sqrt{\frac{2-y}{16-x^2-y^2}}$,

- (a) determinarne il campo di esistenza A e rappresentarlo nel piano cartesiano;
- (b) stabilire se esistono (e in caso affermativo calcolarli) i limiti di $f(x, y)$ nei punti $(0, 2)$, $(0, -4)$, $(2\sqrt{3}, 2)$;
- (c) calcolare $f_x(x, y)$, $f_y(x, y)$;
- (d) individuare l'estremo superiore e inferiore di $f(x, y)$.

2) Data la funzione $h(x, y) = x + \ln(2 - e^{3x+y})$, determinarne:

- (a) il campo di esistenza;
- (b) eventuali estremi relativi sul vincolo $x + y = 1$.

- 3) Un bene di consumo del valore di 5.672 € viene acquistato pagando 2.500 € all'acquisto, il resto in 3 rate di 1.000, 1.000, 1.500 € dopo, rispettivamente, 8, 16 e 20 mesi dall'acquisto. Si applica il tasso di interesse annuo composto dell'8%.
Stendere il piano d'ammortamento a interessi periodali posticipati.

- (T) (a) Enunciare la definizione di approssimante lineare.
(b) Con riferimento alle equivalenze fra tassi di leggi di capitalizzazione/ attualizzazione diverse, *ricavare* il tasso di sconto commerciale annuo d equivalente su un periodo di tempo t ad un tasso di interesse semplice annuo i .

MATEMATICA PER L'ECONOMIA

Appello del 27/6/2016

Nome: _____ COGNOME: _____

=====

1) Data la funzione $f(x, y) = \ln \frac{x}{y+1}$,

- (a) determinarne il campo di esistenza A e rappresentarlo nel piano cartesiano;
- (b) stabilire se esistono (e in caso affermativo calcolarli) i limiti di $f(x, y)$ nei punti $(-1, 1)$, $(0, -5)$, $(-1, -1)$;
- (c) individuare la curva di livello -1 e rappresentarla nel piano cartesiano;
- (d) scrivere l'equazione dell'approssimante lineare a $f(x, y)$ in un generico punto del campo di esistenza.

2) Trovare gli estremi assoluti di $h(x, y) = \frac{xy-1}{y+2}$ sul triangolo (chiuso) di vertici $(0, -1)$, $(0, 1)$, $(-1, 0)$.

3) Un'obbligazione viene emessa all'1/3/20X1, con scadenza 1/3/20X9 e cedole semestrali del 3,6% ciascuna, prima cedola 1/9/20X1, fino a scadenza.

- (a) Quale dev'essere il prezzo di emissione per garantire un rendimento del 7,6% annuo composto (trascurare, anche in seguito, ogni tassazione)?
- (b) Un investitore acquista l'obbligazione all'1/2/20X2 al prezzo *tel quel* di 107,20. Qual è il prezzo secco?

(T) (a) Scrivere la definizione di forma quadratica semidefinita positiva, e darne un esempio.

- (b) Enunciare la condizione di Norstrøm; fare un esempio di operazione finanziaria con un flusso di cassa costituito da 4 importi negativi e 2 positivi in cui vale tale condizione.