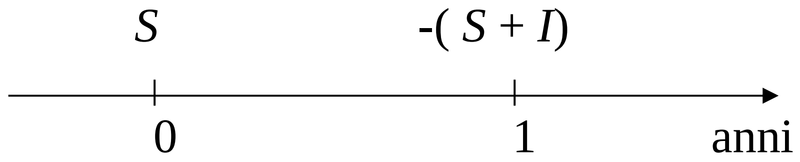
# INTRODUZIONE ALLE LEGGI FINANZIARIE

Operazione finanziaria su due date:




Legge di equivalenza intertemporale introdotta dal contratto finanziario:

$$\begin{cases} W(0) = S \\ W(1) = S + I \end{cases}$$

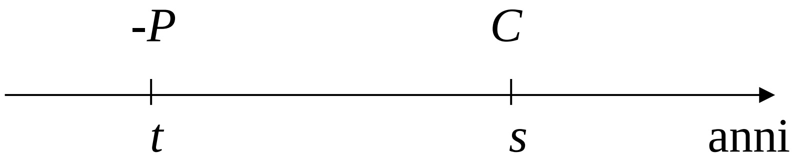
$W(t)$, $t \in \{0,1\}$, è detta **funzione valore**

$W(1) - W(0)$ è l'interesse

$$i = \frac{W(1) - W(0)}{W(0)}$$ è il tasso annuo di interesse

$$d = \frac{W(1) - W(0)}{W(1)}$$ è il tasso annuo di sconto

## Acquisto di un titolo a cedola nulla




Legge di equivalenza intertemporale introdotta dal contratto finanziario:

$$\begin{cases} W(t) = P \\ W(s) = C \end{cases}$$

$W(t)$, $t \in \{t, s\}$, è la funzione valore

$$W(s) - W(t) = C - P$$

è l'interesse relativo all'intervallo $[t, s]$

$$j(t,s) = \frac{W(s) - W(t)}{W(t)} = \frac{C - P}{P}$$

è il tasso di interesse relativo all'intervallo $[t, s]$

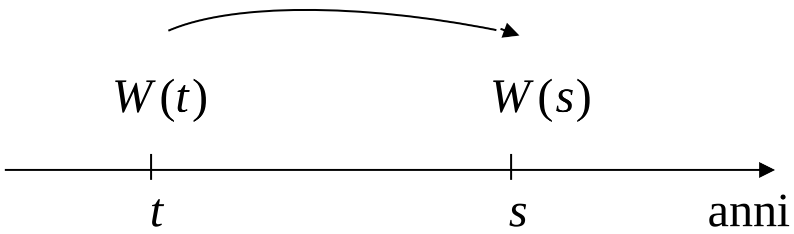
$$\frac{W(s) - W(t)}{W(s)}$$

è il tasso di sconto relativo all'intervallo $[t, s]$

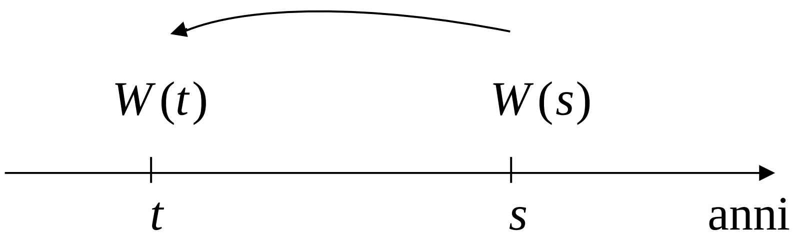
Nella pratica, per costruire operazioni finanziarie, si introducono delle funzioni valore che consentono di esprimere l'interesse in funzione della durata dell'operazione.

$$j(t,s) = \frac{W(s)}{W(t)} - 1$$

$$\Rightarrow \qquad W(s) = W(t)[1 + j(t,s)]$$




$$\Rightarrow \qquad W(t) = W(s)[1 + j(t,s)]^{-1}$$

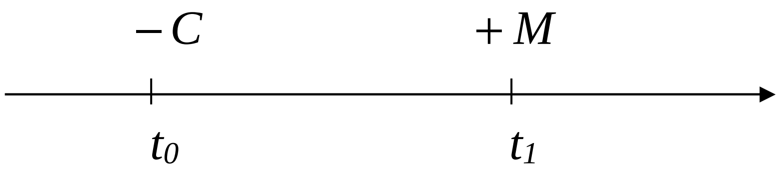


# LEGGI FINANZIARIE

Nella pratica molte operazioni finanziarie sono regolate secondo delle funzioni, **leggi finanziarie**, che dipendono dalla *durata* dell'operazione e da un parametro, tipicamente il *tasso annuo d'interesse*.

Consideriamo una operazione finanziaria elementare in cui l'importo $C$ esigibile in $t_0$ viene scambiato con l'importo $M$ esigibile in $t_1$.

Dal punto di vista dell'investitore si ha l'operazione di investimento o di **capitalizzazione**



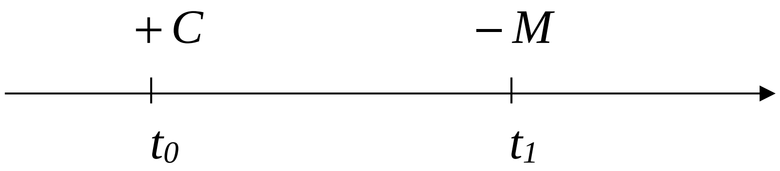

con $t = t_1 - t_0$ la durata in anni

$C$ capitale investito

$M$ montante in $t_1$ di $C$ esigibile in $t_0$

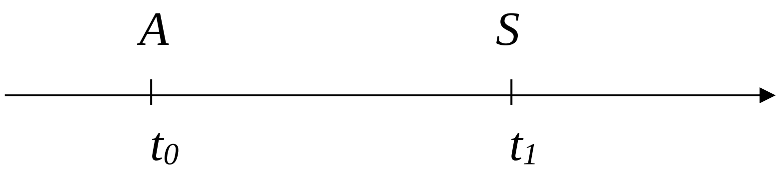
L'importo $C$ esigibile in $t_0$ è capitalizzato nell'istante $t_1$. Si dice che $C$ è "portato avanti" nel tempo in quanto si trasforma una disponibilità immediata ($C$) in una disponibilità futura ($M$).

Dal punto di vista del debitore si ha <u>l'operazione di finanziamento</u> o di **attualizzazione**




con $t = t_1 - t_0$ la durata in anni

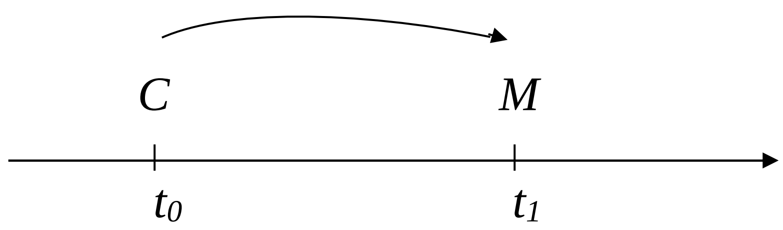
Si ottiene una disponibilità immediata ($C$) rinunciando ad una disponibilità futura ($M$).
Si dice che l'importo $M$ esigibile in $t_1$ è attualizzato ("portato indietro" nel tempo) nell'istante $t_0$.
In generale, in una operazione di attualizzazione, un importo $S$ disponibile in un istante futuro è attualizzato in un istante precedente.

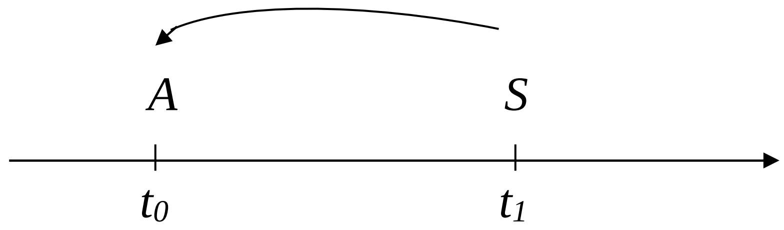



con $t = t_1 - t_0$ la durata in anni

$S$ valore nominale o valore a scadenza

$A$ valore attuale in $t_0$ di $S$ esigibile in $t_1$




Definizioni

Si definisce **fattore di capitalizzazione** o **fattore di montante** $f = \frac{M}{C}$

$\Rightarrow \qquad M = C \cdot f$

Si definisce **fattore di attualizzazione** o **fattore di sconto** $\varphi = \frac{A}{S}$

$\Rightarrow \qquad A = S \cdot \varphi$

Nell'operazione di capitalizzazione si definiscono gli **interessi** $I = M - C$

Nell'operazione di attualizzazione si definisce lo **sconto** $D = S - A$

Si ha

$I = M - C = C \cdot f - C = C(f - 1)$ dove $f - 1$ è il tasso di interesse

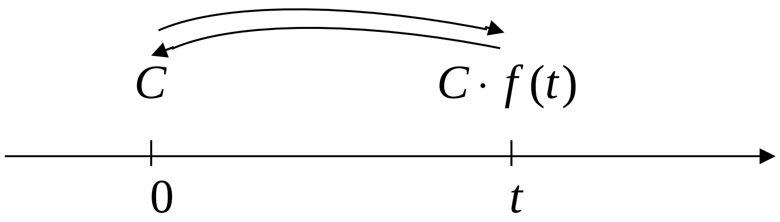
$D = S - A = S - S \cdot \varphi = S(1 - \varphi)$ dove $1 - \varphi$ è il tasso di sconto

Per costruire contratti finanziari si introducono delle funzioni che consentono, per esempio, di esprimere il **fattore di capitalizzazione** in dipendenza della durata $t$ dell'operazione di investimento e di un parametro $\alpha$ che esprime il "costo del finanziamento"

$$f(t,\alpha)$$

Fissato il parametro $\alpha$ la funzione dipende dalla sola durata $t$ : $\quad f(t)$

Fissata una funzione di capitalizzazione $f(t),\ t \geq 0$ , rimane individuata la corrispondente funzione di attualizzazione $\varphi(t),\ t \geq 0$ , tale che




$$C = [C \cdot f(t)]\varphi(t)$$

cioè, tale che, $\quad f(t) \cdot \varphi(t) = 1 \quad \Rightarrow \quad \varphi(t) = \dfrac{1}{f(t)}$

Se $f(t) \cdot \varphi(t) = 1$ , $\quad \forall\, t \geq 0$ , si dice che $\varphi(t)$ è il **fattore coniugato** di $f(t)$ e viceversa.

Vedremo tre funzioni $f(t,\alpha)$ che definiscono altrettanti **regimi finanziari**. Fissato il parametro $\alpha$ rimane individuata una **legge finanziaria**.

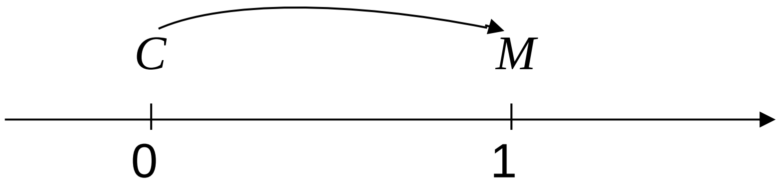
# DEFINIZIONI FONDAMENTALI

Siano

$f(t),\ t \geq 0$ , una legge di capitalizzazione

$\varphi(t)$ , $t \geq 0$ , la legge di attualizzazione associata, cioè tale che $f(t) \cdot \varphi(t) = 1$

Consideriamo una operazione finanziaria con durata unitaria (1 anno)

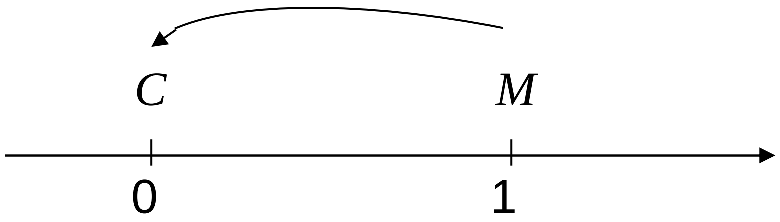



Si definisce

$I = M - C$ interesse

$i = \dfrac{I}{C}$ tasso annuo di interesse

$u = \dfrac{M}{C} = 1 + i = f(1)$ fattore di capitalizzazione annuo




Si definisce

$D = M - C$ sconto

$d = \dfrac{D}{M}$ tasso annuo di sconto

$v = \dfrac{C}{M} = \dfrac{1}{1+i} = \dfrac{1}{f(1)} = \varphi(1)$ fattore di attualizzazione annuo

<u>Osservazione</u>

$$d = \frac{D}{M} = 1 - v = \frac{i}{1+i} = i \cdot v$$

è detto **tasso di interesse anticipato**.

Si ha $d < i$