REGIME DELLA CAPITALIZZAZIONE COMPOSTA E SCONTO COMPOSTO

Consideriamo l'impiego del capitale C per una durata di n (numero intero) anni e supponiamo che gli interessi siano capitalizzati alla fine di ogni anno.

Sia i il tasso annuo di interesse; si ha:

- montante alla fine dell'anno 1: $M_1 = C + C \cdot i = C(1+i)$
- montante alla fine dell'anno 2: $M_2 = M_1 + M_1 \cdot i = M_1(1+i) = C(1+i)^2$
- montante alla fine dell'anno 3: $M_3 = M_2 + M_2 \cdot i = M_2(1+i) = C(1+i)^3$

… …

- montante alla fine dell'anno n: $M_n = C(1+i)^n$

<u>Definizione</u>:

Si chiama **regime finanziario della capitalizzazione composta** o **esponenziale** il regime finanziario caratterizzato da un fattore di capitalizzazione esponenziale:

$$f(t) = (1+i)^t \qquad t \geq 0$$

Il fattore di attualizzazione coniugato è $\varphi(t) = \dfrac{1}{f(t)} = (1+i)^{-t} \qquad t \geq 0$

ESEMPIO: calcolare i tassi di interesse annui dei BOT, secondo il regime della capitalizzazione composta (**tassi di rendimento composto**).

BOT a 3 mesi: $\{-99.098, 100\}/\left\{0, \frac{89}{365}\right\}$; BOT a 6 mesi: $\{-98.150, 100\}/\left\{0, \frac{181}{365}\right\}$;

BOT a 1 anno: $\{-96.180, 100\}/\{0, 1\}$; CTZ: $\{-92.895, 100\}/\left\{0, \frac{700}{365}\right\}$

Tassi variabili nel regime della capitalizzazione composta

Consideriamo l'impiego del capitale C per una durata di t anni, in regime della capitalizzazione composta

$$M = C(1+i)^t$$

Supponiamo che il tasso di interesse, invece di rimanere costante per tutta la durata, vari nel tempo.

Precisamente, sia l'intervallo $[0, t]$ ripartito in n sottointervalli nei quali il tasso di interesse si mantenga costante.

Sia i_k il tasso di interesse nel k-esimo intervallo di ampiezza t_k , $k = 1, \dots, n$

con $\sum_{k=1}^{n} t_k = t$

Il montante alla fine dell'intervallo $[0, t]$ è

$$M = C \cdot (1+i_1)^{t_1} \cdot (1+i_2)^{t_2} \cdot \ldots (1+i_n)^{t_n} = C \prod_{k=1}^{n} (1+i_k)^{t_k}$$