Esercizi Geometria 3A

9/10/2017

1. Mostrare che $\alpha(t) = (3t, 3t^2, 2t^3)$ è una curva parametrizzata regolare $\forall t \in \mathbb{R}$ e che in ogni punto la retta tangente alla curva forma con la retta di equazione $y = 0, z = x$ un angolo costante.

2. Un disco di raggio 1 sul piano xy rotola senza strisciare lungo l'asse x. La curva descritta da un punto della circonferenza di bordo è detta *cicloide*.
   Si ottenga una curva parametrizzata $\alpha: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ tale che la sua traccia sia la cicloide. Si determinino i punti singolari di tale curva.
   Si calcoli la lunghezza d'arco della cicloide corrispondente ad una rotazione completa del disco.

3. Calcolare la lunghezza delle seguenti curve:
   a. $\gamma(t) = (e^t \cos\, t, e^t \sin t),\ t \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$
   b. $y = e^{-x},\ x \in [0,1]$
   c. $\gamma(t) = (t, ln(t), 3 + t),\ t \in [1,2]$

4. Per ciascuna delle seguenti curve si trovi l'ascissa curvilinea:
   a. $\begin{cases} x = t, \ \ t \in \mathbb{R} \\ y = cosh(t) \end{cases}$
   b. $\begin{cases} x = \cos(3t), \ \ t \in \mathbb{R} \\ y = \sin(3t) \end{cases}$