OPERAZIONE FINANZIARIA EQUA

Con riferimento ad una operazione finanziaria

$$\boldsymbol{x}/\boldsymbol{t} = \{x_1, x_2, \ldots, x_m\}/\{t_1, t_2, \ldots, t_m\} \qquad \text{con } t_1 < t_2 < \ldots < t_m$$

si dice che $\boldsymbol{x}/\boldsymbol{t}$ è **equa** nell'istante t se $\qquad W(t, \boldsymbol{x}) = 0$

Per la proprietà di scindibilità della legge di capitalizzazione composta si ha:

se l'operazione finanziaria $\boldsymbol{x}/\boldsymbol{t}$ è equa in t allora è equa anche in qualsiasi istante T.

Infatti, poiché

$$W(T, \boldsymbol{x}) = W(t, \boldsymbol{x})(1+i)^{T-t} \qquad \forall\, t, T$$

allora, se $W(t, \boldsymbol{x}) = 0$ si ha che

$$W(T, \boldsymbol{x}) = 0 \qquad \forall\, T$$

Si dice quindi che l'operazione finanziaria $\boldsymbol{x}/\boldsymbol{t}$ è **equa**, se $W(t, \boldsymbol{x}) = 0$ in qualche istante t

La condizione

$$W(t, \boldsymbol{x}) = 0$$

è detta **condizione di equità**.

La proprietà di scindibilità consente di risolvere in modo univoco i problemi di matematica finanziaria nell'impostazione della matematica finanziaria classica.

Infatti, un'operazione equa in un istante è equa in ogni altro istante, quindi la soluzione non cambia cambiando l'istante di valutazione in cui si pone la condizione di equità.

Esempio: $\boldsymbol{x}/\boldsymbol{t} = \{1000, -400, -S\}/\{0, 2, 5\}$ $\qquad i = 0{,}05$

Legge di capitalizzazione composta	Legge dell'interesse semplice
$W(0, \boldsymbol{x}) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad W(5, \boldsymbol{x}) = 0$ $\Leftrightarrow S = 813{,}23$	$1000(1+0{,}05\cdot 5) - 400(1+0{,}05\cdot 3) - S = 0$ $\Leftrightarrow S = 790{,}00$ $1000 - 400/(1+0{,}05\cdot 2) - S/(1+0{,}05\cdot 5) = 0$ $\Leftrightarrow S = 795{,}45$

Osservazione sul significato di operazione finanziaria equa.

Premettiamo le definizioni di somma e di scomposizione di due operazioni finanziarie.

Si definisce **somma di due operazioni finanziarie**, l'operazione che ha come scadenzario l'unione degli scadenzari delle due operazioni finanziarie e come flusso di pagamenti quello ottenuto sommando algebricamente i pagamenti delle due operazioni finanziarie per ciascuna delle singole scadenze.

Si definisce la **scomposizione di una operazione finanziaria** in due operazioni finanziarie, se la somma delle due operazioni finanziarie è uguale all'operazione finanziaria data.

Per esempio si può scomporre una operazione finanziaria in due operazioni finanziarie, l'operazione attiva e quella passiva, considerando separatamente i flussi con segno positivo da quelli con segno negativo.

Consideriamo la scomposizione dell'operazione finanziaria $\boldsymbol{x}/\boldsymbol{t}$ nell'operazione attiva $\boldsymbol{a}/\boldsymbol{t}$ con i soli flussi positivi e nell'operazione passiva $\boldsymbol{p}/\boldsymbol{t}$ con i soli flussi negativi.

Si ha

$$W(t,\boldsymbol{x}) = W(t,\boldsymbol{a}) + W(t,\boldsymbol{p})$$

Se l'operazione finanziaria $\boldsymbol{x}/\boldsymbol{t}$ è equa, quindi <u>è soddisfatta la condizione di equità</u>

$$W(t,\boldsymbol{x}) = 0$$

si ha

$$W(t,\boldsymbol{a}) = -W(t,\boldsymbol{p})$$

quindi, il valore delle entrate prodotte dall'operazione finanziaria è uguale al valore delle uscite, cambiate di segno.

Ciò traduce l'idea di poste attive e passive che sono finanziariamente in equilibrio e la condizione

$$W(t,\boldsymbol{a}) = -W(t,\boldsymbol{p})$$

è detta **equivalenza finanziaria** ed è una condizione equivalente alla condizione di equità.

Consideriamo l'operazione finanziaria

$$\boldsymbol{x}/\boldsymbol{t} = \{x_1, x_2, \ldots, x_m\}/\{t_1, t_2, \ldots, t_m\}$$

Sia t un istante in $[t_1, t_m]$, eventualmente coincidente con una delle scadenze $t_1, t_2, \ldots, t_m$.

Si può considerare la scomposizione di $\boldsymbol{x}/\boldsymbol{t}$ nelle due operazioni con, rispettivamente, le scadenze tutte precedenti o uguali a t da un lato, e quelle seguenti t dall'altro.

Si può allora scomporre il valore dell'operazione in t nei due addendi:

$$W(t, \boldsymbol{x}) = M(t, \boldsymbol{x}) + V(t, \boldsymbol{x})$$

dove $M(t, \boldsymbol{x}) = \sum_{k: t_k \le t} x_k (1+i)^{t-t_k}$

è detto **montante** in t dell'operazione finanziaria $\boldsymbol{x}/\boldsymbol{t}$

$V(t, \boldsymbol{x}) = \sum_{k: t_k > t} x_k (1+i)^{-(t_k - t)}$

è detto **valore residuo** in t dell'operazione finanziaria $\boldsymbol{x}/\boldsymbol{t}$

Se l'operazione finanziaria $\boldsymbol{x}/\boldsymbol{t}$ è equa, si ha $W(t, \boldsymbol{x}) = 0$ e quindi

$$M(t, \boldsymbol{x}) = -V(t, \boldsymbol{x})$$