

## ESERCIZI DI GEOMETRIA 1, FOGLIO 10

Trieste, 20 dicembre 2017

1. Per ciascuna delle seguenti matrici  $A$ , determinare la forma normale di Jordan, una base di Jordan e una matrice  $S$  tale  $S^{-1}AS$  sia in forma normale di Jordan:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Stessa domanda del punto 1. per ciascuna delle seguenti matrici, dove  $a, b, c$  sono parametri reali:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & a & b \\ 0 & 1 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Dare condizioni necessarie e sufficienti sui coefficienti  $a, \dots, f$  affinché la forma normale di Jordan della seguente matrice abbia un unico blocco di Jordan. In tale caso determinare anche una base di Jordan e la matrice  $S$  del cambiamento di base come negli esercizi precedenti:

$$\begin{pmatrix} 1 & a & b & c \\ 0 & 1 & d & e \\ 0 & 0 & 1 & f \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$