

① ESERCIZIO 4.1 PAG. 103

907 si
220 NO

$$P(\text{si}) = ?$$

$$907 + 220 = 1127$$

$$P(\text{si}) = \frac{907}{1127} = 0.80$$

② ESERCIZIO 4.2 PAG. 103

$$P(\text{si}) = 0.85$$

$$a) P(\text{non si}) = ?$$

$$P(\text{non si}) = 1 - P(\text{si}) = 1 - 0.85 = 0.15$$

$$P(D|\text{si}) = 84\% = 0.84$$

$$b) P(D \cap \text{si}) = ?$$

$$P(D \cap \text{si}) = P(\text{si}) \cdot P(D|\text{si}) = 0.85 \cdot 0.84 = 0.71$$

→ probab. di "credere nel diavolo" all'interno dello spazio campione ridotto rappresentato da "credere nel paradiso"

③ ESERCIZIO 4.3 PAG. 103

Membro ong. (A)	Pagone di p.u. (B)			
	Si	NO	TOT.	
	Si	30	66	96
	NO	88	933	1021
	TOT.	118	999	1117

$$a) P(A) = ?$$

$$P(A) = \frac{96}{\text{totale}} = \frac{96}{1117} = 0.086$$

$$b) \text{Probabilità condizionata}$$

$$P(B|A) = ?$$

$$P(B|\text{non}A) = ?$$

$$P(B|A) = \frac{30}{96} = 0.312$$

$$P(B|\text{non}A) = \frac{88}{1021} = 0.086$$

$$c) P(A \cap B) = ?$$

$$(i) \text{Utilizzando freq.} \rightarrow \frac{30}{1117} = 0.027$$

$$(ii) \text{Utilizzando probab.} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = 0.086 \cdot 0.312 = 0.027$$

eventi ASSOCIATI
Eventi NON indipendenti

$$d) P(\text{si}) = ?$$

$$P(\text{NO}) = ?$$

$$P(\text{si}) \cup P(\text{NO}) = ?$$

$$\rightarrow \text{sono due eventi disgiunti}$$

$$P(\text{si}) \cup P(\text{NO}) = P(\text{si}) + P(\text{NO})$$

$$P(\text{si}) = \frac{30}{1117} = 0.027$$

$$P(\text{NO}) = \frac{933}{1117} = 0.835$$

$$P(\text{si}) \cup P(\text{NO}) = 0.027 + 0.835 = 0.862$$

3A) ESERCIZIO 4.5 PAG. 103

y = n di persone vittime di omicidio

y_i	p_i	$y_i p_i$
0	0.91	0
1	0.06	0.06
2	0.02	0.04
3	0.01	0.03
	<u>1</u>	<u>0.13</u>

$$\Rightarrow \mu = 0.13$$

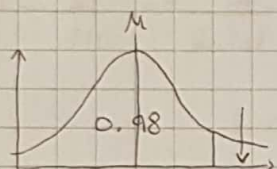
Media = valore atteso = $E(y)$

$$E(y) = \sum_{i=1}^n y_i p_i$$

38) ESERCIZIO 4.7 PAG. 104

Mezza = Q1 $\approx$ 98-esimo percentile

a) Q1 $\approx$ 98-esimo percentile quante dev. st. oltre la media?



$\mu + z\sigma$
 corrisp. a 98-esimo percentile

$\hookrightarrow$ PROBAB. INFERIORE A $\mu + z\sigma = 0.98$

$\hookrightarrow$ PROBAB. SUPERIORE A $\mu + z\sigma = 0.02$

TAVOLA A

Ho la probab. $\rightarrow$ trovo z

0.02 $\rightarrow z = 2.05$

TAVOLA: 0.0202

$\Rightarrow$ 98-esimo percentile è 2.05 dev. st. oltre la media.

b) distrib. normale $\rightarrow \mu = 100$
 $\sigma = 16$

Q1 corrisp. a 98-esimo percentile?

$$\begin{aligned} y &= \mu + z\sigma \\ &= 100 + (2.05)(16) \\ &= 100 + 32.8 = 132.8 \end{aligned}$$

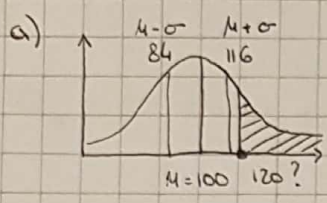
$\Downarrow$

$$y = 133$$

4) ESERCIZIO 4.19 PAG. 104

MDi → distribuzione normale
 $\mu = 100$
 $\sigma = 16$

- a) Proporzioni bambini MDi ≥ 120 ?
- b) Punteggio MDi pari a 90-esimo percentile?
- c) $Q_1 = ?$
 $M = ?$
 $Q_3 = ?$



• $\mu - \sigma$ e $\mu + \sigma = 100 - 16 = 84$ e $100 + 16 = 116$
→ 0.68 probab. che un'osservazione ricada in un intervallo di punteggio MDi 84-116

• $\mu - 2\sigma$ e $\mu + 2\sigma = 100 - 32 = 68$ e $100 + 32 = 132$ → 0.95

• $\mu - 3\sigma$ e $\mu + 3\sigma = 100 - 48 = 52$ e $100 + 48 = 148$ → 0.997

↓ Probabilità è una proporzione
 $P(MDi \geq 120) = ?$

Trovo z-score → $z = \frac{y_i - \mu}{\sigma} = \frac{120 - 100}{16} = \frac{20}{16} = 1.25$

↳ TAVOLA A ⇒ colonna 1.2 ⇒ 0.1056
riga 0.05 ⇒ 0.106

b) ($y_i = 90$ -esimo percentile) = ?

↳ qual'è il punteggio MDi che ricade oltre 90% di tutti i punteggi?

Trovo valore di z in modo che $\mu + z\sigma$ oltre 90% dei valori di una distrib. normale

↳ uso probabilità della curva normale sulla coda dx oltre 90-esimo percentile.

⇒ probab. inferiore a $\mu + z\sigma$ deve essere uguale a 0.90

↳ 10% della distrib. si trova oltre 90-esimo percentile

↳ probab. sotto alla coda di dx è pari a 0.10.

→ TAVOLA A : $z = 1.28$
90-esimo percentile ha valori che ricadono a un p.u. di 1.28 dev. st. oltre la media

$$\begin{aligned} y_1 &= \mu + z\sigma \\ &= 100 + (1.28)(16) \\ &= 100 + 20.48 = \underline{120.5} \end{aligned}$$

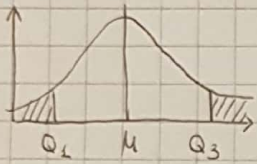
90% punteggi MDi sono inferiori a 120.5.

- c) $Q_1 = ?$ 25-esimo percentile?
- $M = ?$ 50-esimo percentile?
- $Q_3 = ?$ 75-esimo percentile?

$M = 50$ -esimo percentile $\rightarrow$ trovo z corrisp. a 0.50
 $z = 0$
 $M = 100 + (0)(16) = 100 \Rightarrow \underline{M = 100}$

$Q_3 = 75$ -esimo percentile $\rightarrow$ prob. sotto alla coda di dx e' pari a 0.25
trovo z corrisp. a 0.25
 $z = 0.67$
 $Q_3 = 100 + (0.67)(16) = 100 + 10.72 = 110.72 \Rightarrow \underline{Q_3 = 111}$

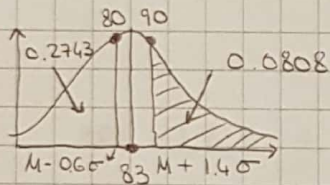
$Q_1 = 25$ -esimo percentile $\rightarrow$ lo trovo per simmetria
 $Q_1 = 100 - 10.72 = 89.28 \Rightarrow \underline{Q_1 = 89}$



5) ESERCIZIO 4.22 PAG. 105

distrib. normale $\rightarrow \mu = 83$
 $\sigma = 5$

proporzione studenti con punteggio compreso tra 80 e 90?



$$z_{90} = \frac{90 - 83}{5} = 1.4$$

$\rightarrow 90$ e' a 1.4 dev. st. (SOPRA LA) media

$\rightarrow$ TAVOLA A
 $z = 1.4$ corrisp. a probab. 0.0808

$$z_{80} = \frac{80 - 83}{5} = -\frac{3}{5} = -0.6$$

$\rightarrow 80$ e' a 0.6 dev. st. SOTTO la media

$\rightarrow$ TAVOLA A
 $z = 0.6$ corrisp. a probab. 0.2743

$$P(90) + P(80) = 0.0808 + 0.2743 = 0.3551$$

$$P(80-90) = 1 - 0.3551 = \underline{0.6449}$$

$\rightarrow$ proporzione di studenti che prendera' un voto compreso tra 80 e 90.

⑥ ESERCIZIO 4.23 PAG. 105

$$\text{SAT} \rightarrow \mu = 500$$

$$\sigma = 100$$

$$y_{\text{SAT}} = 600$$

$$\text{ACT} \rightarrow \mu = 21$$

$$\sigma = 4.7$$

$$y_{\text{ACT}} = 29$$

E' maggiore y_{SAT} o y_{ACT} ?

L> Standardizzo i due punteggi (y_{SAT} e y_{ACT}) trasformandoli in punti z
 L> in questo modo sono confrontabili.

$$z_{\text{SAT}} = \frac{y_{\text{SAT}} - \mu}{\sigma} = \frac{600 - 500}{100} = 1$$

$$z_{\text{ACT}} = \frac{29 - 21}{4.7} = 1.70$$

→ Il punteggio ($y_{\text{ACT}} = 29$) e' 1.70 dev. st. sopra la media, quindi e' più alto.

8) ESERCIZIO 4.33 PAG. 106

PDi $\Rightarrow \mu = 100$ distrib. normale
 $\sigma = 15$

a) probab. PDi $< 90 = ?$

b) $n = 25$
 distrib. campionaria della media campionaria?
 probab. media campionaria $< 90 = ?$

c) $y_{PDi} = 90$ e' anomalo?
 media campionaria $= 90$ e' anomalo?

a) $z = \frac{90 - 100}{15} = \frac{-10}{15} = -0.67 \rightarrow$ punteggio pari a 90 e' a 0.67 dev. st. sotto la media.

$\hookrightarrow$ TAVOLA A: $z = 0.67$ corrisponde a probab. pari a 0.2514 $\rightarrow$ 0.25

b) Approssimativamente normale con $\bar{y} = \mu \Rightarrow \bar{y} = 100$

$$\sigma_{\bar{y}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{15}{\sqrt{25}} = \frac{15}{5} = 3 \Rightarrow \sigma_{\bar{y}} = 3$$

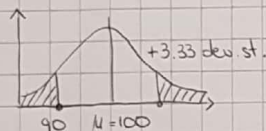
ERRORE STANDARD

probab. $\bar{y} < 90 = ? \Rightarrow z = \frac{90 - 100}{3} = \frac{-10}{3} = -3.33$

90 e' 3.33 dev. st. sotto la media campionaria.

$z = 3.33$ corrisp. a probab. di 0.0004

0.0004 probab. che la media campionaria sia inferiore a 90.



c) $y_{PDi} = 90$ NON e' anomalo $\hookrightarrow$

$y_{PDi} = 90$ a quante dev. st. dalla media?

$\hookrightarrow z = 0.67$ (vedi punto a)

$\hookrightarrow$ non e' anomalo perche' e' a sole 0.67 dev. st. dalla media.

$\left\{ \begin{array}{ll} \mu + 1\sigma & \text{e} \quad \mu - 1\sigma \\ 100 + 15 & 100 - 15 \\ 115 & 85 \end{array} \right.$
 0.68 di probab. che un punteggio ricada tra 85 e 115.
 $\left\{ \begin{array}{ll} \mu + 3\sigma & \text{e} \quad \mu - 3\sigma \\ 100 + (3)(15) & 100 - (3)(15) \\ 100 + 45 & 100 - 45 \\ 145 & 55 \end{array} \right.$

$\bar{y} = 90$ e' anomalo $\hookrightarrow$ probab. e' solo 0.0004 per media campionaria pari a 90 o meno.

9) ESERCIZIO 4.36 PAG. 106

Distrib. asimmetrica positiva $\rightarrow \mu = 5.2$ } DISTRIB. DI POPOLAZIONE
 $\sigma = 3.0$

$n = 36 \rightarrow \bar{x} = 4.6$ } DISTRIB. DATI CAMPIONARI
 $s = 3.2$

DISTRIB. CAMPIONARIA di $\bar{y} = ?$ media campionaria

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bar{y} = \mu = 5.2 \\ \sigma_{\bar{y}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{3.0}{\sqrt{36}} = \frac{3.0}{6} = 0.5 \end{array} \right.$$

ERRORE STANDARD

ripetendo piu' volte l'estrazione di un campione di dimensione n avra' che

$\hookrightarrow$ distrib. approssimativamente normale (SEMPRE!)