

Fondazioni superficiali – Calcolo dei cedimenti

rev. 18.11.2013

I testi e le figure che seguono sono stati estratti, con alcune modifiche, da uno o più dei seguenti testi, a cui si rimanda per chiarimenti e approfondimenti:

- Bowles J. E., FONDAZIONI PROGETTO E ANALISI, McGraw-Hill, Milano, 1991
- Colombo P., Colleselli F., ELEMENTI DI GEOTECNICA, Zanichelli, Bologna, 2004
- Facciorusso J., Madiati C., Vannucchi G. – DISPENSE DI GEOTECNICA, Dipartimento di Ingegneria Civile – Sezione Geotecnica, Università degli Studi di Firenze, 2006
- Lancellotta R., Costanzo D., Foti S., PROGETTAZIONE GEOTECNICA SECONDO L'EUROCODICE 7 (UNI EN 1997) E LE NORME TECNICHE PER LE COSTRUZIONI (NTC 2008), Hoepli Ed., Milano, 2011
- Lancellotta R., Calavera J., FONDAZIONI, McGraw-Hill, Milano, 2003

Cedimenti delle fondazioni - Generalità

Per **cedimento** si intende l'abbassamento verticale del piano di posa della fondazione di una struttura a causa della deformazione del terreno sottostante.

Di solito il progetto di una struttura è basato sull'ipotesi che essa appoggi su una base non cedevole, cosa che in realtà accade raramente.

Se il piano d'appoggio della struttura rimane piano il cedimento non è pericoloso, poiché non si altera la distribuzione delle tensioni nella struttura.

Se invece il piano di appoggio cede in modo non uniforme, la struttura tende a deformarsi dando luogo, se iperstatica, a stati di tensioni generalmente non considerate in progetto.

E perciò necessario esaminare i fattori che determinano l'entità e la distribuzione dei cedimenti e principalmente il comportamento dei terreni.

D'altro lato il comportamento dei terreni è piuttosto complesso e la sua comprensione può essere ottenuta a mezzo dei risultati delle prove sperimentali e con l'elaborazione di leggi costitutive e di modelli che possano rappresentarlo adeguatamente.

Con riferimento ai risultati delle prove sperimentali si è già visto che è praticamente impossibile avere un unico modello in grado di esprimere i diversi aspetti del comportamento dei terreni e che è necessario ricorrere a modelli semplici per i quali devono essere bene individuati i limiti di applicazione ed il significato dei parametri utilizzati.

I cedimenti delle fondazioni devono essere valutati con grande cura per edifici, ponti, torri, centrali elettriche e altre analoghe strutture di costo elevato, mentre possono essere stimati con più largo margine di errore per strutture come terrapieni, dighe in terra, argini, paratie e muri di sostegno.

I calcoli dei cedimenti del suolo sono soltanto, eccetto che per casuali fortuite coincidenze, la migliore “stima” delle deformazioni da attendersi quando i carichi verranno applicati.

Durante la fase di cedimento il suolo subisce una transizione dallo stato di sforzo corrente (dovuto alle forze di volume, ovvero al peso proprio) a un nuovo stato, sotto il carico addizionale applicato.

La variazione Δq dello stato di sforzo dovuto a questo sovraccarico produce un'accumulazione, che è funzione del tempo, di movimenti di rotolamento e scorrimento relativo fra i granuli, di rottura di particelle e di deformazioni elastiche (in senso proprio) localizzate in una limitata zona di influenza al di sotto dell'area caricata.

L'accumulazione statistica di questi movimenti elementari nella direzione di interesse costituisce il cedimento.

In direzione verticale il cedimento sarà definito ΔH .

Principali componenti di ΔH sono costituiti dall'effetto di rotolamento e scorrimento fra le particelle, che fa variare l'indice dei vuoti, e dalla rottura dei granuli che modifica la struttura del materiale.

Solo una piccolissima frazione di ΔH proviene dalla deformazione elastica dei granuli del terreno.

Come conseguenza, soltanto una minima parte del cedimento ΔH verrebbe recuperata se il carico applicato venisse rimosso.

Anche se ΔH ha solamente una componente molto piccola di natura elastica, è conveniente trattare il suolo come un materiale pseudoelastico, caratterizzato da parametri “elastici” E_s , G' , μ e k_s per il calcolo dei cedimenti.

Tale scelta dovrebbe apparire ragionevole in quanto è una variazione dello stato di sforzo a causare il cedimento così come si osserva che all'aumentare di tale variazione cresce l'entità del cedimento.

L'esperienza indica inoltre che questa metodologia fornisce soluzioni soddisfacenti.

Due sono i problemi maggiori che si presentano nelle analisi dei cedimenti del terreno:

1. Ottenere valori attendibili per i parametri “elastici”.

I problemi di recupero di campioni “indisturbati” del suolo comportano che i valori misurati in laboratorio risultino sovente in errore per il 50% e oltre. Vi è ora una tendenza più diffusa a utilizzare prove in situ, ma il principale svantaggio è che esse tendono a fornire valori validi in direzione orizzontale. Poiché l’anisotropia è ricorrente i valori dei parametri validi in direzione verticale (solitamente richiesti) risultano spesso sostanzialmente diversi. A causa di questi problemi sono comunemente impiegate delle correlazioni, in particolare per studi preliminari di progetto.

2. Ottenere un profilo degli sforzi prodotti dal carico applicato che risulti attendibile.

Si presenta tanto il problema dei valori numerici che quello della effettiva profondità della zona di influenza. Le equazioni della teoria dell’elasticità vengono solitamente impiegate per il calcolo degli sforzi, prendendo come profondità H della zona di influenza al di sotto dell’area caricata valori che vanno da circa $2B$ fino a $H \rightarrow \infty$.

I valori definiti da questi due problemi vengono poi usati nella forma di:

$$\Delta H = \int_0^H \epsilon (dh)$$

dove ϵ è la deformazione pari a $\Delta q/E_s$

Δq è funzione sia di h che del carico e H è, come precedentemente notato, la profondità della zona di influenza.

Non è raro che il rapporto fra il valore misurato di ΔH e quello calcolato vari fra meno di 0.5 e 2 e oltre, anche se i valori si collocano per lo più in un intervallo compreso fra 0.8 e 1.2.

Si può anche osservare che se si calcola un valore di cedimento ΔH “piccolo” cioè dell’ordine di 10 mm e si misura poi un valore di 5 mm oppure di 20 mm, si commette un “errore” notevole; tuttavia la maggior parte delle strutture è in grado di sopportare senza danni sia il cedimento calcolato che quello misurato.

Ciò che si vuole evitare è di stimare un cedimento di 25 mm e trovarsi, a struttura terminata, un cedimento di 100 mm.

In ogni caso nel calcolo preventivo dei cedimenti è preferibile sbagliare per eccesso (rispetto ai valori effettivi o misurati); si deve tuttavia fare attenzione a evitare che stime troppo a favore di sicurezza inducano a prendere provvedimenti correttivi inutili e costosi.

Cedimenti immediati e di consolidazione

Si ammette generalmente che il cedimento causato dal peso di una struttura si divida in (almeno) due parti:

- a) cedimento dovuto alla deformazione del terreno senza cambiamento del suo contenuto d'acqua o cedimento immediato o di contatto (**cedimento immediato o istantaneo**);
- b) cedimento dovuto a riduzione del volume di terreno causato dalla dissipazione della pressione dei pori o cedimento per consolidamento (**cedimento per consolidazione**).

Mentre il primo avviene generalmente durante l'esecuzione dei lavori e può considerarsi ultimato poco tempo dopo il completamento della costruzione.

Il secondo, che assume come si vedrà fondamentale importanza nei terreni argillosi, è molto lento nel tempo e può durare anni se non decenni dopo il completamento della costruzione.

Mentre nel primo caso i metodi per la previsione teorica del cedimento sono basati sulla teoria dell'elasticità (la deformazione avviene senza cambiamento di volume), nel secondo caso solo in seguito allo studio fondamentale di Terzaghi si è potuto impostare il calcolo teorico del cedimento. In questo sono determinanti i risultati sperimentali delle prove di laboratorio.

In alcuni casi poi (terreni molto organici) può essere rilevante un ulteriore termine legato alle deformazioni viscosi (cedimento secondario).

Il cedimento globale risulta quindi generalmente costituito dai contributi dovuti a fenomeni immediati, alla consolidazione e (eventualmente) alla compressione secondaria (o viscosità) in questo modo:

$$\Delta H = \Delta H_i + \Delta H_c (+\Delta H_s)$$

In terreni non coesivi e nelle argille non sature è prevalente il contributo del cedimento immediato, eventualmente accompagnato da una piccola componente viscosa.

Cedimenti di consolidazione prevalgono invece nei suoli coesivi saturi, eccettuati i terreni molto organici, nei quali può essere prevalente il termine viscoso.

Analisi dei cedimenti immediati sono impiegate per tutti i terreni a gradazione fine, compresi limo e argille con grado di saturazione $S < 90\%$ circa e per quelli a gradazione grossa con elevato coefficiente di permeabilità.

Analisi dei cedimenti di consolidazione vengono usate per tutti i terreni a gradazione fine saturi o quasi saturi, ai quali si applica la teoria della consolidazione. La ragione di questa scelta è che per suoli di questo tipo interessa valutare non solo l'entità del cedimento ΔH ma anche il tempo necessario perché esso si stabilizzi.

Nella pratica i entrambi i casi si utilizza per il calcolo un'espressione del tipo

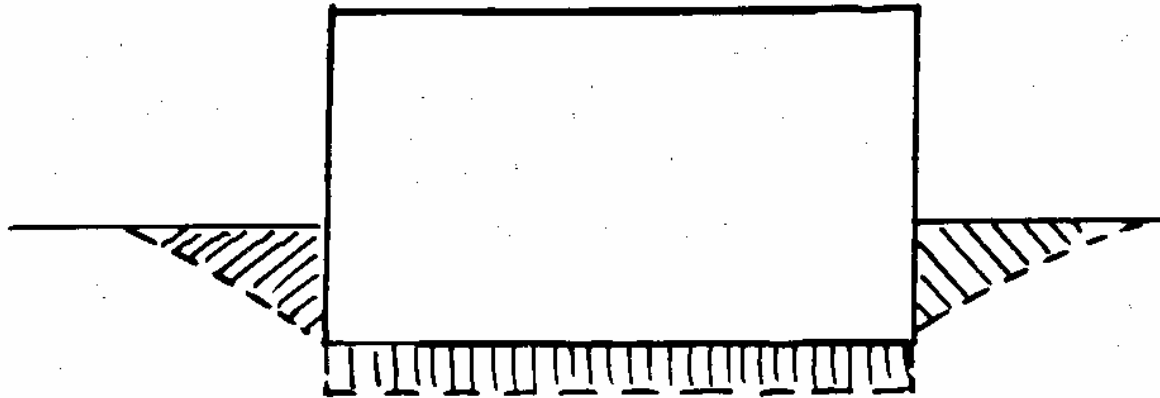
$$\Delta H = \epsilon H = \frac{\Delta q}{E_s} H$$

Cedimenti uniformi, rotazionali e differenziali. Valori accettabili.

Dunque per cedimento di un punto del piano di posa di una struttura si intende l'abbassamento del suddetto punto, provocato dalla deformazione del terreno sottostante.

Parlando invece di cedimento globale del piano di posa di una struttura potremo distinguere tre casi.

a) cedimento uniforme ovvero traslazione verticale del piano di posa della struttura: tutti i punti del piano di posa subiscono un medesimo cedimento. Il fenomeno è analizzabile mediante semplici considerazioni cinematiche (moti di corpo rigido) quindi non si genera nella struttura alcun stato tensionale aggiuntivo. Per quanto detto tale tipo di cedimento non suscita gravi preoccupazioni a meno di eventuali problemi di agibilità, collegamenti impiantistici o situazioni specifiche come quelle di serbatoi prossimi al livello di falda freatica.



b) cedimento rotazionale caratterizzato da una rotazione del piano di posa della struttura attorno ad un asse orizzontale giacente sul piano stesso. Anche per questo tipo di cedimento vale quanto detto a proposito del cedimento uniforme. La situazione è più preoccupante in quanto può venire intaccato l'equilibrio globale della struttura per la presenza di un momento instabilizzante indotto dalla rotazione.

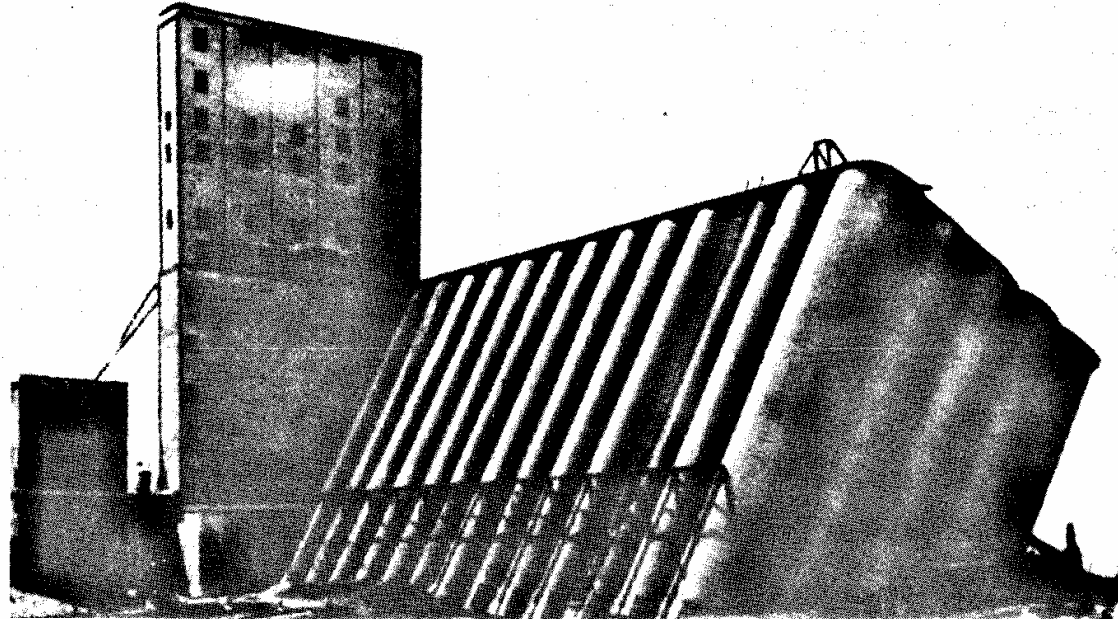
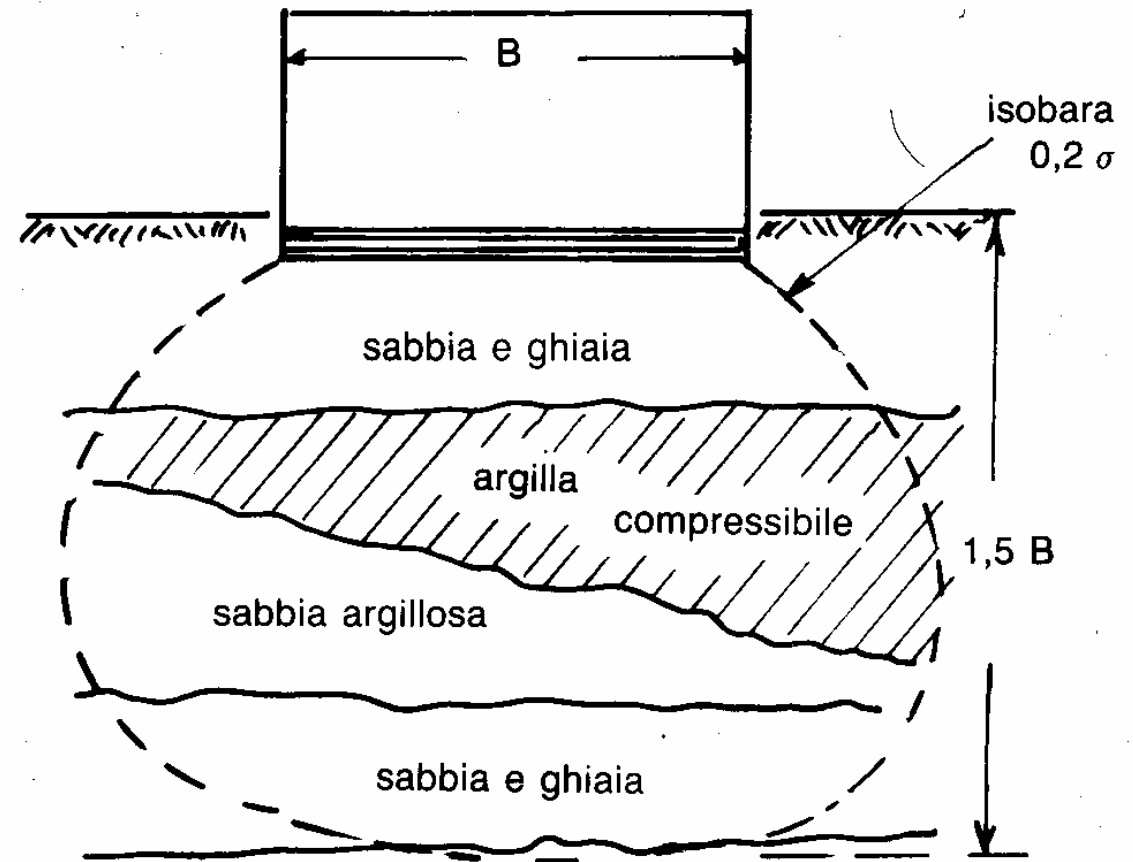


Fig. 7.1 Crollo del silo di Transcona (Canada).

c) cedimento differenziale: quando il piano di posa non subisce soltanto uno spostamento di corpo rigido, ma anche una certa deformazione. In tal caso il piano di posa non rimane piano, causando in genere uno stato tensionale aggiuntivo nella struttura sovrastante, spesso non considerato in sede progettuale.



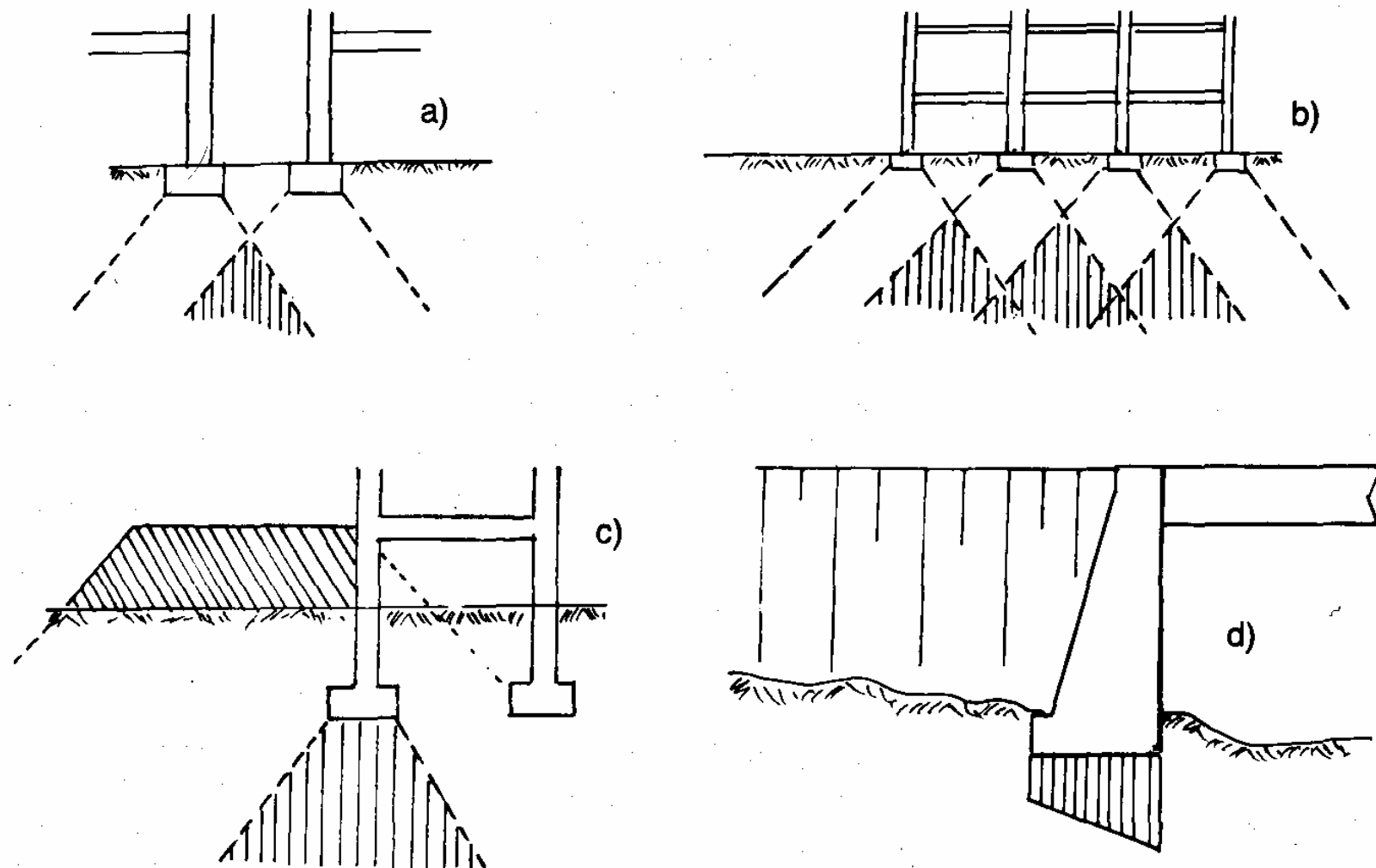


Fig. 5.17 Sovrapposizione delle tensioni.

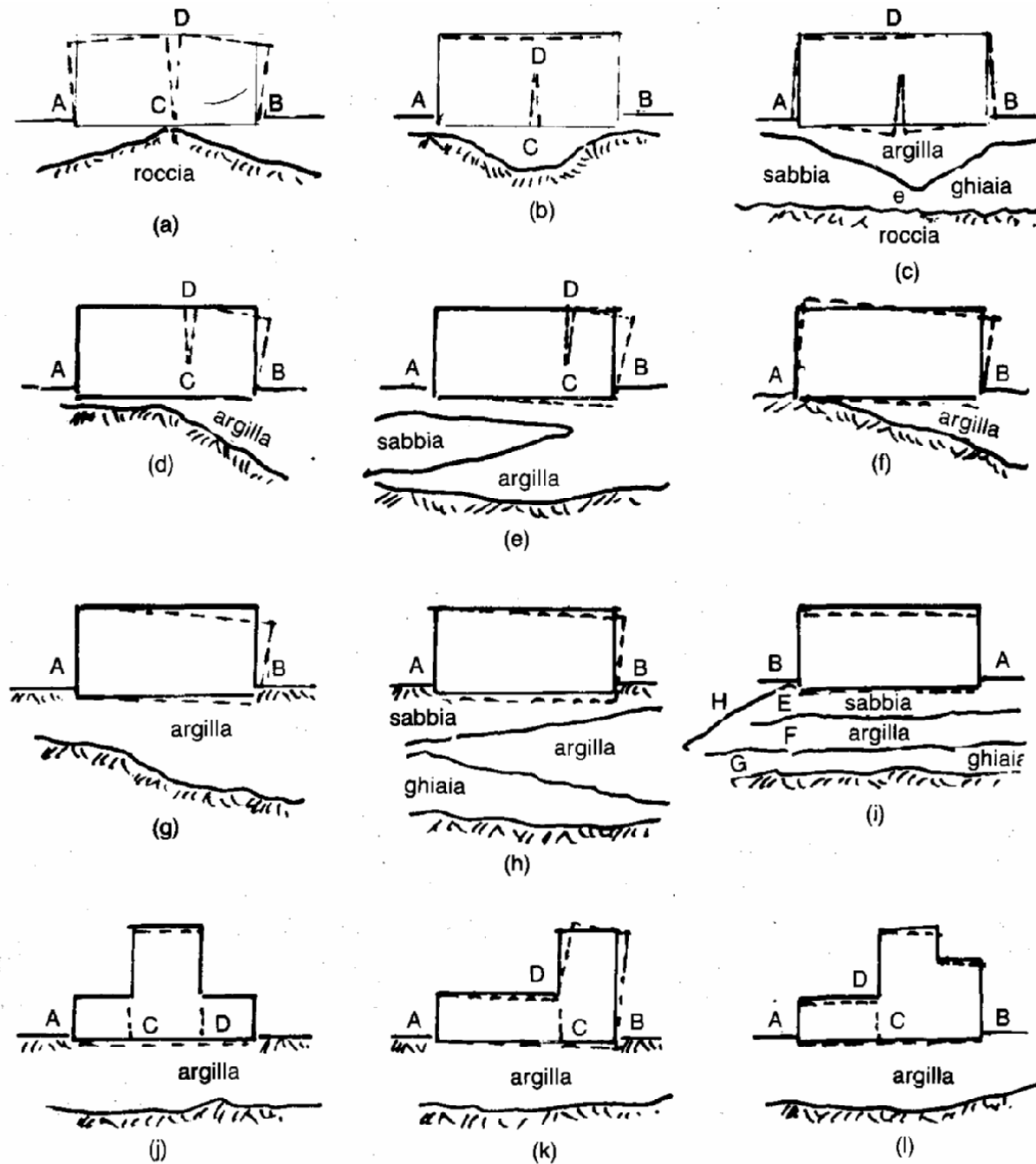
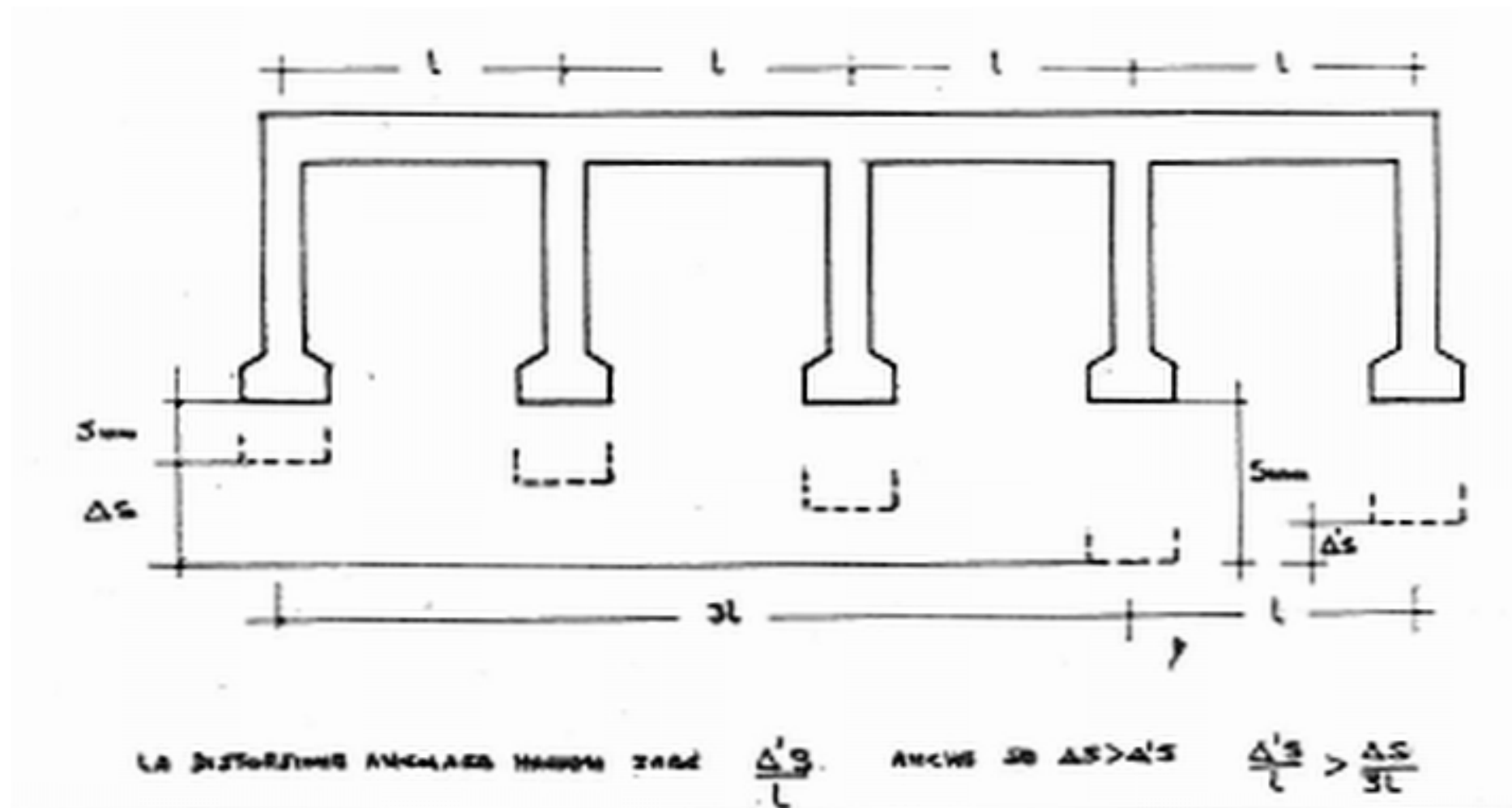
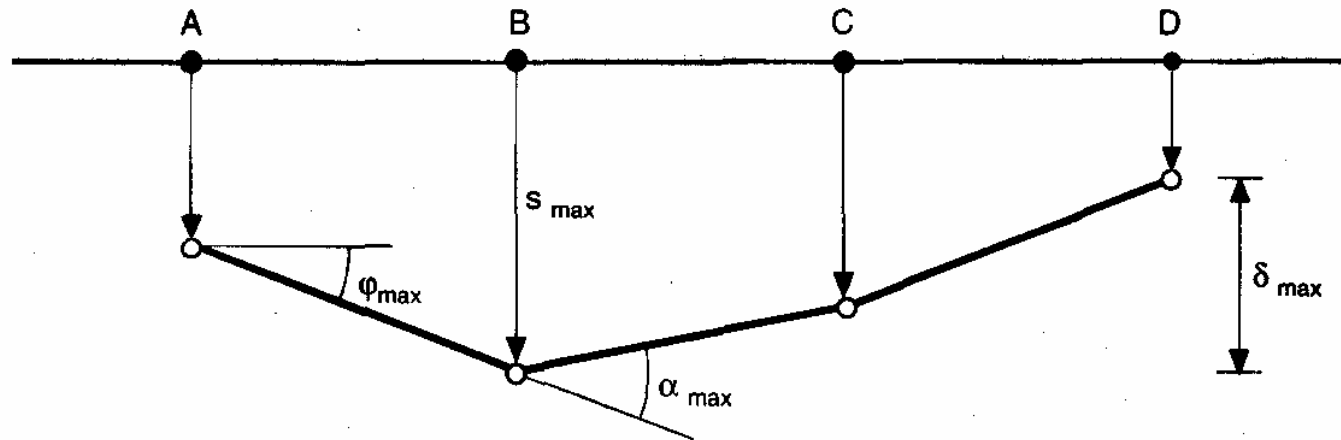


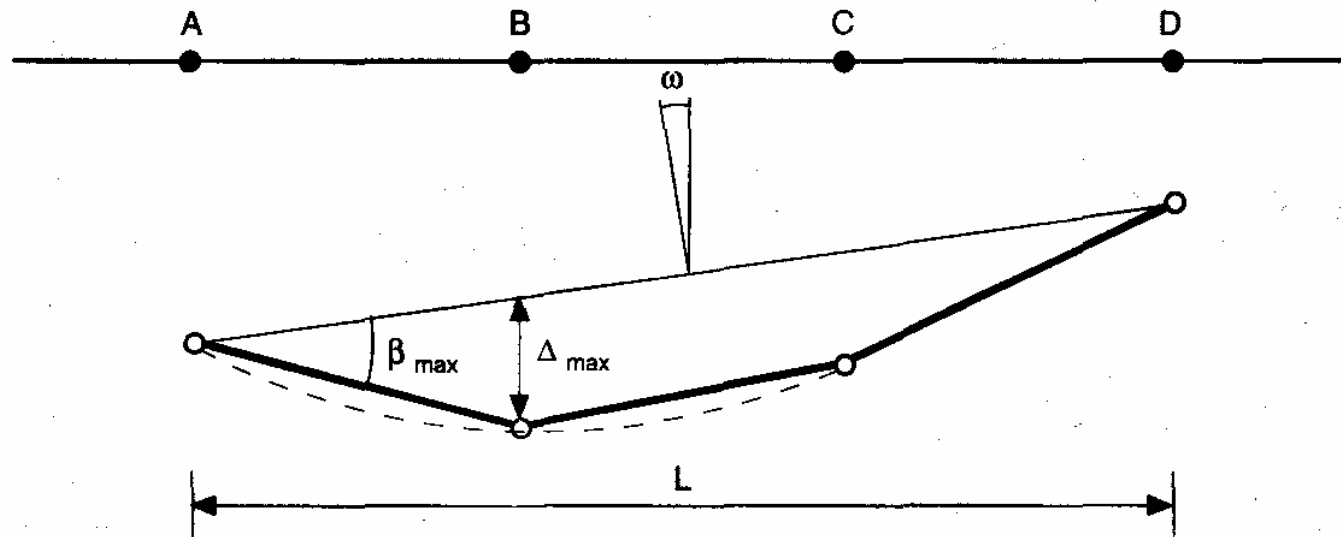
Fig. 5.20 Esempi di cedimenti non uniformi.

Il cedimento relativo o differenziale Δs tra due punti è preoccupante se rapportato a piccole distanze L tra i due punti in questione, quindi parametro significativo è il rapporto $\Delta s/L$, detto anche distorsione angolare.





Cedimento totale s , cedimento differenziale δ ,
rotazione φ e deformazione angolare α



Inflessione Δ e rapporto di inflessione Δ/L ,
rotazione rigida (tilt) ω e distorsione angolare β

<i>Tipo di movimento</i>	<i>Fattore di limitazione</i>	<i>Valore ammissibile</i>
Cedimento	Collegamento a reti di servizi Accesso Probab. di cedimenti differenziali • murature portanti • strutture intelaiate • ciminiera, silos	15 ÷ 30 cm 30 ÷ 60 cm 2,5 ÷ 5 cm 5 ÷ 10 cm 7,5 ÷ 30 cm
Rotazione rigida (<i>tilt</i>)	Stabilità al ribaltamento Rotazione di ciminiera, torri operatività di macchine • macchine tessili • turbogeneratori Binari di carro ponte Drenaggio di sup. pavimentate	Dipende dall'altezza e dal peso 0,04 <i>H</i> 0,003 <i>L</i> 0,0002 <i>L</i> 0,003 <i>L</i> 0,01 ÷ 0,02 <i>L</i>
Cedimenti differenziali	Murature portanti multipiano Murature portanti ad un piano Lesioni di intonaci Telai in c.a. Pareti di strutture a telaio in c.a. Telaio in acciaio Strutture semplici in acciaio	0,0005 ÷ 0,001 <i>L</i> 0,001 ÷ 0,02 <i>L</i> 0,001 <i>L</i> 0,0025 ÷ 0,004 <i>L</i> 0,003 <i>L</i> 0,002 <i>L</i> 0,005 <i>L</i>

L = distanza fra due pilastri adiacenti.

I valori ammissibili più elevati si riferiscono a strutture più flessibili ed a condizioni di sottosuolo uniformi; i più ridotti a strutture rigide e condizioni di sottosuolo irregolari.

Valori ammissibili dei movimenti delle strutture

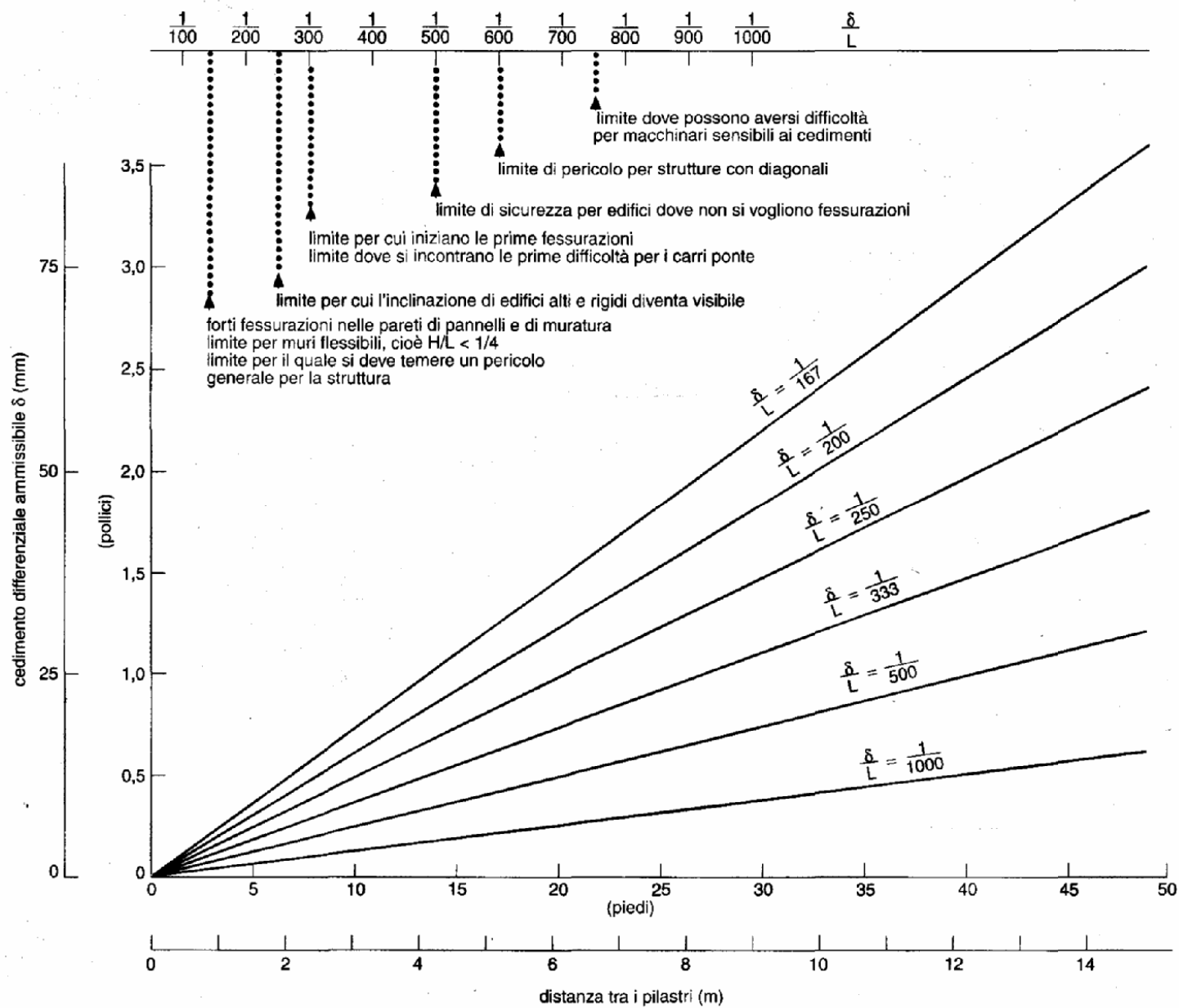


Tabella del Bjerrum

<i>Classe edificio e struttura</i>	<i>Tipo di edificio e struttura</i>	<i>Cedimento massimo totale ammissibile (mm)</i>	<i>Deformazione angolare massima ammissibile calcolata per tre punti allineati e connessi della fondazione di una struttura (α_{amm})</i>
1	Strutture massicce di notevole rigidità rispetto agli assi orizzontali, con fondazioni massicce in calcestruzzo non armato o fondazioni cellulari o graticci rigidi in calcestruzzo armato.	150 ÷ 200 (6 in ÷ 8 in)	Le differenze massime tra i cedimenti dei vari punti della struttura non dovrebbero causare inclinazioni della fondazione maggiori di 1/100 ÷ 1/200 del rapporto tra la dimensione minore in pianta della fondazione e l'altezza della struttura.
2	Strutture isostatiche con giunti e cerniere e strutture in legno.	100 ÷ 150 (4 in ÷ 6 in)	1/100 ÷ 1/200
3	Strutture iperstatiche in acciaio e strutture portanti in laterizio con cordoli in c.a. ad ogni piano, con fondazioni continue in c.a. e con pareti trasversali di almeno 25 cm di spessore con interassi minori di 6 m e strutture a telaio in calcestruzzo armato con le colonne ad interassi minori di 6 m, con fondazioni continue o a platea.	80 ÷ 100 (3½ in ÷ 4 in)	1/200 ÷ 1/300
4	Strutture della classe 3 ma che non soddisfano una delle condizioni imposte e strutture in c.a. con fondazioni a plinti	60 ÷ 80 (2½ in ÷ 3½ in)	1/300 ÷ 1/500
5	Strutture prefabbricate costituite da grandi pareti o elementi a blocchi	50 ÷ 60 (2 in ÷ 2½ in)	1/500 ÷ 1/700

I valori minori si riferiscono ad edifici pubblici, abitazioni o edifici con parti strutturali o finiture sensibili a cedimenti differenziali; i valori maggiori si riferiscono ad edifici alti di considerevole rigidità rispetto ad assi orizzontali o a strutture che possono accettare eventuali movimenti. In casi speciali (gru a portale, autoclavi ad alte pressioni, sebatoi, sili soggetti a carichi differenziali) il massimo cedimento ammissibile o i cedimenti differenziali od entrambi dovrebbero essere assunti in base a specifiche fornite dagli ingegneri utenti dell'impianto o dai produttori.

Cedimenti ammissibili totali e differenziali (distorsioni angolari) di fondazioni, calcolati indipendentemente dalla rigidità della struttura (Wilun e Starzewski, 1975)

Calcolo dei cedimenti

Il calcolo dei cedimenti con i metodi classici della geotecnica si sviluppa in varie fasi che si possono così riassumere:

- 1) si determina, sulla base delle indagini eseguite, il profilo geotecnico del terreno.
- 2) si calcolano gli incrementi di tensione verticale nel terreno di fondazione, incrementi determinati dai carichi agenti sul piano di fondazione.
- 3) sulla base dei risultati della indagine geotecnica, si scelgono le caratteristiche tensioni-deformazioni-tempo rappresentative dei vari strati di terreno interessati dalle variazioni di tensioni verticali e si calcolano le tensioni verticali litostatiche.
- 5) sulla base delle scelte e delle determinazioni precedentemente eseguite, si calcolano le deformazioni dei vari strati di terreno
- 5) per i terreni coesivi a bassa permeabilità si valuta l'andamento nel tempo dei cedimenti.

Calcolo della pressione verticale

Metodo della diffusione su superfici limitate da piani inclinati

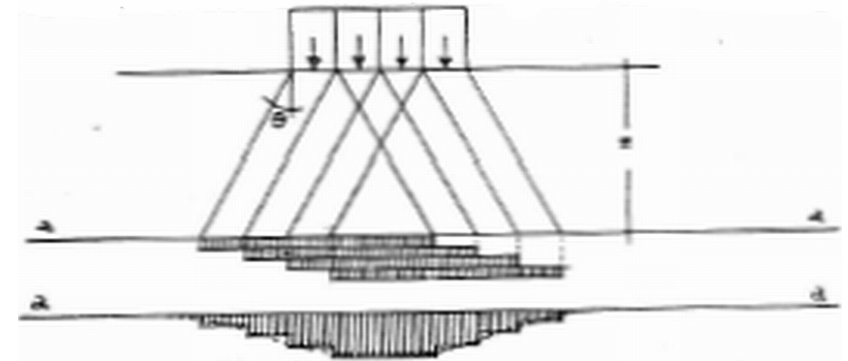
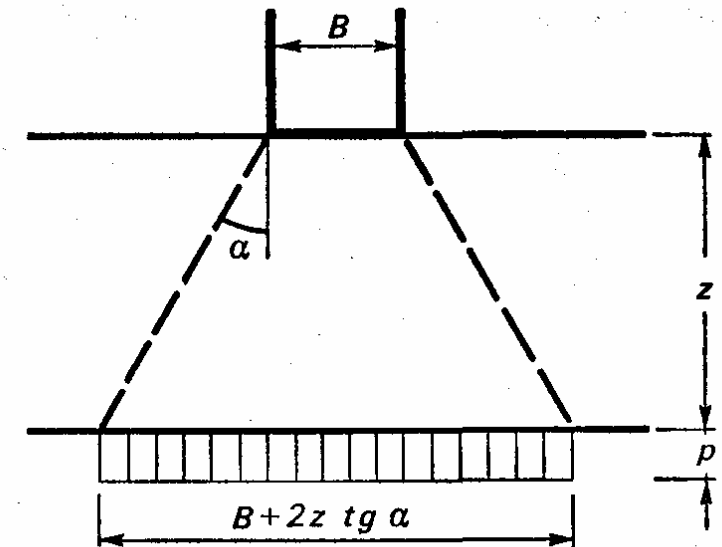
Il metodo empirico più semplice consiste nel supporre che il carico superficiale interessi, all'aumentare della profondità, superfici crescenti limitate da piani inclinati passanti per i bordi della superficie di carico.

L'incremento di pressione creato dal sovraccarico è supposto uniformemente ripartito su tutta la superficie interessata.

Si utilizzano, generalmente, dei piani inclinati sia a 45° , la qual cosa è ottimistica, sia a 1 di base e 2 di altezza (circa 27°).

Questo metodo è parecchio imperfetto, ma rapido e si può utilizzare senza rischio quando si studia l'influenza di un piccolo incremento in confronto alla sollecitazione totale.

È praticamente inapplicabile allo studio completo dei cedimenti.



$$G_e = \frac{q \cdot B \cdot L}{(B + 2z \tan \theta)(L + 2z \tan \theta)}$$

Metodo di Boussinesq

Il metodo di Boussinesq, proposto nel 1885, consiste nell'assimilare il terreno ad un solido elastico, semi-infinito, omogeneo ed isotropo.

Nonostante queste ipotesi piuttosto restrittive, il metodo di Boussinesq per il calcolo dell'incremento dello stato di sforzo prodotto dai carichi di fondazione è tuttora diffusamente usato per ogni tipo di suolo (anche per terreni stratificati). Si è trovato che i valori degli sforzi calcolati con questo metodo sono in buon accordo con i pochi valori misurati finora ottenuti.

Questo metodo trova la sua completa trattazione nel Timoshenko (Teoria dell'Elasticità, New York, 1931).

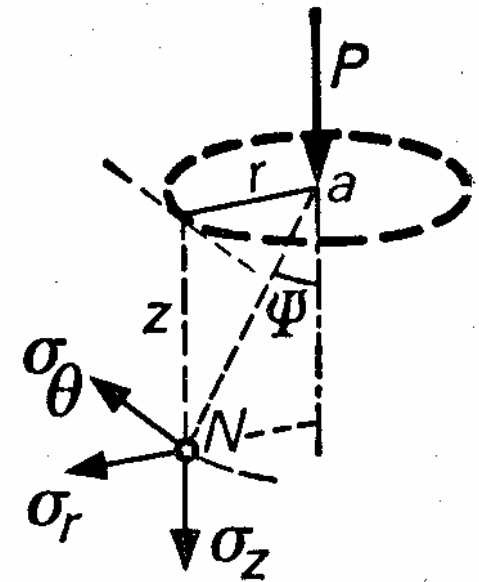
Le cosiddette equazioni di Boussinesq descrivono le tensioni e le deformazioni prodotte nel solido semiinfinito delimitato da una superficie orizzontale e caricato da una forza P puntiforme che agisce normalmente ad essa.

La descrizione delle tensioni prodotte dalla forza P è fatta con riferimento alle componenti:

σ_z = tensioni verticali nel punto N situato alla profondità z dalla superficie orizzontale ed alla distanza r dalla verticale per il punto a di applicazione di P ;

σ_r = tensioni radiali orizzontali nel punto N ;

σ_θ = tensioni tangenziali orizzontali nel punto N .



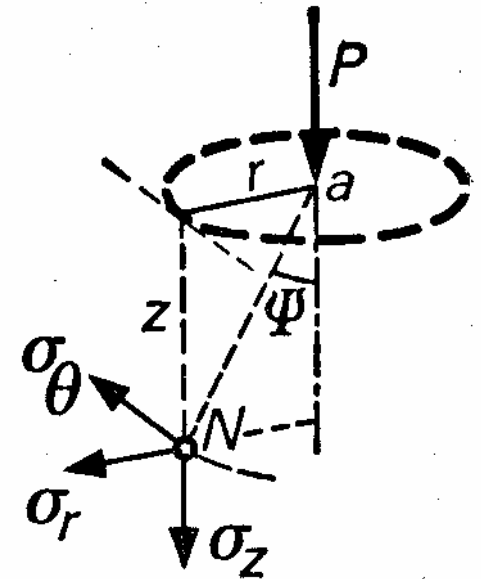
Le equazioni espresse in coordinate cilindriche delle tensioni in un punto N sono:

$$\sigma_z = -\frac{3P}{2\pi} z^3 (r^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}}$$

$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi} \left\{ (1 - 2\mu) \left[\frac{1}{r^2} - \frac{z}{r^2} (r^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} \right] - 3r^2 z (r^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}} \right\}$$

$$\sigma_\theta = \frac{P}{2\pi} (1 - 2\mu) \left[-\frac{1}{r^2} + \frac{z}{r^2} (z^2 + r^2)^{-\frac{1}{2}} + z (r^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}} \right]$$

$$\tau_{rz} = -\frac{3P}{2\pi} r z^2 (r^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}}$$



Si osservi che σ_z è indipendente dal modulo di Poisson μ

L'utilizzazione dell'equazione di σ_z è accettabile per molti problemi geotecnici pur tenendo conto che è stata ricavata con le ipotesi restrittive sopraindicate inerenti al terreno.

In genere essa viene scritta nella forma:

$$q_v = \frac{3Q}{2\pi} z^3 (r^2 + z^2)^{-\frac{5}{2}}$$

La distribuzione degli sforzi in un piano orizzontale è una superficie di rivoluzione intorno alla retta d'azione del carico e la sua sezione trasversale ha la forma di una curva a campana.

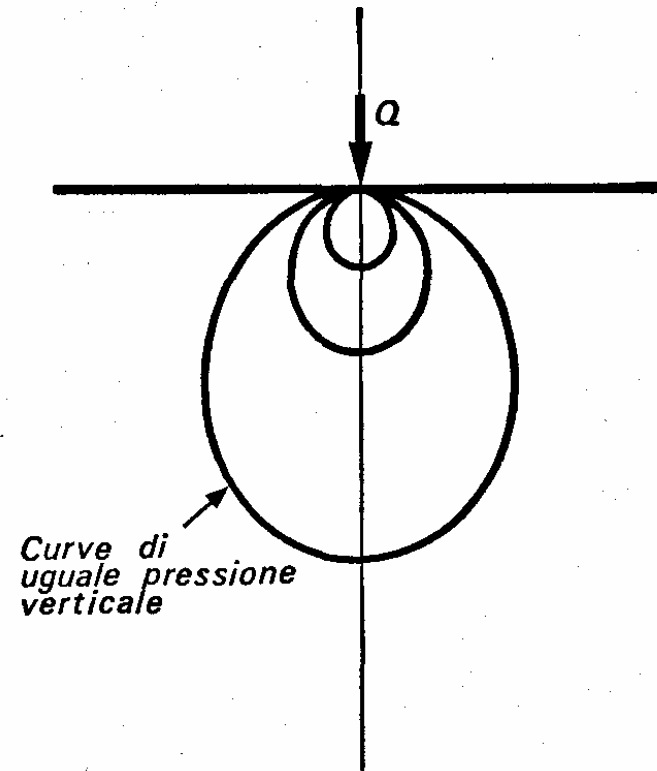
Si possono tracciare, a partire dall'equazione delle **curve di eguale pressione verticale**, sezioni piane di superfici di rivoluzione: queste sono le curve che si chiamano bulbi di pressione.

La formula che esprime la q_v può essere semplificata nella forma:

$$q_v = \frac{Q}{z^2} I_i$$

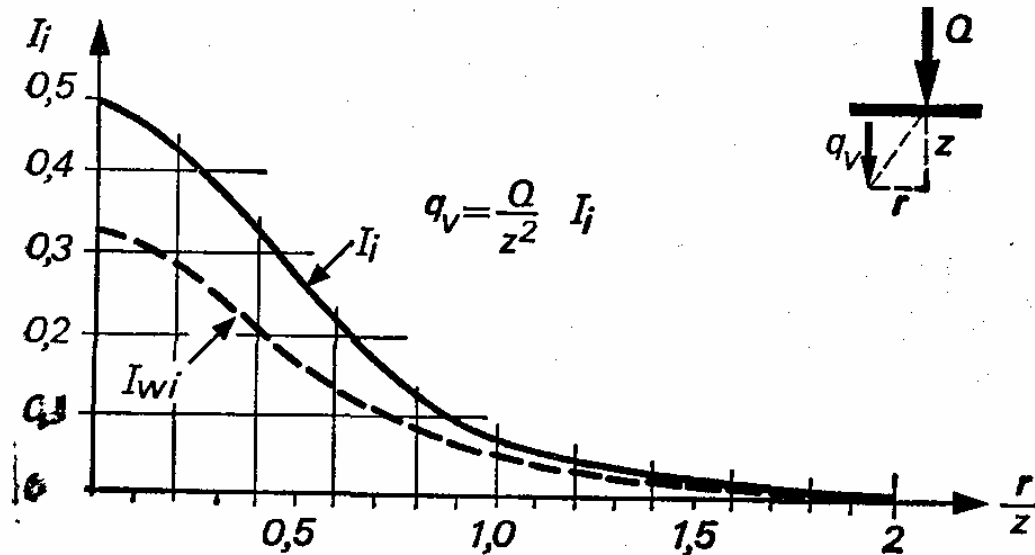
dove

$$I_i = \frac{3}{2\pi} \left[1 + \left(\frac{r}{z} \right)^2 \right]^{-\frac{5}{2}}$$



Il coefficiente I_i che dipende dal rapporto r/z è chiamato **fattore di influenza** dello sforzo verticale e può essere calcolato una volta per tutte.

Nella figura sono indicati in grafico (tratto pieno) i valori riportati da Gilboy e Terzaghi.



Il diagramma rappresenta la variazione di q quando ci si allontana dalla verticale del carico e mette in evidenza il carattere grossolano dell'approssimazione dei metodi empirici.

Metodo di Westergaard

Il metodo di Westergaard, proposto nel 1938, consiste nel supporre che l'ammasso elastico sia tagliato da strati sottili orizzontali e vicini formati da un materiale non elastico che ammette deformazioni verticali ma non orizzontali. Rispetto a quello di Boussinesq, conduce a risultati leggermente diversi e la differenza diviene importante nelle immediate vicinanze del carico.

Anche in questo caso è possibile esprimere la pressione verticale nella forma

$$q_v = \frac{Q}{z^2} I_{wi}$$

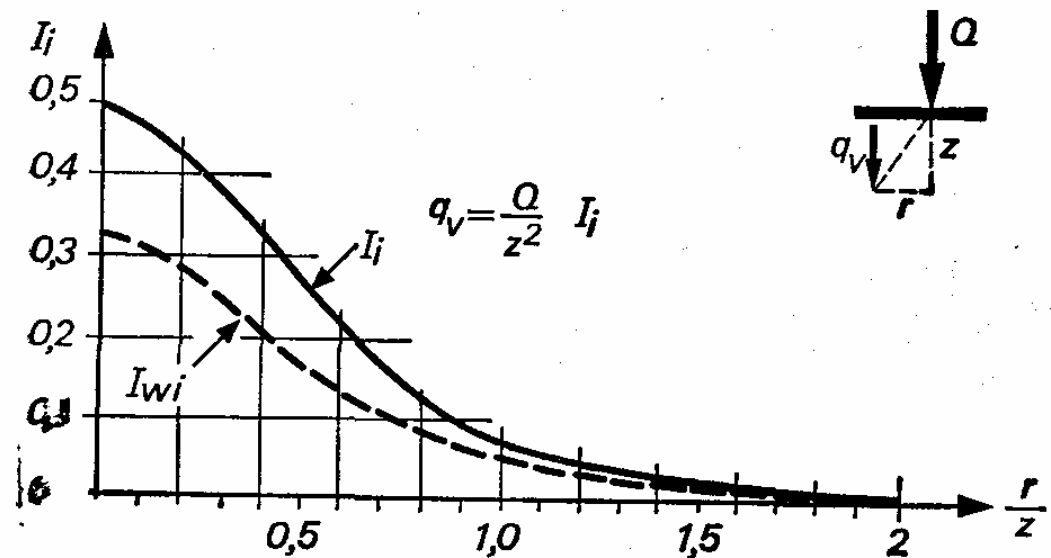
Nella formulazione di Westergaard σ_z è dipendente dal modulo di Poisson μ , e così dunque anche il fattore di influenza I_{wi} , al contrario di quello di Boussinesq.

Per $\mu = 0$, l'espressione di I_{wi} è la seguente:

$$I_{wi} = \frac{1}{\pi} \left[1 + 2 \left(\frac{r}{z} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}}$$

riportata in linea tratteggiata in figura

Il suo valore è inferiore a I_i per $r < 1.5 z$ e superiore per $r > 1.5 z$.



Applicazione del metodo di Boussinesq ai casi pratici

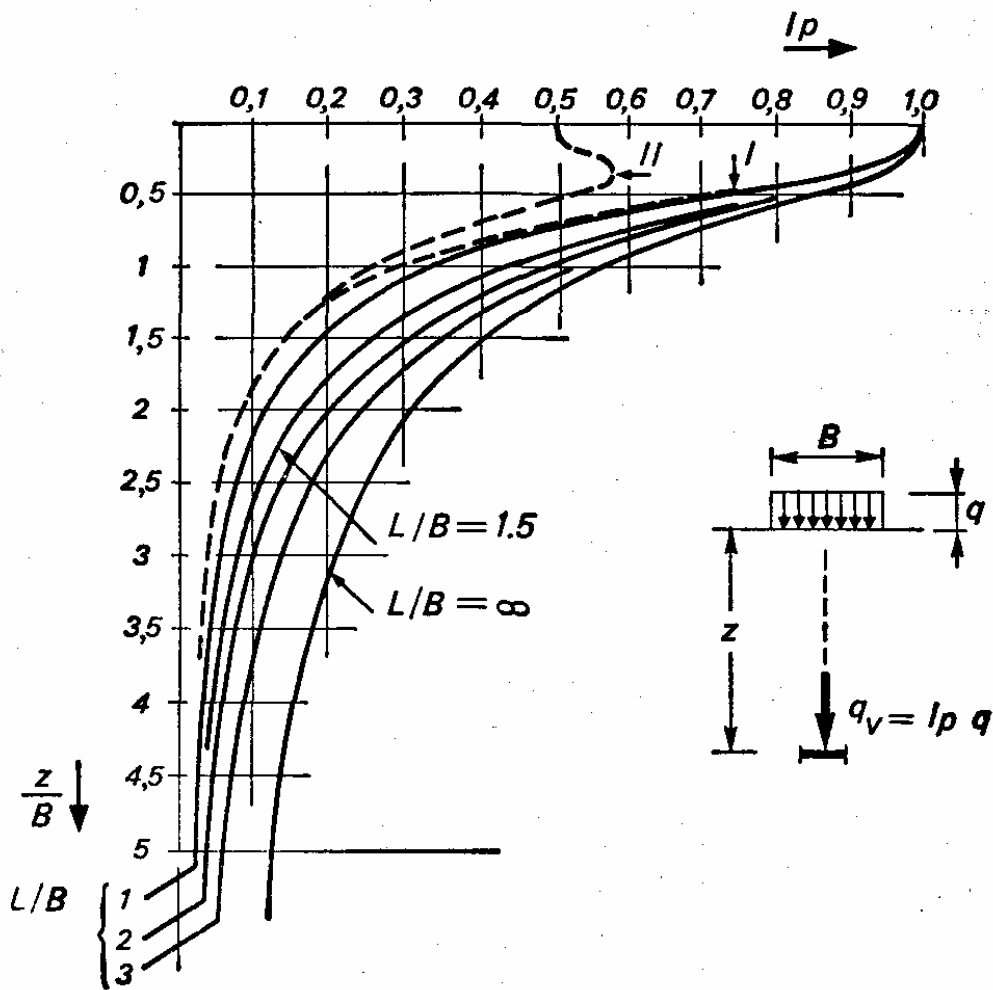
Per applicare il metodo di **Boussinesq** ai casi reali (integrando la relazione per carico puntiforme ad un'area di **dimensioni finite**), si fa l'ipotesi che siano realizzate le due seguenti condizioni:

- i carichi sono trasmessi all'ammasso a mezzo di una “membrana flessibile”, cioè la deformazione dell'ammasso sotto l'applicazione del carico non genera delle modificazioni nella distribuzione di questi carichi o pressioni di contatto;
- la distribuzione della pressione di contatto q è supposta uniforme su tutta la superficie di carico.

Nelle applicazioni pratiche più correnti vengono forniti i seguenti dati:

- 1) la variazione dello sforzo verticale q_v in funzione della profondità z sull'asse o sul centro della superficie di carico (che è il valore massimo ad una data profondità);
- 2) l'andamento delle curve di eguale pressione verticale, in una sezione trasversale.

Questi dati consentono il tracciamento, con relativa precisione, della distribuzione degli sforzi su un piano orizzontale qualunque.



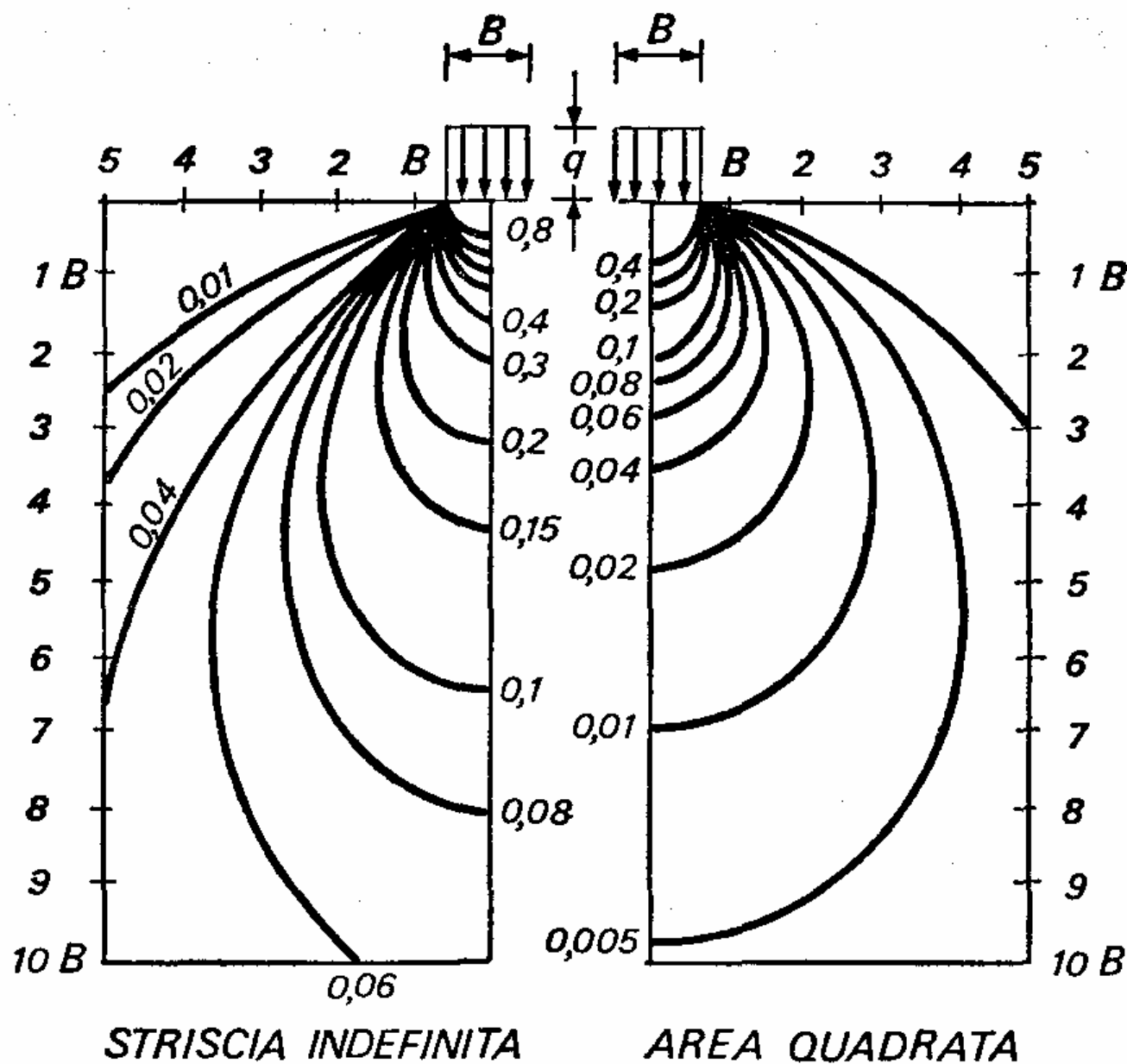
Lo sforzo q alla profondità z è dato nella forma:

$$q_v = q \cdot I_s$$

I_s è un coefficiente adimensionale, funzione della forma della fondazione e del rapporto z/B tra la profondità z e la più piccola dimensione trasversale B della superficie di carico.

Nella figura esso viene dato per la verticale al centro della superficie di carico e per i seguenti casi:

- un cerchio di raggio R ($B = 2R$) nel caso di piastra flessibile (curva I) e di piastra rigida (curva II);
- una fondazione quadrata e rettangolare ($L \geq B$) per alcuni valori di L/B
- una striscia indefinita di larghezza B ($L/B = \infty$);



Nella figura sono riportate le curve di eguale pressione verticale, sezioni trasversali dei bulbi di pressione, per i casi di una striscia indefinita di larghezza B e per un'area quadrata di lato B .

Nel caso di una superficie di forma qualunque si può, abbastanza spesso, suddividere tale superficie in piccoli rettangoli ed applicare a ciascuno i grafici prima indicati per superfici rettangolari corrispondenti.

Un altro metodo semplice, applicabile a fondazioni quadrate o rettangolari (e a quelle circolari convertite in fondazioni quadrate equivalenti) consiste nell'utilizzare l'**equazione di Boussinesq già integrata su un rettangolo di dimensioni B x L**. L'espressione venne ricavata da numerosi autori europei negli anni Venti ma la forma più facilmente disponibile è quella dovuta a **Newmark** (1935) e la si trova applicata comunemente nei diagrammi di **Fadum** (1948).

L'equazione di Newmark, applicabile al di sotto di uno spigolo dell'area BxL è:

$$q_v = q_0 \frac{1}{4\pi} \left[\frac{2MN\sqrt{V}}{V + V_1} \frac{V + 1}{V} + \tan^{-1} \left(\frac{2MN\sqrt{V}}{V - V_1} \right) \right]$$

ovvero:

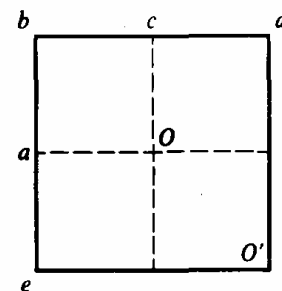
$$\Delta q = q_0 I_\sigma$$

dove: $M = B/z$; $N = L/z$; $V = 1 + M^2 + N^2$; $V_1 = (MN)^2$

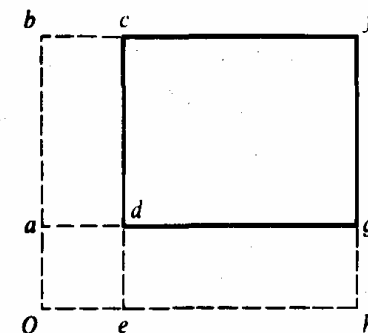
Si osservi che $q_v = q_0$ per $z = 0$.

Quando $V_1 > V$, il termine $\tan^{-1}$ è negativo ed è necessario aggiungere π .

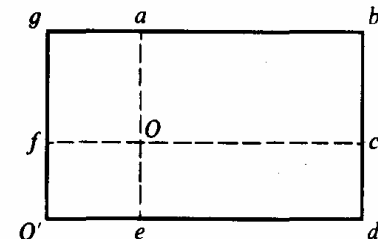
Risulta così possibile calcolare lo sforzo verticale a qualsiasi profondità z per qualsiasi punto collocato a ragionevole distanza dalla fondazione o al di sotto di essa, come illustrato in figura.



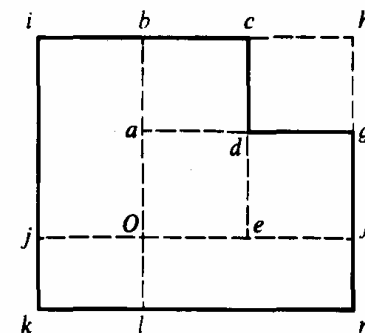
(a) Area quadrata $O'ebd$ caricata
Per il punto O : utilizzare $4 \times Oabc$
Per il punto O' : utilizzare $O'ebd$.



(c) Punto al di fuori dell'area caricata $dcfg$
Per il punto O : utilizzare $Obfh - Obce - Oagh + Oade$



(b) Area rettangolare $O'gbd$ caricata
Per il punto O : utilizzare $Oabc + Oede + OeO'f + Ofga$
Per il punto O' : utilizzare $O'gbd$



(d) Area caricata $kicdgm$
Per il punto O : utilizzare $Obce + Oagf + Ofml + Olkj + Ojib - Oade$

Abaco di Newmark

Se un carico ripartito q_0 agisce su una superficie di forma qualsiasi si può calcolare il valore q_v in un punto qualsiasi N alla profondità z a mezzo dell'abaco di Newmark.

L'abaco rappresenta una rete di curve tracciate in superficie.

La scala della rete è scelta in modo che la distanza AB rappresenti la profondità z .

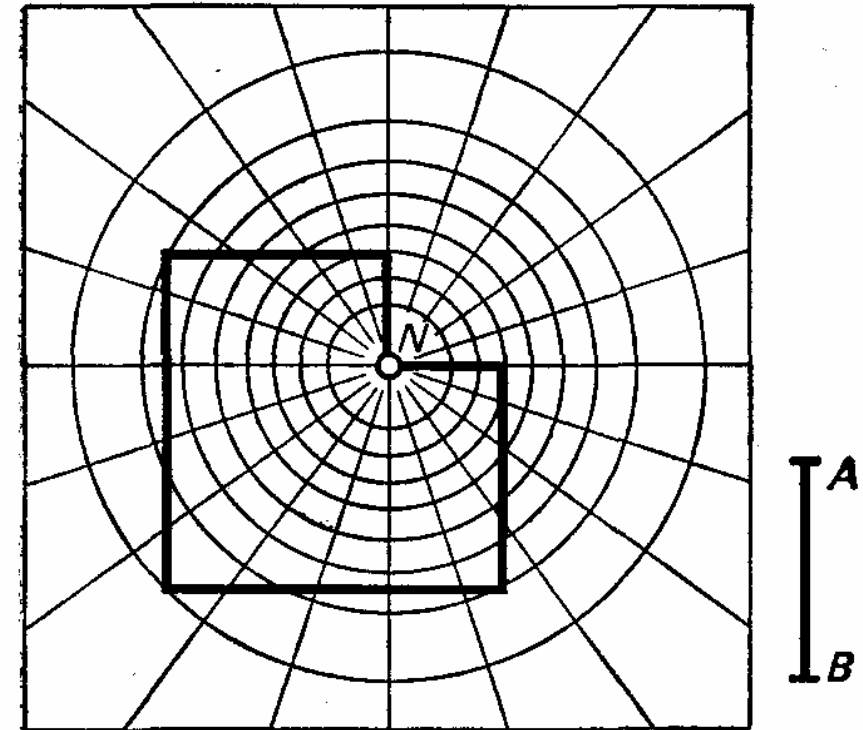
Il punto N è situato direttamente sulla verticale per il centro di cerchi concentrici.

L'abaco è costruito in modo tale che un carico ripartito q agente su una qualunque delle piccole superfici limitate da due raggi e due cerchi adiacenti produce una pressione $q_v = 0,005 q_0$ nel punto N.

Ciascun elemento è allora un'area di influenza di valore $0,005 q_0$ per la sollecitazione q_v nel punto N.

Se si vuole calcolare la pressione alla profondità sotto un punto N di un'area caricata si sposta la cartina dell'area fino a che il punto considerato si trova al centro e si conta il numero di piccole aree coperte.

Moltiplicando questo numero per $0,005 q$ si ha la pressione. Quindi in tal maniera si possono trovare le sollecitazioni verticali alla profondità z . Per una profondità z_1 si dovrà fare una pianta in scala diversa in modo che si abbia $AB = z_1$.

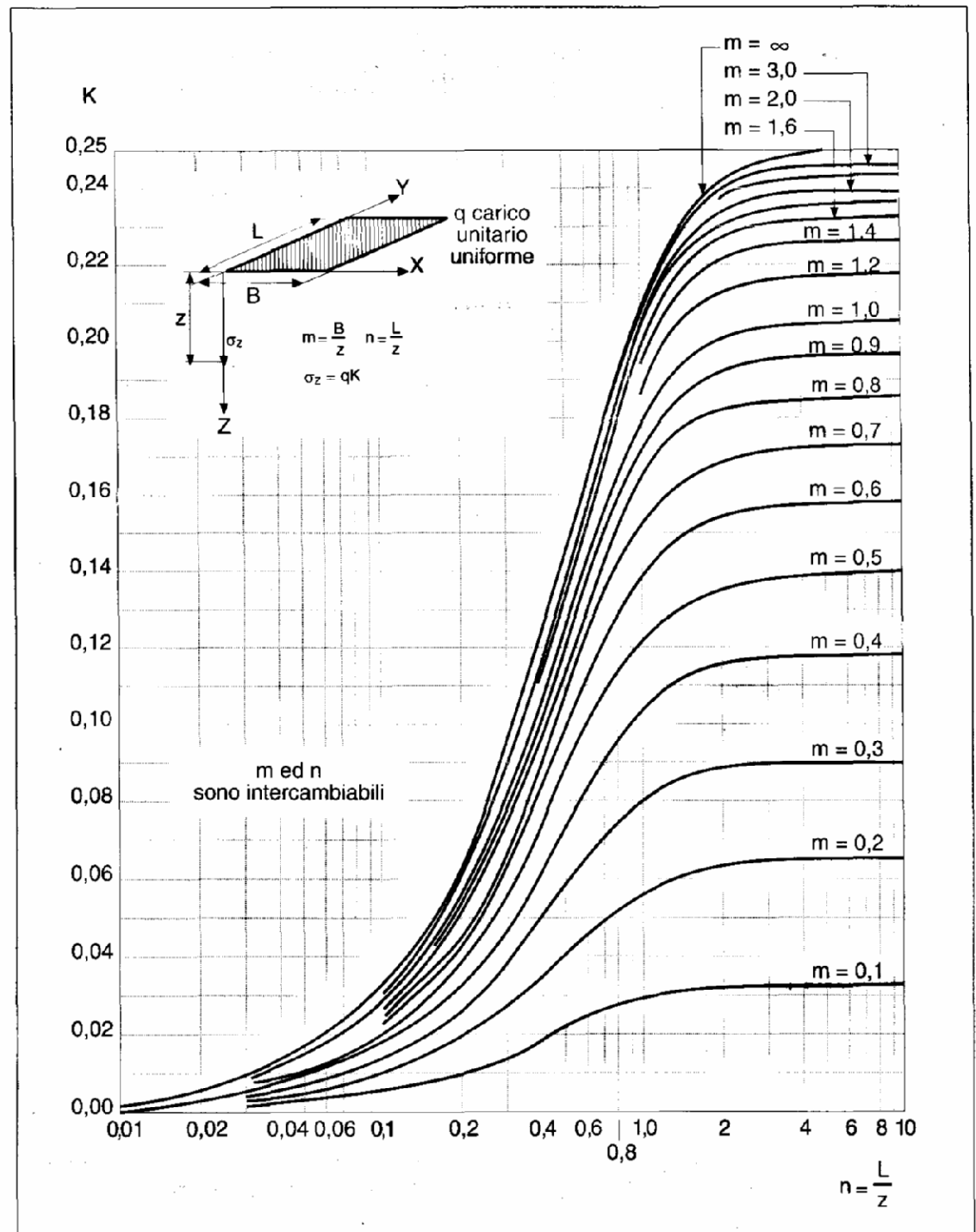


Valore d'influenza 0,005

Abaco di Fadum

Permette la valutazione dell'incremento della tensione verticale q_v (σ_z in figura), sulla verticale per l'angolo di un'area rettangolare flessibile caricata uniformemente.

Utilizzando il principio della sovrapposizione degli effetti, può essere usato per la determinazione delle tensioni al di sotto di qualsiasi area flessibile, caricata uniformemente che possa essere suddivisa in rettangoli.



Altre soluzioni. Influenza di ipotesi diverse da quelle di Boussinesq

Nella letteratura tecnica (Poulos-Davis 1974; Giroud 1972-73) sono poi riportate per le diverse situazioni varie soluzioni con tabelle e abachi adimensionali.

Sono stati effettuati molti studi per cercare di individuare l'influenza di ipotesi diverse da quelle di Boussinesq nella valutazione delle tensioni verticali.

Così è stata studiata l'ipotesi di rigidità (modulo elastico) che aumenta con la profondità, ipotesi che rappresenta una situazione abbastanza frequente, poiché per un dato tipo di terreno la rigidità è all'incirca proporzionale alla pressione di contenimento.

Si è visto che, con materiale elastico con E crescente linearmente con la profondità e con modulo di Poisson ($\nu = 0.5$), si hanno gli stessi valori di Boussinesq mentre per ($\nu < 0.5$) le variazioni di tensioni verticali sono leggermente maggiori di quelle che si ottengono con Boussinesq; le variazioni di tensioni orizzontali, con la profondità, sono decisamente minori di quelle che si ottengono con Boussinesq.

La presenza di uno strato rigido al di sotto di uno strato compressibile dà luogo a incrementi delle tensioni verticali che aumentano al diminuire della profondità dello strato rigido.

La presenza di uno strato rigido al di sopra di uno strato compressibile dà luogo ad una riduzione delle tensioni verticali rispetto a quelle di Boussinesq con mezzo omogeneo e all'aumentare del rapporto tra i due moduli aumenta la riduzione delle tensioni verticali nello strato compressibile.

In linea di massima nella maggior parte delle situazioni le tensioni verticali determinate con Boussinesq sono accettabili.

Con il metodo degli elementi finiti è possibile ottenere la distribuzione delle tensioni in un terreno stratificato che abbia caratteristiche elastiche diverse da strato a strato ed un'eventuale base rigida.

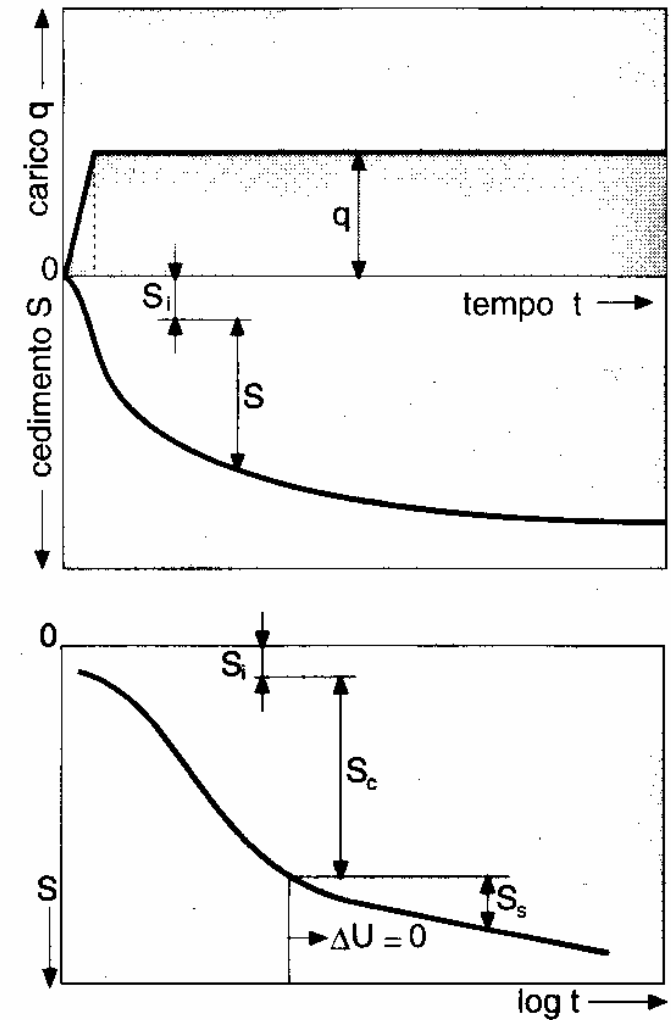
L'approssimazione che si ottiene dipende dalla discretizzazione utilizzata e dagli arrotondamenti numerici.

Calcolo dei cedimenti

Come si è già detto si indica con cedimento lo spostamento verticale misurato sul piano di fondazione e corrispondente alla sommatoria delle deformazioni verticali dei vari strati del terreno di fondazione interessati dalla variazione delle tensioni verticali.

E evidente che, quando si hanno incrementi delle tensioni verticali, si hanno anche (incrementi di) deformazioni verticali che assumono valori significativi in relazione al tipo di terreno e alle esigenze dell'opera che si vuole costruire.

In genere si hanno valori significativi del cedimento, per il campo di tensioni più frequentemente trasmesse al terreno, quando si interessano strati di argilla normalmente consolidata o leggermente sovraconsolidata, mentre quando si interessano strati di argilla fortemente sovraconsolidata, o di sabbia e di ghiaia, si hanno cedimenti limitati.



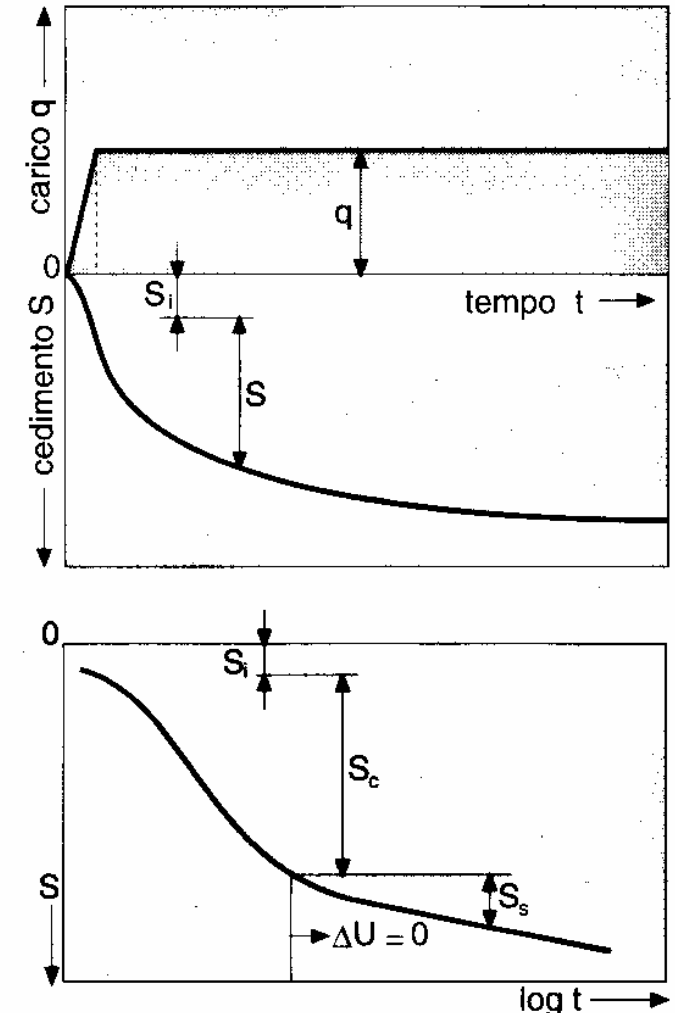
Cedimento immediato, di consolidamento, secondario

Considerando il cedimento legato agli strati di argilla satura, normalmente consolidata o leggermente sovraconsolidata, si vede che il processo di deformazione può essere schematizzato come segue.

a) Durante la fase di carico si formano delle sovrappressioni Δu nell'acqua del terreno argilloso, ma data la bassa permeabilità di questo terreno e la velocità con cui è applicato il carico, si ha una deformazione in condizioni non drenate dello strato di argilla e quindi a volume pressoché costante ($v = 0.5$) ed il cedimento corrispondente è detto cedimento immediato S_i .

b) Per effetto delle sovrappressioni neutrali provocate dal carico applicato inizia il processo di uscita dell'acqua dal terreno argilloso e il trasferimento del carico dall'acqua allo scheletro solido del terreno, cioè la pressione neutrale diminuisce e la pressione effettiva aumenta e contemporaneamente lo spessore dello strato argilloso diminuisce, dando luogo ad un cedimento di consolidazione S_c .

c) Esaurite le sovrappressioni neutrali si hanno ancora deformazioni molto lente, in condizioni drenate, dovute a fenomeni di creep, cioè di riaggiustamento dello scheletro solido sotto carico costante, e il cedimento corrispondente S_s è detto secondario.



Cedimento totale

Il cedimento totale a tempo infinito è dato da:

$$S_t = S_i + S_c + S_s$$

Nella maggior parte dei casi si calcola il cedimento totale come $S_t = S_i + S_c$ trascurando la valutazione del cedimento secondario.

Terreni coesivi (argillosi e limosi)

Il cedimento immediato nei terreni argillosi ha importanza principalmente per terreni di media e di alta plasticità e per terreni di bassa plasticità con struttura instabile.

Il cedimento di consolidazione rappresenta in genere, per terreni coesivi normalmente consolidati o leggermente sovraconsolidati, la parte preponderante del cedimento e quindi quella più importante ai fini progettuali.

Il cedimento secondario assume valori non trascurabili con argille organiche e con torbe.

Terreni non coesivi (sabbiosi e ghiaiosi)

Nei terreni sabbiosi e ghiaiosi a permeabilità elevata il cedimento immediato e quello di consolidazione avvengono pressoché contemporaneamente per cui perde significato la distinzione fatta per le argille. Talora in alcuni di questi terreni si può avere anche il cedimento secondario.

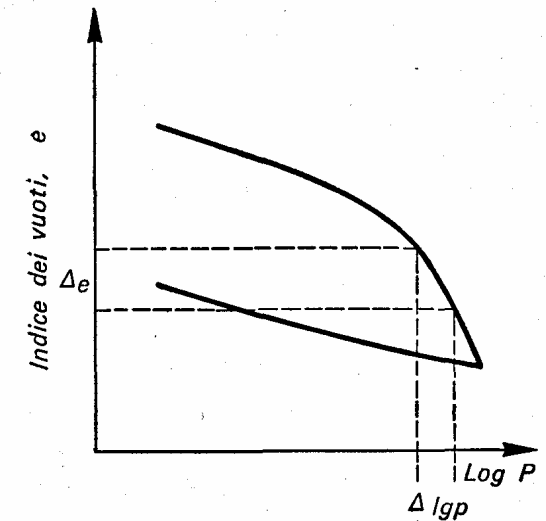
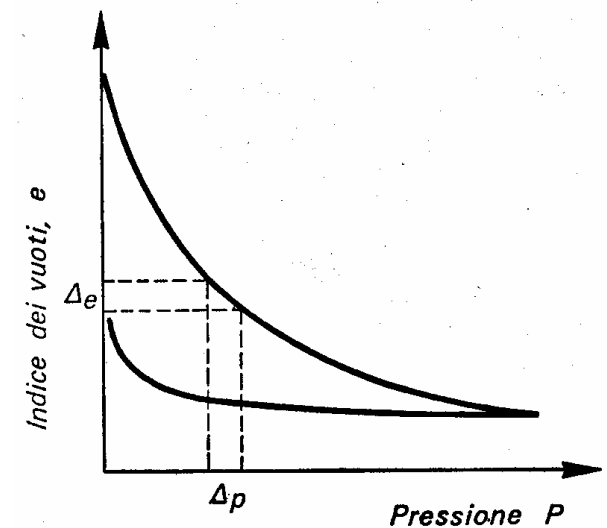
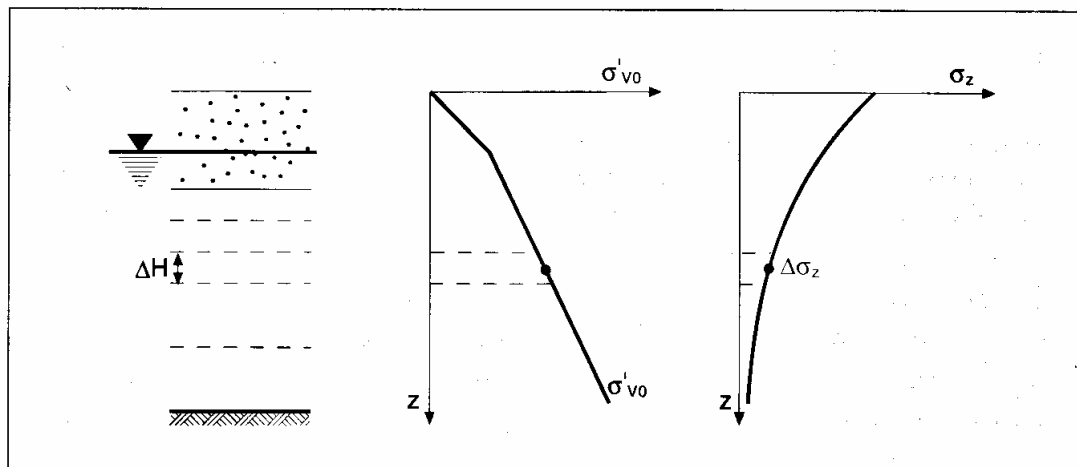
Valutazione dei cedimenti in terreni coesivi

Cedimento di consolidazione

La valutazione del cedimento di consolidazione viene generalmente eseguita col metodo proposto da Terzaghi per strati, di limitato spessore di argilla normalmente consolidata, compresi tra strati di sabbia.

Questo metodo viene però usato anche per strati di argilla di notevole spessore che si estendono fino al piano di fondazione.

Per procedere al calcolo si devono determinare i profili della pressione verticale effettiva σ'_{v0} e della pressione di consolidazione; poi si devono suddividere gli strati argillosi in strati di modesto spessore e determinare gli incrementi netti di tensione verticale $\Delta\sigma_z$ al centro di ogni strato.



Si utilizzano successivamente i risultati delle prove edometriche significative per i vari strati e quindi il calcolo è eseguito nell'ipotesi che le deformazioni del terreno avvengano solo in direzione verticale senza espansioni o contrazioni orizzontali.

Questa ipotesi è tanto più accettabile quanto minore è il rapporto H/B tra lo spessore H dello strato di terreno compressibile e la dimensione B della fondazione, ma risulta abbastanza valida anche per strati di grande spessore.

Il calcolo può essere eseguito utilizzando le varie relazioni già viste, facendo riferimento al diagramma edometrico.

Per terreni normalmente consolidati si può calcolare l'aliquota di cedimento relativa ad uno strato la relazione:

$$S_c = \varepsilon H_0 = \frac{e_0 - e_1}{1 + e_0} H_0$$

dove e_0 corrisponde a σ'_{v0} e e_1 corrisponde a $\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_z$ e H_0 è lo spessore dello strato.

Ovvero si può calcolare l'aliquota di cedimento con la relazione:

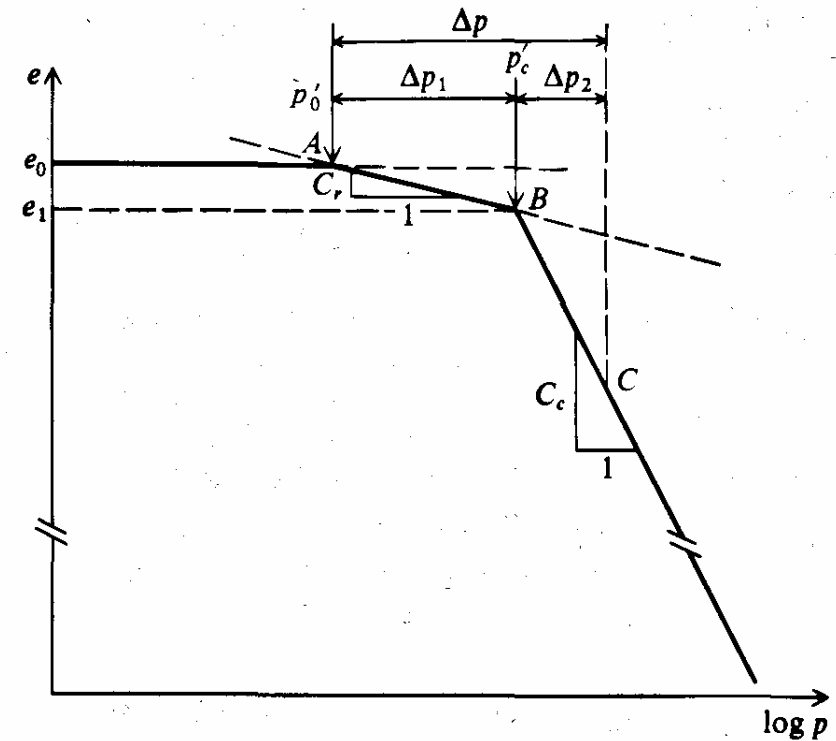
$$S_c = \varepsilon H_0 = \frac{C_c}{1 + e_0} \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_z}{\sigma'_{v0}} H_0$$

Nel caso dei terreni sovraconsolidati l'incremento di tensione (e quindi dell'aliquota di cedimento imputabile allo strato in esame) va diviso in due parti come

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z,1} + \Delta\sigma_{z,2}$$

dove $\Delta\sigma_{z,2}$ è la parte di $\Delta\sigma_z$ relativa alla zona a destra della pressione di consolidazione p'_c fino a C_c .

Si ha così che il cedimento totale è somma di due contributi: quello da σ'_{v0} a p'_c ed, eventualmente, quello a partire da p'_c . Questi contributi vengono calcolati mediante la teoria della consolidazione nel modo seguente:



parte1:
$$S_{c,1} = \varepsilon_1 H_0 = \frac{C_r}{1+e_0} \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_{z,1}}{\sigma'_{v0}} H_0 \quad (\text{valida per } \sigma'_{v0} + \Delta\sigma_{z,1} \leq p'_c)$$

parte 2(event.):
$$S_{c,2} = \varepsilon_2 H_0 = \frac{C_c}{1+e_0} \log \frac{p'_c + \Delta\sigma_{z,2}}{p'_c} H_0 \quad (\text{valida per } \Delta\sigma_{z,2} = \Delta\sigma_z - p'_c \geq 0)$$

$$S_c = S_{c,1} + S_{c,2}$$

Se il piano di fondazione è posto ad una profondità D sotto il piano campagna, nel calcolo si fa generalmente riferimento al carico netto dato da:

$$\Delta\sigma_{z,n} = \Delta\sigma_z - \gamma D$$

cioè ipotizzando l'assenza di deformazioni per lo scarico e per il ricarico fino a che non si supera il valore γD . Tale ipotesi è valida quando sia interessata prevalentemente argilla normalmente consolidata e comunque quando le deformazioni con il ricarico siano effettivamente trascurabili.

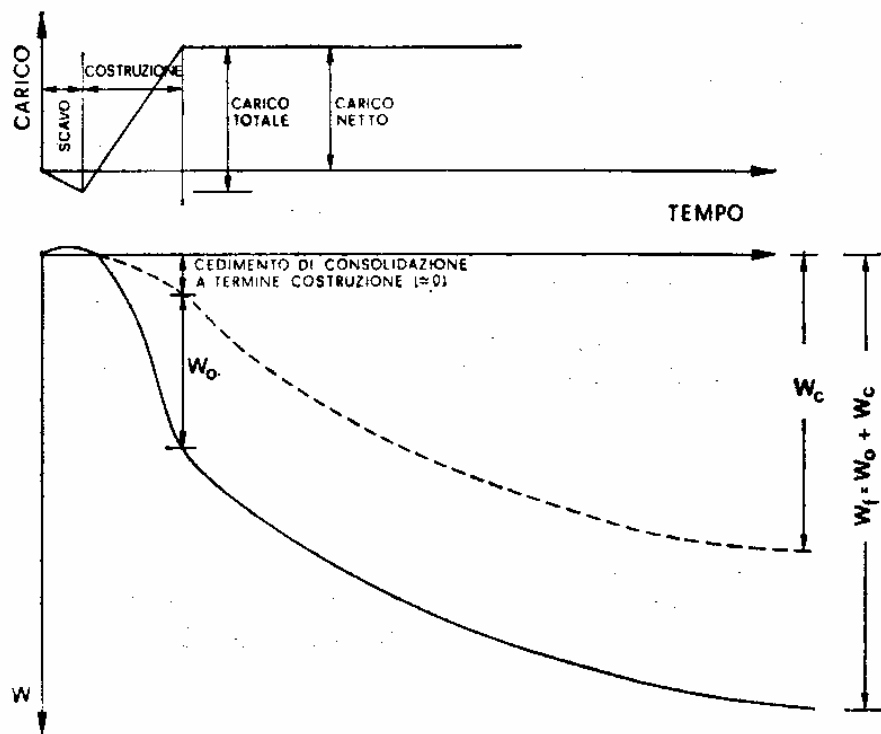
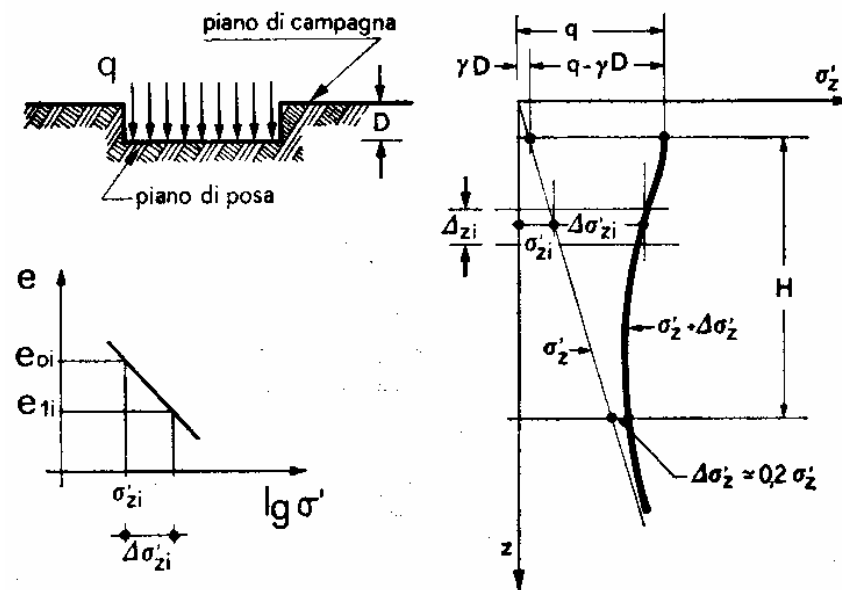


Fig. 4.25. — Decorso nel tempo dei cedimenti di una fondazione poggianti su terreni a grana fina.



$$\Delta w_{edi} = \frac{\Delta\sigma'_{zi}}{E_{ed}} \Delta z_i = \frac{e_{0i} - e_{1i}}{1 + e_{0i}} \Delta z_i$$

$$w_{ed} = \sum_{z=0}^H \Delta w_{edi}$$

Fig. 4.26. — Metodo edometrico.

Ovviamente, nel calcolare il cedimento la valutazione deve essere spinta fino a interessare il volume di terreno significativo, che in via indicativa può essere definito dalla profondità entro la quale l'aumento di tensione verticale $\Delta\sigma_z$ (o $\Delta\sigma_{z,n}$) è superiore a $0,1 \sigma'_{v0}$ (0.2 in figura).

Stima del cedimento immediato sulla base del cedimento per consolidazione “edometrico”

Il calcolo eseguito con riferimento alla prova edometrica non comprende il cedimento immediato che avviene a volume costante, mentre nella prova edometrica è impossibile un cedimento senza variazione di volume.

Le relazioni sopraindicate appartengono ad un **metodo empirico**, l'affidabilità del quale è stata però controllata a mezzo di osservazioni sul comportamento reale delle opere.

E stato così rilevato che nel caso di opere che interessano argille normalmente consolidate a piccola profondità si ha un cedimento immediato dell'ordine del 10% del cedimento totale, per cui si può fare riferimento ad un cedimento di consolidazione pari a quello edometrico $S_c = S_{ed}$ e valutare un cedimento totale, comprensivo dell'immediato, pari a

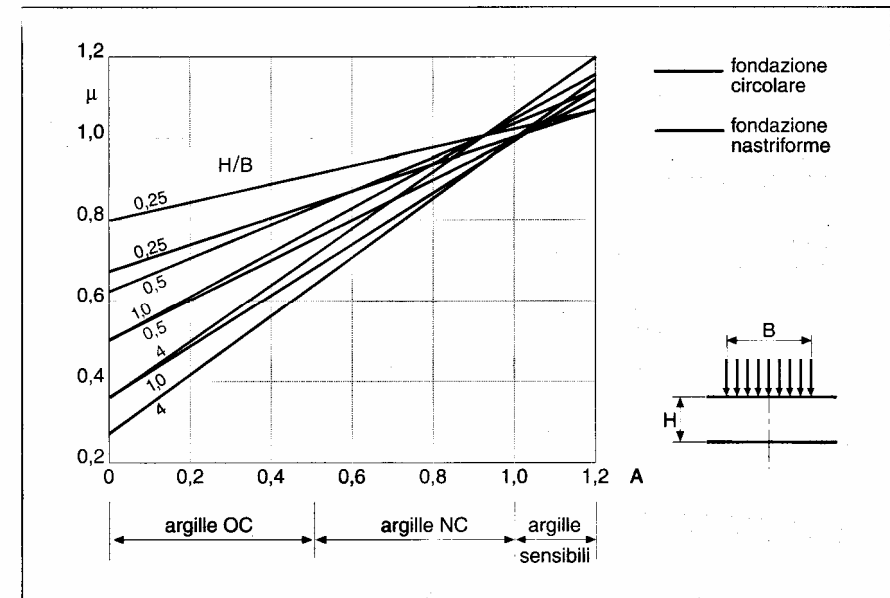
$$S_{tot} = 1.1 S_c$$

Calcolo separato del cedimento di consolidazione e del cedimento immediato

In alternativa si possono calcolare separatamente i due cedimenti S_c e S_i

- modificando quello edometrico S_{ed} per valutare il cedimento di consolidazione S_c e
- calcolando il cedimento immediato S_i utilizzando la teoria dell'elasticità.

Skempton e Bjerrum (1957) hanno proposto la relazione $S_c = \mu S_{ed}$ nella quale μ è un coefficiente di correzione che dipende dallo spessore dello strato compressibile e dal coefficiente A della pressione dei pori ed è riportato in figura in funzione anche della geometria del problema.



Questa correzione si basa sull'osservazione che il cedimento di consolidazione è dovuto alla riduzione di volume legata alla dissipazione della sovrappressione neutra Δu , che però dipende dal tipo di argilla e dalla distribuzione delle tensioni a sua volta variabile con la geometria dell'area caricata.

Quindi mentre nella prova edometrica si pone $\Delta u = \Delta \sigma_v$, nella nuova relazione proposta si fa invece riferimento, ovviamente con terreno saturo, a $\Delta u = \Delta \sigma_3 + A(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)$

Correzione per tenere conto della rigidità della fondazione

Sempre con riferimento al cedimento di consolidazione si ricorda che il calcolo delle tensioni verticali, causate dai carichi in superficie è condotto nell'ipotesi di carichi applicati su una superficie flessibile.

In realtà abbastanza spesso si hanno opere e strutture di fondazione infinitamente rigide o dotate di una certa rigidità.

Se la fondazione è infinitamente rigida per il calcolo del cedimento uniforme si può fare riferimento (Poulos e Davis, 1974) per fondazioni circolari o nastriformi alla relazione:

$$S_{\text{fond.rigida}} = \frac{1}{2} (S_{\text{centro}} + S_{\text{bordo}})_{\text{fond.flessibile}}$$

e per fondazioni rettangolari alla relazione:

$$S_{\text{fond.rigida}} = \frac{1}{3} (2S_{\text{centro}} + S_{\text{spigolo}})_{\text{fond.flessibile}}$$

Calcolo del cedimento immediato in terreni coesivi

Per il calcolo del cedimento immediato si utilizza la teoria dell'elasticità e si può fare riferimento alla relazione generale nella quale:

$$S_i = \frac{q B}{E_u} I_w$$

S_i = cedimento immediato medio;

q = carico uniforme;

B = dimensione della fondazione;

E_u = modulo elastico non drenato

I_w = coefficiente di influenza che dipende dalla forma, dalla rigidezza della fondazione, dallo spessore H dello strato deformabile e della profondità D del piano di posa.

Spesso il coefficiente di influenza viene determinato con $I_w = \mu_0 \mu_1$ i cui valori sono riportati nei diagrammi di figura in funzione di D/B , H/B e L/B .

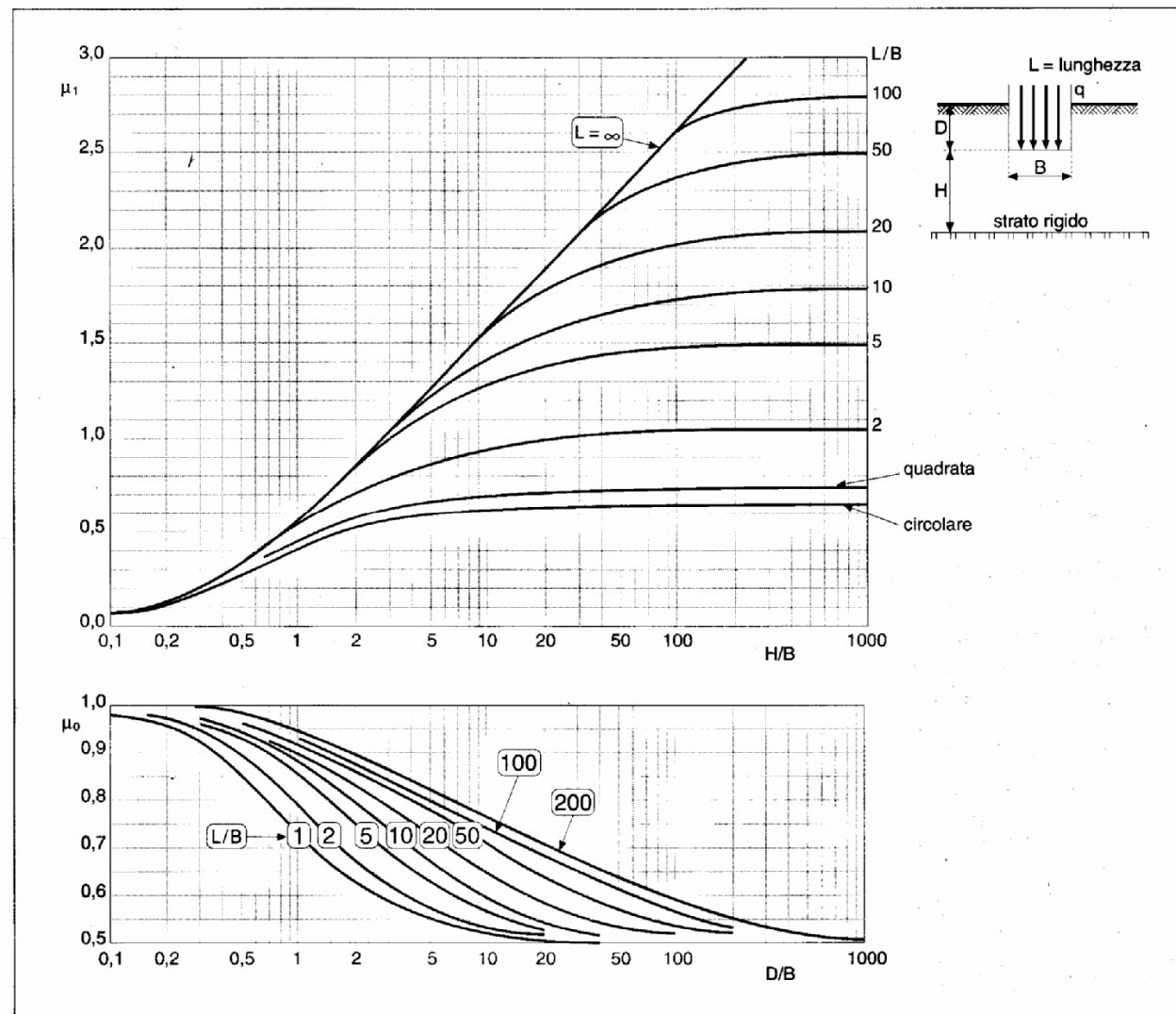
I diagrammi sono stati proposti da Janbu, Bjerrum e Kjaernsli (1956) per stimare il cedimento medio non drenato di aree rettangolari uniformemente caricate, poste alla profondità D e con uno strato rigido alla profondità H sotto il piano di fondazione.

Questi diagrammi valgono per $\nu = 0.5$ e nell'ipotesi che lo strato rigido non influenzi la distribuzione delle tensioni verticali e orizzontali.

L'affidabilità dei risultati di questa relazione dipende in buona parte dalla scelta del valore del modulo E_u che è influenzato da vari fattori quali il disturbo e le dimensioni del campione e del provino, la storia tensionale, e l'entità delle tensioni di taglio.

In ogni caso è opportuno fare riferimento al modulo tangenziale.

Il modulo può essere determinato anche con la relazione $E_u = \alpha c_u$ ($\alpha = 50 \div 1000$)



Altri metodi

Vi sono anche altri metodi più sofisticati per il calcolo dei cedimenti.

Un primo metodo è quello dello ***stress path*** (Lambe, 1964) che si sviluppa in tre fasi:

- a) calcolo degli incrementi di tensioni in più punti significativi al di sotto della fondazione;
- b) esecuzione in laboratorio di prove triassiali seguendo i percorsi tensionali (stress path) prima determinati;
- c) uso delle deformazioni misurate nelle prove per calcolare i cedimenti.

La prima fase è evidentemente legata alle limitazioni della teoria dell'elasticità applicata al terreno; la seconda e la terza fase implicano sofisticate prove di laboratorio. Il metodo pone poi notevoli problemi teorici, sperimentali e pratici.

Ultimamente si sono potuti utilizzare i ***metodi numerici*** per la previsione dei cedimenti. In particolare con il metodo degli elementi finiti è possibile tenere conto di comportamenti del terreno abbastanza complessi. E però evidente che l'accuratezza della previsione dipende dalla qualità dei dati introdotti. Per quanto riguarda i parametri del terreno essi sono legati alle limitazioni connesse alle prove di routine di laboratorio ed in situ. Inoltre è difficile individuare la reale situazione iniziale delle tensioni nel terreno e i vari tipi di anisotropia.

Nell'attuale situazione le previsioni più accettabili del cedimento totale si hanno usando il metodo empirico che utilizza i risultati della prova edometrica per argille normalmente consolidate o leggermente sovraconsolidate.

Valutazione dei cedimenti in terreni non coesivi

La previsione dei cedimenti dei terreni a grana grossa (sabbie e ghiaie) è piuttosto difficile ricordando le incertezze di vario tipo connesse alla determinazione dei parametri di compressibilità.

Fortunatamente per la maggior parte delle opere sia in relazione alla compressibilità relativamente bassa di questi terreni che al campo di tensioni usualmente applicate si hanno cedimenti limitati.

D'altro lato le grandi difficoltà di prelevare campioni indisturbati hanno spinto i ricercatori ad utilizzare per il calcolo dei cedimenti i **risultati delle prove in situ**.

Con riferimento alle prove di carico con piastre, **Terzaghi e Peck** hanno proposto per le sabbie la relazione:

$$\frac{S}{S_p} = \left(\frac{2B}{B + B_p} \right)^2$$

che ha però evidenti limitazioni osservando che S non può mai essere maggiore di $4 S_p$ mentre per fondazioni di grandi dimensioni il campo di cedimenti possibili è molto più ampio.

Per quanto concerne l'utilizzazione dei dati raccolti con le prove SPT, vi è il metodo di **Burland e Burbidge** (1985) basato sull'analisi di oltre 200 casi di osservazioni del cedimento di opere con fondazioni di dimensioni variabili da 0,8 a 135 m e poggianti su terreni a grana grossa.

Il cedimento risulta dalla seguente relazione:

$$S \text{ (mm)} = C_1 C_2 C_3 \left[(q' - 2/3 \sigma'_{v0}) B^{0.7} I_c \right]$$

nella quale q' rappresenta la pressione effettiva media sul piano di fondazione in kPa, σ'_{v0} la pressione verticale effettiva precedente sul piano di fondazione in kPa, B la larghezza della fondazione espressa in metri;

C_1 è un fattore che tiene conto della forma della fondazione ed è dato dalla relazione:

$$C_1 = \left(\frac{1,25 L/B}{L/B + 0,25} \right)^2$$

C_2 è un coefficiente correttivo che tiene conto dello spessore H dello strato deformabile ed è dato per $H < z_i$ da:

$$C_2 = \frac{H}{z_i} \left(2 - \frac{H}{z_i} \right)$$

nella quale z_i è la profondità significativa riportata nella tabella in funzione di B ;

z_i (m)	B (m)
1,63	2
2,19	3
3,24	5
5,56	10
13,00	30
19,86	50
34,00	100

C_3 è un coefficiente che tiene conto della compressione secondaria ed è dato da:

$$C_3 = 1 + R_3 + R_t \log t/3$$

dove $t \geq 3$ è il tempo in anni dopo il termine della costruzione,
 R_3 è uguale a 0,3 per carichi statici e a 0,7 per carichi ciclici,
 R_t è uguale a 0,2 per carichi statici e a 0,8 per carichi ciclici.

Infine I_c , detto indice di compressibilità, è dato dalla relazione:

$$I_c = \frac{1,706}{N_m^{1,4}}$$

nella quale N_m rappresenta il valore medio di NSPT per la profondità significativa z prima indicata, quando N è costante o crescente con la profondità.

Con valori decrescenti di N la media va fatta su una profondità $2B$.

Per sabbie fini e/o limose al di sotto della falda, si deve fare riferimento al valore corretto con la relazione di Terzaghi e Peck $N' = 15 + 0,5 (N - 15)$.

Per ghiaie e sabbie con ghiaia N deve essere aumentato del 25%.

Metodo di Schmertmann

Con riferimento ai risultati delle prove penetrometriche statiche si può utilizzare il metodo di Schmertmann (1970) per il quale il cedimento risulta dalla relazione:

$$S = C_1 C_2 q_n \sum_0^H \frac{I_z \Delta_z}{E}$$

nella quale q_n rappresenta la pressione netta applicata al piano di fondazione,

- C_1 un fattore correttivo che tiene conto della profondità del piano di fondazione ed è dato da:

$$C_1 = 1 - 0,5 \frac{\sigma'_{v0}}{q_n}$$

- C_2 un fattore correttivo che tiene conto della compressione secondaria ed è dato da:

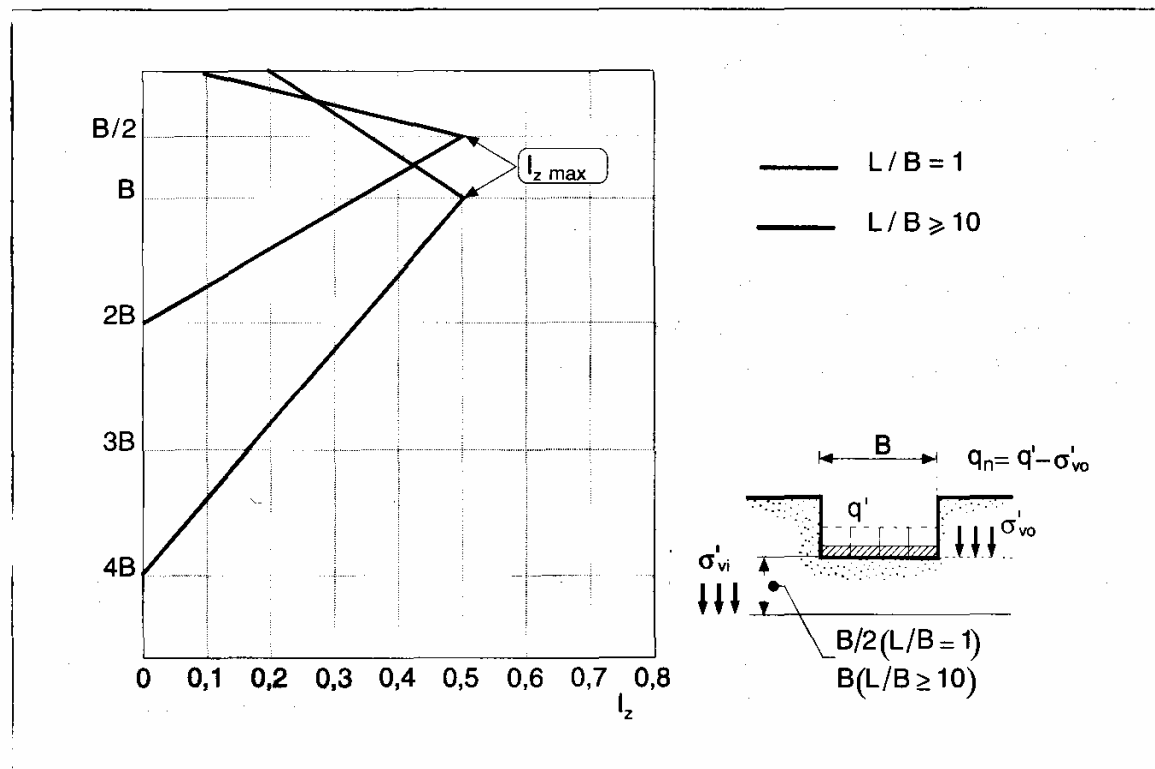
$$C_2 = 1 + 0,2 \log \left(\frac{t}{0,1} \right)$$

dove t rappresenta il tempo in anni dopo il termine della costruzione per il quale si vuol calcolare il cedimento.

I_z è un fattore di deformazione che varia con la profondità in funzione della geometria della fondazione e dell'entità di q_n , secondo lo schema riportato in figura

Come si vede I_z diventa nullo alla profondità $2B$ per $L/B = 1$ (fondazione circolare o quadrata) e alla profondità $4B$ per $L/B \geq 10$ per fondazioni continue e diventa massimo alle profondità $B/2$ e B con un valore dato dalla relazione:

$$I_{z \max} = 0,5 + 0,1 \sqrt{\frac{q_n}{\sigma'_{vi}}}$$



Il calcolo dei cedimenti con questo metodo richiede un'adeguata suddivisione della profondità significativa sotto la fondazione in vari strati, all'interno dei quali i valori del fattore di deformazione I_z e del modulo di deformazione E possano ritenersi costanti.

Il modulo di deformazione E è valutato sulla base dei risultati delle prove penetrometriche. Secondo Schmertmann è dato da $E = 2.5q_c$ per fondazioni circolari e quadrate e da $E = 3.5q_c$ per fondazioni continue con $L/B > 10$; nei casi intermedi si interpola in funzione di L/B (q_c è la resistenza di punta in una prova CPT).

Nella relazione $E = \alpha q_c$ è possibile considerare valori di α compresi tra 3 e 8 e decrescenti all'aumentare della densità relativa D_r .

Il metodo è abbastanza valido per sabbie normalmente consolidate, mentre sovrastima i cedimenti per quelle sovraconsolidate.

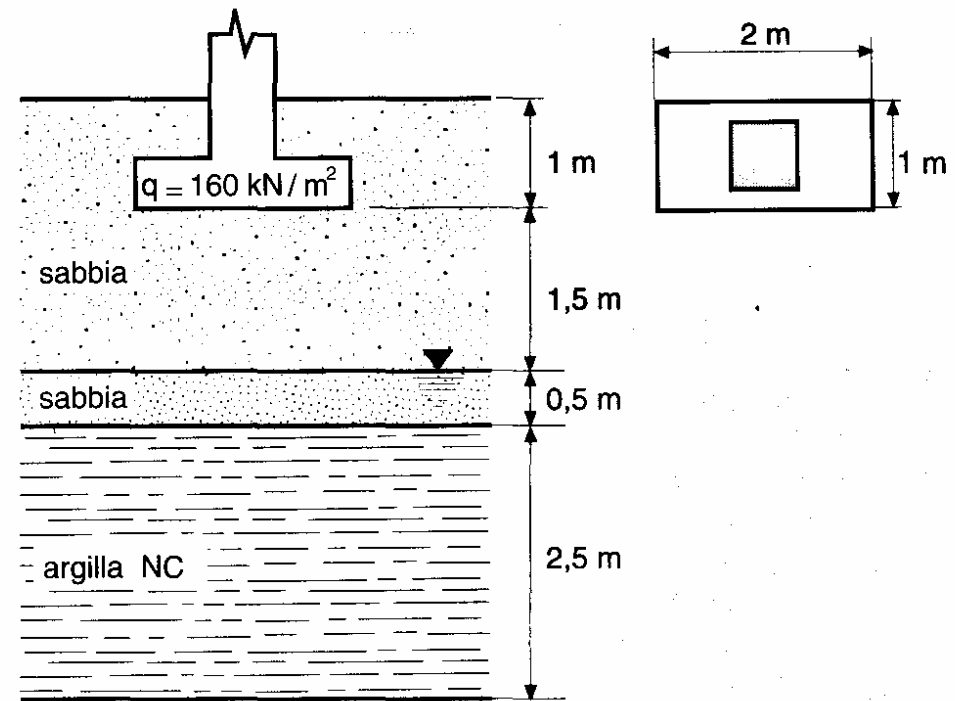
Vi sono poi altri metodi che permettono di calcolare i cedimenti utilizzando i dati raccolti con il dilatometro di Marchetti e con i vari tipi di pressiometri e quindi, specialmente con terreni sovraconsolidati, si può fare riferimento a misure dirette della deformabilità alle varie profondità riducendo così l'errore.

Si stimi il cedimento totale di una fondazione superficiale di dimensioni 1x2 m posta sul terreno indicato in figura

$$\begin{aligned}\gamma &= 16,5 \text{ kN/m}^3 \\ E_s &= 10000 \text{ kN/m}^2 \\ \nu &= 0,3\end{aligned}$$

$$\gamma_{\text{sat}} = 17,5 \text{ kN/m}^3$$

$$\begin{aligned}\gamma &= 16 \text{ kN/m}^3 \\ \nu &= 0,5 \\ e_0 &= 0,8 \\ c_c &= 0,30\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\sigma'_{v0}(4,25) &= (2,5 \times 16,5) + 0,5(17,5 - 9,81) + \\ &+ 1,25(16 - 9,81) = \\ &= 41,25 + 3,85 + 7,74 = 53 \text{ kPa}\end{aligned}$$

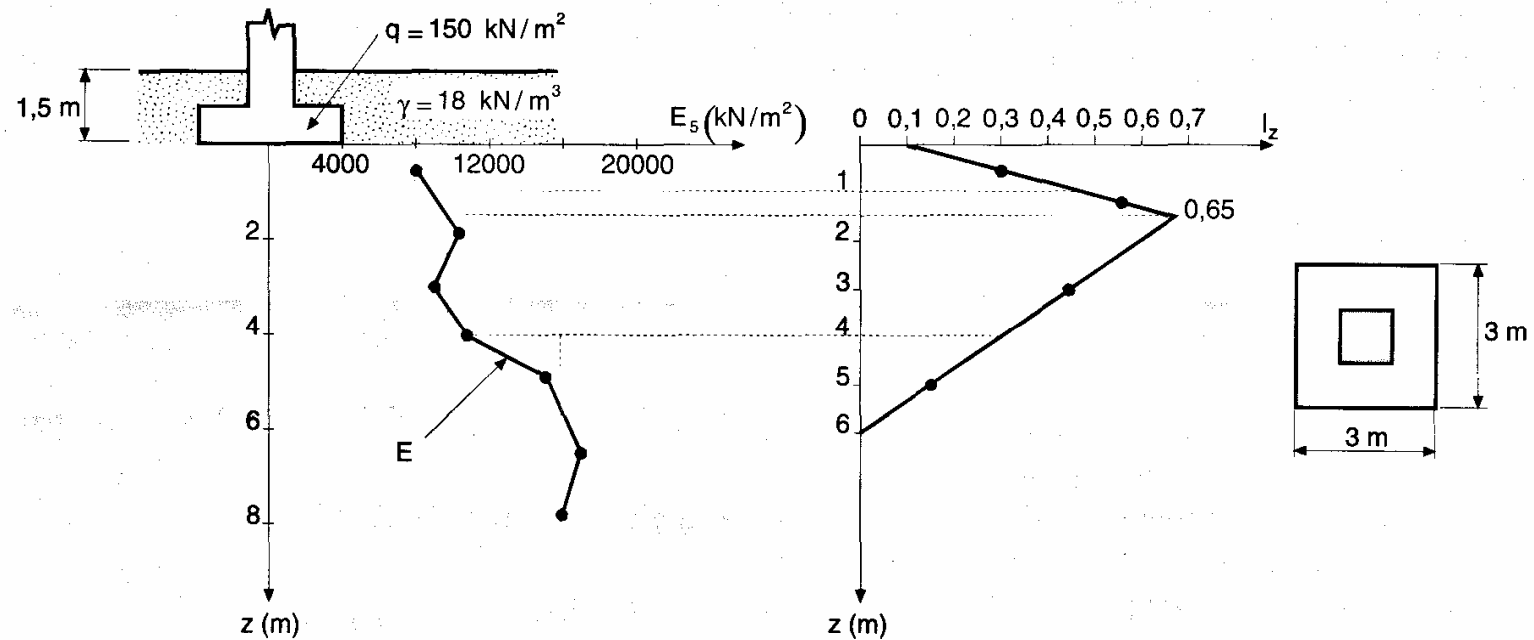
(diffusione 2:1):

$$\begin{aligned}\Delta\sigma'_v(4,25) &= \frac{qBL}{(B+z)(L+z)} = \\ &= \frac{160 \times 1 \times 2}{(1+3,25)(2+3,25)} = 14 \text{ kPa}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}S_c &= H_0 \frac{c_c}{1+e_0} \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma'_v}{\sigma'_{v0}} = \\ &= 2,5 \frac{0,30}{1+0,8} \log \frac{53+14}{53} = 0,042 \text{ m} = 42 \text{ mm}\end{aligned}$$

Si consideri una fondazione superficiale quadrata, di lato 3 m, posta su uno strato sabbioso e si calcoli il cedimento dopo 5 anni dalla costruzione con il metodo di Schmertmann.

La variazione del modulo elastico di Young E del terreno con la profondità è stata stimata, sulla base dei risultati di una prova CPT, utilizzando la relazione semiempirica $E = 2,5 q_c$.



Profondità (m)	Δz (m)	E_s (kPa)	I_z (medio)	$\frac{I_z}{E_s} \times \Delta z$ (m³/kN)
0÷1,0	1	8000	0,3	$3,75 \times 10^{-5}$
1÷1,5	0,5	10000	0,55	$2,75 \times 10^{-5}$
1,5÷4,0	2,5	10000	0,47	$11,75 \times 10^{-5}$
4,0÷6,0	2,0	16000	0,16	2×10^{-5}

$$\Sigma = 2,02 \times 10^{-4}$$

$$C_1 = 1 - 0,5 \frac{\sigma_{v0}}{q_n} = 1 - 0,5 \frac{18 \times 1,5}{150 - (18 \times 1,5)} = 0,89$$

$$C_2 = 1 + 0,2 \log (\text{tempo}/0,1) = 1 + 0,2 \log \frac{5}{0,1} = 1,34$$

$$I_{\max} = 0,5 + 0,1 \sqrt{\frac{q_n}{\sigma'_{vi}}} = 0,5 + 0,1 \sqrt{\frac{123}{54}} = 0,65$$

$$\begin{aligned} S &= C_1 C_2 q_n \sum_0^{2B} \frac{I_z}{E} \Delta z \\ &= 0,89 \times 1,34 \times [150 - (18 \times 1,5)] \times \\ &\quad \times (2,02 \times 10^{-4}) = 30 \text{ mm} \end{aligned}$$