

II PROVETTA DI GEOMETRIA 3 – A.A. 2017/18
CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Trieste, 18 gennaio 2018

Tutte le risposte vanno adeguatamente motivate.

1. Sia S l'immagine della funzione $\Phi : (0, 2\pi) \times (0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da $\Phi(u, v) = ((\sin u + 2) \cos v, (\sin u + 2) \sin v, u)$.
 - (i) Classificare i punti di S .
 - (ii) Determinare le direzioni asintotiche e le curvatures principali nel punto $\Phi(\pi/2, \pi)$.
 - (iii) Descrivere le curve coordinate $\alpha(t) = \Phi(\pi/2, t)$ e $\beta(t) = \Phi(\pi, t)$.
 - (iv) FACOLTATIVO. Provare che $\alpha(t)$ è una geodetica di S mentre $\beta(t)$ non lo è.

2. Sia $\gamma : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ una curva regolare semplice piana, parametrizzata con parametro naturale. Sia Σ la superficie rigata parametrizzata da

$$\Psi(u, v) = \gamma(u) + v\mathbf{w},$$

dove \mathbf{w} è un vettore costante ortogonale al piano di γ . Verificare che Σ è localmente isometrica a un piano e costruire esplicitamente una tale isometria locale.