

ESERCIZI CAPITOLO 6

ESERCIZIO 6.1 PAG. 179

- a) H_0
- b) H_a
- c) H_a
- d) \rightarrow
 - a) $H_0: \bar{\mu} = 0.50$
 $(H_a: \bar{\mu} \neq 0.50)$
 - b) $(H_0: \bar{\mu} = 0.24)$
 $H_a: \bar{\mu} < 0.24$
 - c) $(H_0: \mu = 100)$
 $H_a: \mu > 100$

ESERCIZIO 6.2 PAG. 179

a) Variabile ordinale \rightarrow assegna un "punteggio" a ogni categoria

$H_0: \mu = 2$
 $H_a: \mu \neq 2$ (ip. bilaterale)

b) $N = 1302$
 $\bar{y} = 2.49$
 $se = 0.0236$

$T = 20.80 \rightarrow$ VALORE DELLA STATISTICA TEST
 $P < 0.001$

$t = \frac{\bar{y} - \mu_0}{se}$

$= \frac{2.49 - 2}{0.0236} = 20.80$

$se = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{0.850}{\sqrt{1302}} = 0.0236$

c) P-valore e' il peso dell'evidenza contro H_0 .
Al livello 0.01 il test mostra risultati significativi (tuttavia, sebbene statisticamente altamente significativo, l'entita' della differenza e' "piccola" in termini pratici)

ESERCIZIO 6.3 PAG. 180

TAVOLA A \checkmark H_a e' BIDIREZIONALE

$H_0: \mu = 0$
 $H_a: \mu \neq 0$
 $n = 1000$
 $t = 1.04$

a) P-valore: $(0.149) \cdot 2 = 0.30 \rightarrow$ non rifiuto H_0 (e' plausibile che μ sia uguale a 0)

b) con $t = -2.5$
P-valore: $(0.0062) \cdot 2 = 0.012 \rightarrow$ rifiuto H_0 , accetto H_a (al livello 0.05 il test mostra risultati significativi)

\rightarrow fornisce evidenza piu' forte contro H_0 (P-valori piu' piccoli danno evidenze piu' forti)

c) con $t = 1.04$ (i) $H_a: \mu > 0$ \rightarrow IPOTESI ALT. UNIDIREZIONALE
(ii) $H_a: \mu < 0$
 0.149 (codice)
 0.851 (codice)
 $\hookrightarrow 1 - 0.149$

• ESERCIZIO 6.5 PAG. 180

$H_0 : \mu = 100$

$H_a : \mu \neq 100$

P-valore ?

a) $n = 400$

$\bar{y} = 103$

$s = 40$

$se = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{40}{\sqrt{400}} = 2$

↳ all' aumentare di n , se diminuisce

$t = \frac{\bar{y} - \mu_0}{se} = \frac{103 - 100}{2} = 1.5$

$gdl = \infty$

$P = (0.067) \cdot 2 = \underline{0.134}$

b) $n = 1600$

$\bar{y} = 103$

$s = 40$

$se = \frac{40}{\sqrt{1600}} = 1$

$t = \frac{103 - 100}{1} = 3$

$gdl = \infty$

↳ USO NORMALE STANDARDIZZATA

$P = (0.00135) \cdot 2 = \underline{0.003}$

↳ all' aumentare di n , anche una piccola differenza (100 vs 103) può produrre un p-valore piccolo

• ESERCIZIO 6.7 PAG. 180

$n = 9$

$\bar{y} = 410$

$s = 90$

a) • Assunzioni \Rightarrow campione casuale
popolaz. normale
(var. quantitative)

• Ipotesi $\Rightarrow H_0 : \mu = 500$

$H_a : \mu \neq 500$

• Test \Rightarrow Test t

$t = \frac{\bar{y} - \mu_0}{se}$

con $se = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{90}{\sqrt{9}} = 30$

$= \frac{410 - 500}{30} = \underline{-3}$, $gdl = n - 1 = \underline{8}$

• P-valore \Rightarrow $(0.005 \cdot 2)$ $(0.010 \cdot 2)$
 $0.01 < P < 0.02$

• Conclusioni \Rightarrow rifiuto H_0 (vi sono forti evidenze che μ sia diversa da 500)

b) P-valore per $H_a : \mu < 500 \Rightarrow 0.01 (2.896)$ evidenze forti che media inferiore a 500.

c) $H_a : \mu > 500 \rightarrow P = 1 - 0.01 = 0.99$

• ESERCIZIO 6.8 PAG. 180

n = 4
y-bar = 1000
s = 400
se = 200

a) H₀ : μ = 500
H_a : μ > 500 ip. unidirezionale

P-valore?
t = (1000 - 500) / 200 = 2.5 , gdl = 3

0.05 > P > 0.025 (e' unidirezionale) TAVOLA B

↳ rifiuto H₀ , sembra che μ sia diversa da 500

b) n e' molto piccolo ; una delle assunzioni per applicazione test t e' la normalita'.

c) H_a : μ > 500 e' unilaterale => H₀ : μ ≤ 500.

• ESERCIZIO 6.9 PAG. 180

Categ. → var. ord. trattata come quantitativa	Freq.
2	91
1	385
-1	421
-2	99
	996

n = 996
y-bar = -0.052
s = 1.253
se = 0.0397

a) H₀ : μ = 0
H_a : μ ≠ 0

b) t = (-0.052 - 0) / 0.0397 = -1.31 , gdl = ∞

TAVOLA A → (0.0951) · 2 = 0.190 → Non rifiuto H₀. E' plausibile che μ sia 0.

c) No. Non si puo' mai accettare H₀ (ho testato solo μ = 0 , non altri valori)

d) IC al 95% per μ

↓
STIMA PUNTUALE ± MARGINE D'ERRORE => y-bar ± t · (se)

-0.052 ± 1.96 · 0.0397
-0.052 ± 0.078
(-0.13 , 0.03)

• ESERCIZIO 6.13 PAG. 180

$H_0 : \pi = 0.50$

$H_a : \pi \neq 0.50$

$\hat{\pi} = 0.35$

$n = 100 \rightarrow$ campione grande!

a) $z = \frac{\hat{\pi} - \pi_0}{se_0}$

con $se_0 = \sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}} = \sqrt{\frac{0.5 \cdot 0.5}{100}} = 0.05$

$= \frac{0.35 - 0.5}{0.05}$

$= \frac{-0.15}{0.05} = -3 \Rightarrow z = -3$

b) $H_a : \pi < 0.5$

P-valore? $z = -3 \rightarrow$ TAVOLA A $\rightarrow P = 0.00135 \rightarrow$ forte evidenza in favore di $H_a : \pi < 0.5$.

c) Per un livello di significatività $\alpha = 0.05 \rightarrow$ rifiuto H_0

d) Rifiuto H_0 quando H_0 VERA \rightarrow errore di I TIPO
Diminuire il livello di signif. α

• ESERCIZIO 6.15 PAG. 181

369 si
483 no

$n = 852$

$\hat{\pi} = 0.4331$

95% CI = (0.4, 0.466)

$z = -3.91$

$P = 0.000$

a) $H_0 : \pi = 0.50$
 $H_a : \pi \neq 0.50$

b) $z = -3.91 \rightarrow$ la media della proporz. campionaria ($\hat{\pi}$) è 3.91 errori standard sotto 0.5 (π_0)

c) $P = 0.000 \rightarrow$ se H_0 fosse vera ($\pi = 0.50$), ci sarebbe 0.000 di probabilità di osservare $\hat{\pi} = 0.4331$.

\hookrightarrow se H_0 vera, la probab. di avere una proporz. campionaria ($\hat{\pi}$) che ricada a 3.91 errori st. sotto 0.5 sarebbe pari a 0.000.

d) IC mostra quanto lontano da 0.5 ricade la proporz. di popolazione.

• ESERCIZIO 6.19 PAG. 181

a) $n = 400$

$P(x) = \frac{230}{400} = 0.575$

$H_0 : \pi = 0.50$

$H_a : \pi \neq 0.50$

$$z = \frac{\hat{\pi} - \pi_0}{s_e}$$

$$\text{con } s_e = \sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}} = \sqrt{\frac{0.5 \cdot 0.5}{400}} = 0.025$$

$$= \frac{0.575 - 0.5}{0.025} = \underline{3}$$

P-valore = TAVOLA A \rightarrow $(0.0044) \cdot 2 = \underline{0.0088}$ \rightarrow rifiuto H_0 (posso prevedere vincitore)

b) $n = 40$
 $\hat{\pi} = \frac{23}{40} = 0.575$

$$z = \frac{0.575 - 0.5}{0.079} = \underline{0.95} \quad \text{con } s_e = \sqrt{\frac{0.5 \cdot 0.5}{40}} = 0.079$$

P-valore = TAVOLA A \rightarrow $(0.1711) \cdot 2 = \underline{0.3422}$ \rightarrow non posso rifiutare H_0 (non posso prevedere vincitore)

ESERCIZIO 6.23 PAG. 182

$H_0: \mu = 500$ $n = 1000$
 $H_a: \mu \neq 500$

a) $\bar{y} = 519.5$ $\bar{y} = 519.7$
 $s_e = 10.0$ $s_e = 10.0$

$$t = \frac{519.5 - 500}{10.0} = 1.95 \quad \quad \quad t = \frac{519.7 - 500}{10.0} = 1.97$$

$gdl = \infty$ \downarrow $gdl = \infty$
TAVOLA A

$$P = (0.0256) \cdot 2 = 0.051 \quad \quad \quad P = (0.0244) \cdot 2 = 0.049$$

b) Con livello $\alpha = 0.05$
NO SÌ

c) Nonostante punto b), non c'è praticamente differenza tra $P = 0.051$ e $P = 0.049$ \rightarrow differenza tra statisticamente significativo e "praticamente" significativo.

• ESERCIZIO 6.25 PAG. 183

$$H_0: \mu = 500 \quad n = 10000$$

$$H_a: \mu \neq 500$$

$$\bar{y} = 497 \quad \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$s = 100 \rightarrow se = \frac{100}{\sqrt{10000}} = 1$$

$$t = \frac{497 - 500}{1} = -3$$

con $gdl = \infty \rightarrow P = (0.00135) \cdot 2 = 0.003 \rightarrow$ rifiuto H_0
statistico significativo

praticamente la differenza è minima (3 punti)
ma n è molto grande.

• ESERCIZIO 6.29 PAG. 183

π = proporz. di pz. che risponde a trattamento

$$H_0: \pi = 0.50$$

$$H_a: \pi > 0.50 \quad \text{IP. UNIDIREZIONALE}$$

$$n = 25$$

$$\alpha = 0.05$$

a) Regione di valori della proporz. campionaria per cui H_0 rifiutata.

\hookrightarrow insieme di valori della statistica test per cui il test punta al rifiuto di H_0 .
(REGIONE DI RIFIUTO)

\hookrightarrow insieme dei valori del test per cui $P\text{-valore} \leq 0.05$

H_a unidirezionale \rightarrow rifiuto H_0 se $\hat{\pi} \geq$ limite sup. intervallo di confidenza

$$IC \ 90\% \rightarrow \hat{\pi} \pm z \cdot \sqrt{\frac{\hat{\pi}(1-\hat{\pi})}{n}}$$

$$= 0.50 \pm 1.64 \cdot \sqrt{\frac{0.5 \cdot 0.5}{25}}$$

\rightarrow corrisponde a $P = 0.05$
(H_a unidirezionale!)

$$= 0.50 \pm 1.64 \cdot 0.1 = 0.50 \pm 0.164 \quad (0.336, 0.664)$$

limite superiore $\rightarrow 0.664$

\hookrightarrow regione di rifiuto $\hat{\pi} \geq 0.664$ con $z = 1.64$ e $P \leq 0.05$

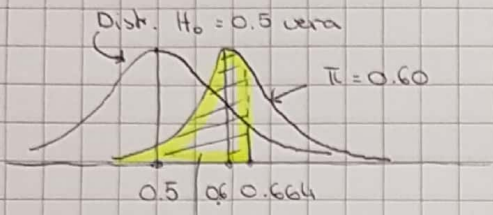
b) $\pi = 0.60$

P (errore II TIPO) ?

P (errore II tipo) se $\pi = 0.60$
con $\alpha = 0.05$

Valori per cui NON rifiuto $H_0 \rightarrow$ per $H_a: \pi > 0.50 \rightarrow z = 1.64$
 $\alpha = 0.05$

\hookrightarrow sbaglio nel rifiutare H_0 se $z < 1.64$
probab. coda dx oltre 0.664 e' $\alpha = 0.05$



probab. che H_0 non rifiutata quando $\pi = 0.60$ (H_0 falsa)
probab. saltata a coda sx prima di 0.664

$$z = \frac{0.664 - 0.6}{se_0(0.1)} = \frac{0.064}{0.1} = 0.64$$

TAVOLA A \rightarrow 0.2611 coda dx
coda sx = $1 - 0.2611 = 0.7389$

$$P(\text{errore II tipo}) = 0.74$$