

**Esame di Metodi Probabilistici e Statistici e Processi Stocastici**  
**Anno Accademico 2015/2016, 1<sup>a</sup> sessione, 2<sup>o</sup> appello (08/02/2016)**  
**Corso di laurea triennale in Ingegneria dell'Informazione**  
**Dipartimento di Ingegneria e Architettura**  
**Università degli Studi di Trieste**

1) Sia  $\{X_n\}_{n \in \mathbf{N}}$  una catena di Markov a valori in  $\{0, 1, 2\}$ , avente come legge iniziale la legge binomiale  $\mathcal{B}(2, \frac{1}{4})$  e come matrice di transizione la matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

- a) Determinare le densità discrete delle variabili aleatorie  $X_0, X_1, X_2$ .
- b) Calcolare  $P(X_1 = 2, X_2 = 0)$ .
- c) Calcolare  $E[X_1^2]$  e  $E[2X_2 + 3]$ .
- d) Stabilire se esista una misura di probabilità invariante per la catena di Markov; in caso affermativo, determinarla e stabilire se essa sia unica.