

Esame di Metodi Probabilistici e Statistici e Processi Stocastici
Anno Accademico 2015/2016, 1^a sessione, 2^o appello (08/02/2016)
Corso di laurea triennale in Ingegneria dell'Informazione
Dipartimento di Ingegneria e Architettura
Università degli Studi di Trieste

1) Sia $\{X_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ una catena di Markov a valori in $\{0, 1, 2\}$, avente come legge iniziale la legge binomiale $\mathcal{B}(2, \frac{1}{4})$ e come matrice di transizione la matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

- a) Determinare le densità discrete delle variabili aleatorie X_0, X_1, X_2 .
- b) Calcolare $P(X_1 = 2, X_2 = 0)$.
- c) Calcolare $E[X_1^2]$ e $E[2X_2 + 3]$.
- d) Stabilire se esista una misura di probabilità invariante per la catena di Markov; in caso affermativo, determinarla e stabilire se essa sia unica.