Esame di Probabilità e Statistica
Anno Accademico 2016/2017, 1^a sessione, 1^o appello (18/01/2017)
Corso di laurea triennale in Ingegneria Elettronica e Informatica
Dipartimento di Ingegneria e Architettura
Università degli Studi di Trieste

1) Si effettuano in modo indipendente quattro lanci congiunti di una moneta (variabile aleatoria di Bernoulli) ed un dado; per ogni lancio congiunto, indichiamo con X l'esito del lancio della moneta, con Y l'esito del lancio del dado e poniamo $T = X + Y$.

a) Determinare la densità di probabilità discreta della variabile aleatoria T.

b) Calcolare la probabilità di ottenere $T = 5$ per due volte.

c) Calcolare la probabilità di ottenere almeno una volta $T = 6$.

d) Calcolare la probabilità di ottenere $T = 4$ al primo lancio oppure $T = 7$ al terzo lancio.

2) Siano X ed Y variabili aleatorie indipendenti: la prima con legge data dalla densità di probabilità

$$f_X(x) = \frac{1}{2}\operatorname{sen} x 1_{(0,\pi)}(x),\ \forall x \in \mathbf{R};$$

la seconda con legge esponenziale di parametro 1.

a) Calcolare $E[3X - 2Y]$ e $Var[-2Y + 1]$.

b) Calcolare $P\left(X^2 - 3X + 2 > 0\right)$.

c) Calcolare $P\left(\left\{X < \frac{\pi}{3}\right\} \cup \{Y < 1\}\right)$.

d) Determinare la funzione di ripartizione della variabile aleatoria $Z = 2X + 1$.

3) I seguenti dati numerici sono le realizzazioni di un campione casuale $(X_1, ..., X_9)$ estratto da una legge normale di media μ sconosciuta e varianza $\frac{1}{9}$:

$$0,1,\ 0,4,\ 0,7,\ 0,8,\ \ 0,9,\ \ 0,9,\ \ 1,\ \ 1,5,\ \ 1,8.$$

a) Determinare un intervallo di confidenza bilaterale per μ al livello di confidenza del 96%.

b) Determinare uno stimatore di μ con il metodo della massima verosimiglianza.