

## ESERCIZI SULLE VARIABILI ALEATORIE DISCRETE 1

**Esercizio 1.** Si lanciano un dado equilibrato a sei facce e una moneta equilibrata. Se esce testa e il valore del dado è pari oppure croce e il valore del dado è dispari si tiene il valore del dado, se esce testa e dispari si moltiplica il valore del dado per 2, se esce croce e pari si divide il valore del dado per 2.

- i) Si determini la densità della variabile aleatoria  $X$ : punteggio finale.
- ii) Si calcoli la media e la varianza di  $X$ .
- iii) In 5 lanci qual è la probabilità di ottenere 6 per tre volte? Qual è la probabilità di ottenere 10 almeno una volta?

**Esercizio 2.** Si lanciano in modo indipendente due dadi equilibrati a sei facce. Siano  $X$  e  $Y$  rispettivamente le variabili aleatorie punteggio del primo e del secondo dado.

- i) Si determinino le densità delle variabili aleatorie  $Z = XY$  e  $W = X - Y$ .
- ii) Si calcoli media e varianza di  $X, Y, Z, W$ .
- iii) Si dica se  $Z$  e  $W$  sono indipendenti.

**Esercizio 3.** Un'urna contiene 10 palline bianche, 8 palline nere e 6 palline rosse. Vengono estratte 5 palline senza reinbussolamento. Sia  $X$  la variabile aleatoria numero di palline bianche e  $Y$  la variabile aleatoria numero di palline nere.

- i) Si determini la densità, la media e la varianza di  $Z = X - Y$ .
- ii) Si dica se  $X$  e  $Y$  sono indipendenti.
- iii) Stesse domande nel caso in cui a ogni estrazione le palline vengono reimmesse nell'urna.

**Esercizio 4.** Si effettuano quattro lanci indipendenti di una moneta che ha la probabilità  $\frac{1}{3}$  di ottenere testa a ogni lancio

- i) Calcolare la probabilità di ottenere testa per tre volte.
- ii) Calcolare la probabilità di ottenere testa almeno una volta.
- iii) Calcolare la probabilità di ottenere testa al primo lancio o croce al terzo lancio.
- iv) Calcolare  $E[S - T]$  e  $Var(S + 2T)$  dove  $S$  e  $T$  indicano rispettivamente il numero delle teste e delle croci ottenute.

**Esercizio 5.** Siano  $X, Y$  e  $Z$  variabili aleatorie indipendenti, e prime due con legge di Bernoulli di parametro  $\frac{2}{3}$  e la terza con legge di Bernoulli di parametro  $\frac{1}{4}$

- i) Calcolare  $E[YZ]$  e  $Var(3X - 2Y)$ .
- ii) Calcolare  $P(Z > \frac{1}{3})$ .
- iii) Determinare la densità della variabile aleatoria  $T = X + Y$ .
- iv) Calcolare  $E[T^2]$  e  $Var(2X - 3Y)$ .