

PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA - A.A. 2017/18

CORSI DI LAUREA IN INGEGNERIA NAVALE ED INDUSTRIALE

Trieste, 2/2 /2018

Prof. Dario Portelli

Tutte le risposte vanno adeguatamente motivate

1.- Si consideri i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R}^4

$$U := \{ (0, a, c, d) \mid a, c, d \in \mathbb{R} \} \quad \text{e} \quad W := \{ (q, p, q, r) \mid p, q, r \in \mathbb{R} \}$$

- 1) Verificare che U e W sono sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^4 , e trovare una base per ciascuno di essi.
- 2) Determinare una base di $U \cap W$.
- 3) Calcolare $U + W$ e determinarne una base.

2.- La matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

è diagonalizzabile? Se sì, si scriva la matrice diagonale simile ad A .

La matrice

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

è diagonalizzabile?

3.- Si verifichi se l'applicazione

$$\varphi : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{data da} \quad \varphi\left(\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}\right) := [u_1 \ u_2] \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

è un prodotto scalare oppure no.

4.- Nello spazio affine euclideo \mathbb{E}^3 , in cui è stato fissato un sistema di coordinate affini ortogonali, si considerino i punti $A(3, 1, -1)$ $B(0, 0, 1)$ e la retta r di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x - 2z + 1 = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$$

Si determini il punto $C \in r$ in modo che il triangolo ABC sia isoscele, di vertice C .