PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA - A.A. 2017/18

CORSI DI LAUREA IN INGEGNERIA NAVALE ED INDUSTRIALE

Trieste, 19/2 /2018 *Prof. Dario Portelli*

Tutte le risposte vanno adeguatamente motivate

1.– Si calcoli il determinante delle seguenti matrici

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{bmatrix}$$

dove la seconda matrice è di tipo $n \times n$, con n un numero naturale qualsiasi.

2.– Di tre endomorfismi f, g, h, di $\mathbb{R}^3$ conosciamo solo i polinomi caratteristici, che sono rispettivamente

$$p_f(t) = -t^3 + 2t^2 - t \qquad p_g(t) = -t^3 + 7t^2 - 9t + 3 \qquad p_h(t) = -t^3 - 3t + 1$$

Tra le seguenti composizioni di tali endomorfismi

$$f \circ g \qquad g \circ h \qquad h \circ f$$

ce ne sono di iniettive? E di suriettive?

3.– Sia C la conica in $\mathbb{E}^2$ di equazione $x^2 - 2xy + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$. Di che tipo di conica si tratta? Può esistere un'isometria $f : \mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^2$ tale che $f(C)$ sia la conica di equazione $x^2 + 3y = 0$?

4.– Nello spazio affine euclideo $\mathbb{E}^3$, in cui è stato fissato un sistema di coordinate affini ortogonali, si consideri la retta r di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x - 2z + 1 = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$$

Il punto $P(1, -1, 1)$ appartiene ad r. Infine si consideri il piano π, di equazione cartesiana $x + y - 3 = 0$. Se s è una qualsiasi retta passante per P ed ortogonale ad r, è sempre vero che s interseca π? Poniamo

$$I = \{ Q \in \pi \mid \text{esiste una retta } s \text{ ortogonale ad } r \text{ e passante per } P, \text{ t.c. } s \cap \pi = Q \}$$

Che tipo di insieme è I?