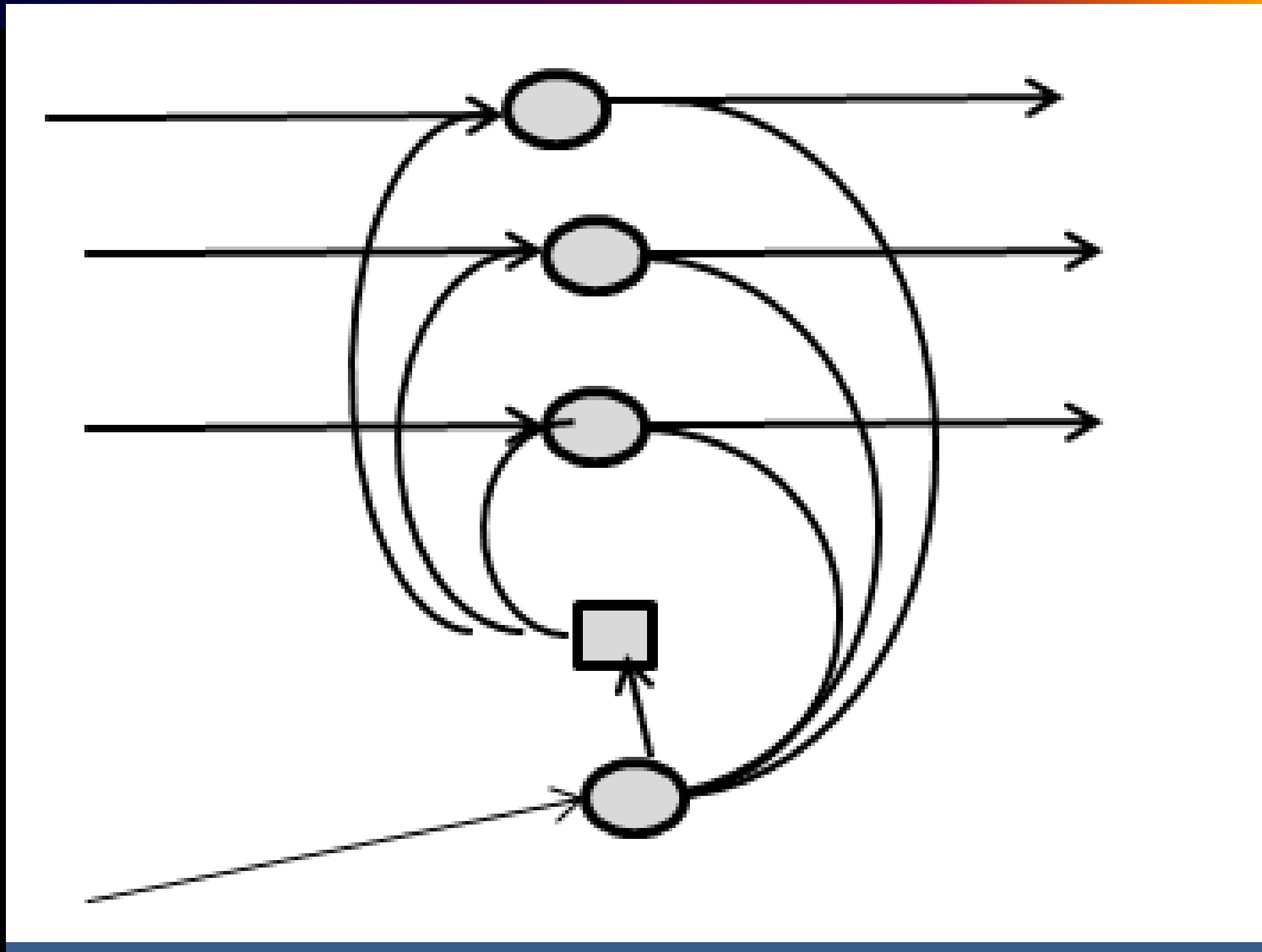
# ASSEGNAZIONE SU RETI DI TRASPORTO PUBBLICO

(Ipercammini)

# Modello di fermata



# *Definizioni*

| | |
|---|---|
| i | nodo di diversione |
| pr(i) | predecessore di i |
| $\varphi_{ij}$ | frequenza della linea j alla fermata i |
| $X_{id}^{h}$ | costo (tempo) per raggiungere d a partire da i |
| $L_{usc}(h,i)$ | insieme degli archi uscenti da i appartenenti all'ipercammino h |

# *Ipotesi*

la distribuzione dei passeggeri sugli archi della stella di uscita da i avviene in modo proporzionale alle frequenze delle linee

Il tempo di attesa viene calcolato in funzione della frequenza combinata

# *Frequenza combinata*

$$\Phi_i^h = \sum_{(i,j)\epsilon L_{usc}(h,i)} \varphi_{i,j}$$

Cui corrisponde il tempo di attesa

$$tw_i^h = \frac{\theta}{\Phi_i^h} \qquad \theta = 0 \div 1$$

# *Costo da i alla destinazione*

Sulla base delle ipotesi precedenti il costo da i a d può essere espresso nella forma:

$$X_{id}^{h} = \sum_{(i,j)\epsilon L_{usc}(h,i)} ({t^{s}}_{ij} + X_{id}^{h}) \cdot \frac{\varphi_{ij}}{\Phi_{i}^{h}}$$

mentre il tempo medio a partire da pr(i) vale

$$X_{pr(i)d}^{h} = X_{id}^{h} + \ tw_{i}^{h}$$

# *Ipercammino di minimo costo*

Per il cammino di minimo costo (*) dovrà valere:

$$Z_{id}^{h*} = \sum_{(i,j)\epsilon L_{usc}(h*,i)} (t^{s}{}_{ij} + X_{id}^{h*}) \cdot \frac{\varphi_{ij}}{\Phi_i^{h*}}$$

e quindi

$$Z_{pr(i)d}^{h*} = Z_{id}^{h*} + \ tw_i^{h*}$$

# *Costruzione dell'ipercammino minimo*

La costruzione dell'ipercammino di minimo costo avviene costruendo le stesse di uscita dai nodi di diversione.

Consideriamo un arco di salita (i,j). Per inserirlo nell'ipercammino di minimo costo, la sua inserzione nella stella di uscita deve produrre una diminuzione del costo totale.

Si deve dunque fare un bilancio dei costi in assenza dell'arco (i,j) e in presenza dell'arco stesso

# *Differenza dei costi*

*Senza l'arco (i,j)*

$$X^{h}_{pr(i)d} = X^{h}_{id} + tw^{h}_{i}$$

Con l'arco (i,j)

$$X^{h'}_{pr(i)d} = X^{h'}_{id} + tw^{h'}_{i}$$

*L'arco viene accettato se*

$$X^{h'}_{pr(i)d} \leq X^{h}_{pr(i)d}$$

# *Variazione del tempo di attesa*

- La frequenza complessiva diventa:

$$\Phi_i^{h\prime} = \Phi_i^h + \varphi_{i,j}$$

E quindi il tempo di attesa si modifica

$$tw_i^{h\prime} = \frac{\theta}{\Phi_i^{h\prime}} = tw_i^h \ \frac{\Phi_i^h}{\Phi_i^h + \varphi_{i,j}}$$

# *Variazione del costo*

La modifica del costo è data da

$$X_{id}^{h\prime} = X_{id}^{h} \cdot \frac{\Phi_i^h}{\Phi_i^h+\varphi_{i,j}} + ({t^s}_{ij} + Z_{jd}^h) \cdot \frac{\varphi_{i,j}}{\Phi_i^h+\varphi_{i,j}}$$

Essendo che si può scribere:

$$\frac{\Phi_i^h}{\Phi_i^h+\varphi_{i,j}} = 1 - \frac{\varphi_{i,j}}{\Phi_i^h+\varphi_{i,j}}$$

- Sostituendo si ha:

$$X_{id}^{h\prime} = X_{id}^{h} - (X_{id}^{h} - t^{s}{}_{ij} - Z_{jd}^{h} -) ) \cdot \frac{\varphi_{i,j}}{\Phi_i^h + \varphi_{i,j}}$$

e, a partire dal predecessore di i

$$X_{pr(i)d}^{h\prime} = X_{id}^{h\prime} + tw_i^{h\prime}$$

cioè

$$X_{pr(i)d}^{h\prime} = X_{id}^{h} - (X_{id}^{h} - t^{s}{}_{ij} - Z_{jd}^{h}) \cdot \frac{\varphi_{i,j}}{\Phi_i^h + \varphi_{i,j}} + tw_i^h \frac{\Phi_i^h}{\Phi_i^h + \varphi_{i,j}}$$

Sostituendo nella

$$X_{pr(i)d}^{h\prime} \leq X_{pr(i)d}^{h}$$

$$X_{id}^{h} - (t^{s}{}_{ij} + Z_{jd}^{h} - X_{id}^{h}) \cdot \frac{\varphi_{i,j}}{\Phi_i^h + \varphi_{i,j}} + tw_i^h \frac{\Phi_i^h}{\Phi_i^h + \varphi_{i,j}} \leq$$

$$\leq X_{id}^{h} + tw_i^h$$

Semplificando $X_{id}^{h}$ e raggruppando i termini con $tw_i^h$

# Relazione finale

$$(t^{s}{}_{ij} + Z_{jd}^{h} - X_{id}^{h}) \cdot \frac{\varphi_{i,j}}{\Phi_i^h + \varphi_{i,j}} \leq tw_i^h \left(1 - \frac{\Phi_i^h}{\Phi_i^h + \varphi_{i,j}}\right)$$

$$(t^{s}{}_{ij} + Z_{jd}^{h} - X_{id}^{h}) \cdot \frac{\varphi_{i,j}}{\Phi_i^h + \varphi_{i,j}} \leq tw_i^h \frac{\varphi_{i,j}}{\Phi_i^h + \varphi_{i,j}}$$

$$(t^{s}{}_{ij} + Z_{jd}^{h} - X_{id}^{h}) \leq tw_i^h$$

$$t^{s}{}_{ij} + Z_{jd}^{h} \leq X_{id}^{h} + tw_i^h = X_{pr(i)d}^{h}$$

# *Algoritmo*

Inizializzazione

f(l)=0 $l \epsilon I_a$ $I_a$ insieme degli archi

$Z_i = \infty$ $l \epsilon I_n$ $I_n$ insieme dei nodi

$L_{usc(i)} = \{\emptyset\}$ $l \epsilon$ND ND insieme dei nodi di div.

$Z_d = 0$

$L = \{\emptyset\}$

# *Algoritmo*

1. Estrazione di j, primo elemento della lista *L*
2. Per ogni i$\epsilon$BS(j)

   se i $\notin$ ND

   se $Z_i > c_l + Z_j$

   allora $Z_i = c_{i,j} + Z_j$ e i viene inserito in *L* se i ∈ ND

se $Z_i = \infty$

allora

$\Phi_i = \varphi_j$

$Z_i = c_{i,j} + Z_j$

$L_{usc(i)} = \{j\}$

$k \epsilon \mathrm{BS(i)}$

$c_{k,i} = \theta / \Phi_i$

# *Algoritmo*

se $Z_i \neq \infty$

se $Z_j + t^s{}_{ij} < X_k$

allora

$\Phi_i = \Phi_i + \varphi_j$

$Z_i = Z_i - (Z_i - t^s{}_{ij} - Z_j)\ ) \cdot \frac{\varphi_{i,j}}{\Phi_i}$

- $L_{usc(i)} = L_{usc(i)} + j$
- $k \epsilon \text{BS(i)} \qquad c_{k,i} = \theta / \Phi_i$