10 + 10 + 10 = 30/30

CORSO DI FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA - UNIVERSITÀ DI TRIESTE, A.A. 2013/2014

Appello sessione autunnale – 16.09.2014

Cognome ....COGNOME........ **Nome** ....NOME........ **cfu (6/9)** ....9...

Istruzioni:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: ***la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date nel testo del problema o già calcolate in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.***

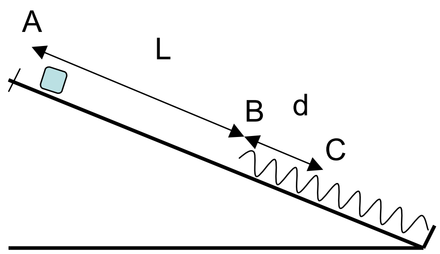


Fig. 1

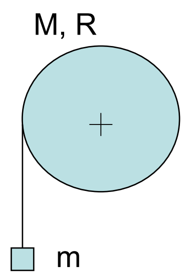


Fig. 1a

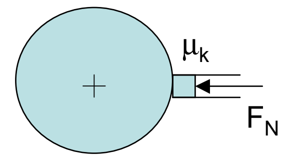


Fig. 1b

PROBLEMA 1. Un blocco di massa M = 0.75 kg, partendo dal punto A da fermo, scivola lungo un piano inclinato di un angolo θ = 35°; percorsa una lunghezza L = 3.50 m, nel punto B viene a contatto con l'estremità libera di una molla ideale, di costante elastica k = 75 N/m, fissata all'altra estremità. Continuando la discesa lungo il piano inclinato, il blocco comprime la molla di una certa quantità d, arrivando fino al punto C, dove la sua velocità istantanea si annulla (Fig. 1). Nell'ipotesi che gli attriti siano trascurabili, determinare:

a. Il modulo v_B della velocità del blocco quando raggiunge la molla in B.

3 $$v_B = \sqrt{2gL\sin\theta} = 6{,}3 \ m/s$$

b. La variazione di lunghezza $d = |BC|$ della molla.

4 $$d = \frac{Mg\sin\theta}{k}\left[1 + \sqrt{1 + 2L\Big/\left(\frac{Mg\sin\theta}{k}\right)}\right] = 0.68 \ m$$

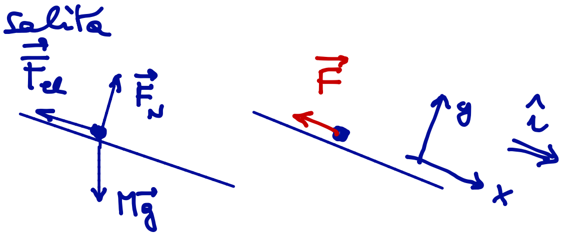
c. Modulo, direzione e verso della forza F risultante (somma di tutte le forze) agente sul blocco, quando esso si trova nel punto C.

modulo:

3 $$F = |Mg\sin\theta - kd| = 47 \ N$$

direzione: // piano inclinato
verso: salita

$$\left[\ \vec{F} = \underbrace{M\vec{g}}_{\text{gravità}} + \underbrace{\vec{F}_N}_{\text{forza normale di contatto}} + \underbrace{\vec{F}_{el}}_{\text{forza elastica (molla)}} = -F\hat{\imath}\ \right]$$



PROBLEMA 2. Un volano cilindrico omogeneo di massa M = 5.0 kg e di raggio R = 10 cm può ruotare liberamente intorno al suo asse orizzontale z, con attrito trascurabile. Partendo da fermo, il volano viene messo in rotazione per mezzo un corpo di massa m = 2.0 kg appeso ad una fune di massa trascurabile, avvolta attorno al volano (Fig. 2a). La fune si sgancia dopo che il corpo è sceso per una lunghezza h = 1.50 m sotto l'azione della gravità.

a. Determinare la velocità angolare istantanea finale ω_f raggiunta dal volano.

4 $$\omega_f = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{4m}{2m+M}\,gh} = 36\ \text{rad/s}$$

Successivamente il volano viene frenato grazie all'attrito con un blocchetto, vincolato a una guida orizzontale, spinto contro la superficie del cilindro con una forza normale di intensità F_N = 85 N, come indicato in Figura 2b. Sapendo che il coefficiente d'attrito tra blocchetto e cilindro è μ_k = 0.50, determinare:

b. L'intensità F_a della forza d'attrito esercitata sul cilindro ed il suo momento assiale τ_z rispetto all'asse di rotazione del cilindro;

3 $$F_a = \mu_k F_N = 42{,}5\ \text{N} \qquad \tau_z = F_a R = 4{,}25\ \text{N}\cdot\text{m}$$

c. L'intervallo di tempo Δt di frenamento, richiesto per riportare il volano in quiete.

3 $$\Delta t = \frac{\omega_f}{\alpha_z} = 0{,}21\ \text{s} \quad \text{dove} \quad \alpha_z = \frac{\tau_z}{I}, \quad I = \frac{1}{2}MR^2$$

PROBLEMA 3. Una macchina termica ideale opera reversibilmente con rendimento η pari a quello del ciclo di Carnot; scambia calore con una sorgente calda a temperatura T_C = 320 K ed una sorgente fredda a temperatura T_F = 260 K. Se ad ogni ciclo la macchina assorbe una quantità di calore Q_C = 500 J dalla sorgente calda,

a. quanto lavoro W produce in ogni ciclo? Quanto calore Q_F viene ceduto alla sorgente fredda per ciclo?

4 $$W = \left(1-\frac{T_F}{T_C}\right)Q_c = 94\ \text{J} \qquad Q_F = -|Q_F| = -\left(Q_c - |W|\right) = -406\ \text{J}$$

b. Quanto valgono, per ogni ciclo, le variazioni di entropia ΔS_C della sorgente calda, ΔS_F della sorgente fredda e ΔS_U dell'universo?

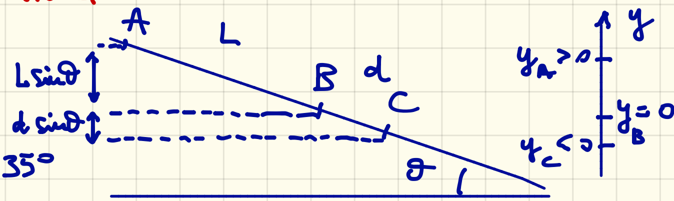
(ciclo reversibile)

3 $$\left.\begin{aligned}\Delta S_c &= -\frac{|Q_c|}{T_c} = -1{,}56\ \text{J/K}\\ \Delta S_F &= \frac{|Q_F|}{T_F} = +1{,}56\ \text{J/K} = -\Delta S_c\end{aligned}\right\}\ \Delta S_u = \Delta S_c + \Delta S_F = 0\ \text{J/K}$$

c. Se la stessa macchina lavorasse a ciclo invertito, come macchina frigorifera, quanti cicli N sarebbero necessari e quanto lavoro lavoro W' bisognerebbe fornire per estrarre una quantità di calore $|Q_F'|$ = 1.0 × 10^5 J dalla sorgente fredda ?

3 $$N = \frac{|Q_F'|}{|Q_F|} \cong 246\ \text{cicli} \qquad W' = N(-W) = -23.1\ \text{kJ}$$

PROBLEMA 1 - soluzione



dati: $M = 0{,}75\ kg$
$L = 3{,}50\ m$
$k = 75\ N/m$, $\vartheta = 35°$

a) velocità in B: $v_B = ?$ $(v_A = 0)$

assenza di attrito $\Rightarrow$ conservazione dell'energia meccanica tra A e B. Per tener conto dell'energia potenziale gravitaz. fissiamo arbitrariamente un asse y verticale, con $\begin{cases} y_B = 0 \\ y_A = L\sin\vartheta \end{cases}$
in modo che: $U_g(y) = Mgy$

$$E_A = \underbrace{\cancel{K_A}}_{0} + U_{gA} = E_B = K_B + \underbrace{\cancel{U_{gB}}}_{0}$$

$$\cancel{M}g\, L\sin\vartheta = \frac{1}{2}\cancel{M} v_B^2$$

$$\Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2gL\sin\vartheta} = 6{,}3\ m/s$$

b) compressione della molla: $d = ?$

conservazione dell'energia meccanica tra A, B e C $(v_C = 0)$

$$E_A = E_B = E_C = \underbrace{\cancel{K_C}}_{0} + \overset{\text{en. potenziale}}{\underbrace{U_{gC}}_{\text{gravità}}} + \underbrace{U_{eC}}_{\text{elastica}}$$

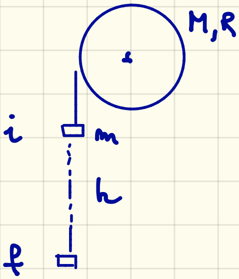
$$MgL\sin\vartheta = -Mgd\sin\vartheta + \frac{1}{2}kd^2 \qquad \Big/ \frac{2}{k}$$

$$d^2 - 2\frac{Mg\sin\vartheta}{k}d - 2\frac{Mg\sin\vartheta}{k}L = 0$$

$$d_{1(2)} = \frac{Mg\sin\vartheta}{k} \overset{+}{(-)} \sqrt{\left(\frac{Mg\sin\vartheta}{k}\right)^2 + 2\frac{Mg\sin\vartheta}{k}L}$$

$$\Rightarrow \quad d = \frac{Mg\sin\vartheta}{k}\left[1+\sqrt{1+2L\Big/\left(\frac{Mg\sin\vartheta}{k}\right)}\right] = 0{,}68\ \text{m}$$

PROBLEMA 2 - soluzione



dati: $M = 5{,}0$ kg
$R = 10$ cm $= 0{,}10$ m
$m = 2{,}0$ kg
$h = 1{,}50$ m

Stato iniziale i : sistema in quiete
" finale f : la fune si sgancia

a) assenza di attrito → conservazione dell'energia meccanica

$$E_i = \underbrace{\cancel{K_i}}_{0} + U_i = E_f = K_f + \underbrace{\cancel{U_f}}_{0}$$

$$mgh = \frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{1}{2} I \omega_f^2$$

dove: $v_f = \omega_f \cdot R$ (vincolo cinematico)

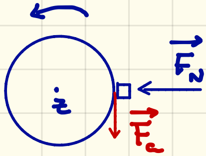
$I = \frac{1}{2} MR^2$ momento d'inerzia del volano

$$\Rightarrow \quad mgh = \frac{1}{2} m R^2 \omega_f^2 + \frac{1}{4} M R^2 \omega_f^2$$

$$\omega_f^2 = \frac{mgh}{\frac{mR^2}{2} + \frac{MR^2}{4}} = \frac{1}{R^2}\,\frac{4m}{2m+M}\,gh$$

$$\Rightarrow \quad \omega_f = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{4m}{2m+M}\cdot gh} = 36\ \text{rad/s}$$

b)



$F_N = 85$ N

$\mu_k = 0{,}50$

forza di attrito : modulo $F_a = \mu_k F_N = 42{,}5$ N

direzione : tangente alla superf. del cilindro

verso : opposto al moto del cilindro

momento assiale : se l'asse z è orientato come uscente dal piano del foglio,

$$\tau_z = -F_a R = -4{,}25 \ \text{N}\cdot\text{m}$$

c) moto rotatorio uniformemente accelerato, con accelerazione angolare negativa (da : $\sum \tau_z = I \alpha_z$)

$$\alpha_z = \frac{\tau_z}{I} = -170 \ \text{rad/s}^2 \quad < 0$$

$$I = \frac{1}{2} M R^2 = 0{,}025 \ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

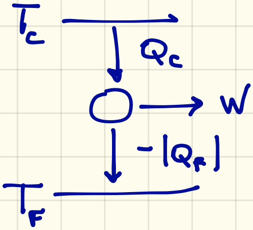
$\Rightarrow$ $\begin{cases} \text{inizio : velocità angolare } \omega_f \text{ già determinata} \\ \text{fine : \quad " \quad " \quad nulla } \ \omega = 0 \end{cases}$

$$0 - \omega_f = \alpha_z \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = -\frac{\omega_f}{\alpha_z} = 0{,}21 \ \text{s}$$

PROBLEMA 3 – Soluzione

a) macchina termica che scambia calore con 2 sorgenti
diagramma di flusso energetico dal punto di vista della macchina

$$\begin{cases} Q_c > 0 \\ Q_F = -|Q_F| < 0 \\ W > 0 \end{cases}$$



rendimento:

$$\eta = \frac{W}{Q_c} = \frac{Q_c - |Q_F|}{Q_c} = 1 - \frac{|Q_F|}{Q_c} = \eta_c = 1 - \frac{T_F}{T_c}$$

in un ciclo:

$$\Delta U = Q - W = Q_c - |Q_F| - W = 0$$

da cui: $W = \eta_c Q_c = \left(1 - \frac{T_F}{T_c}\right) Q_c = 94\ J$

e: $|Q_F| = Q_c - W = 406\ J$

b) variazioni di entropia:

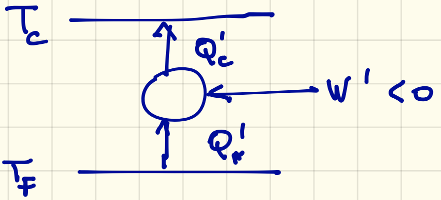
Sorgente calda (cede calore): $\Delta S_c = -\frac{|Q_c|}{T_c} = -1{,}56\ J/K < 0$

sorgente fredda (acquista calore): $\Delta S_F = +\frac{|Q_F|}{T_F} = +1{,}56\ J/K > 0$

ciclo reversibile $\Delta S_F = -\Delta S_c$

universo: $\Delta S_U = \Delta S_c + \Delta S_F = 0\ J/K$

c) ciclo invertito, frigorifero: dal punto di vista della macchina:



$W' < 0$

$Q'_F > 0$ assorbito

$Q'_c = -|Q'_c| < 0$ ceduto

Se l'estensione del ciclo viene mantenuta uguale, si avrà semplicemente un cambiamento di segno: per ogni ciclo

$$W' = -W = -94 \text{ J} < 0$$

$$Q'_F = -Q_F = +406 \text{ J} > 0$$

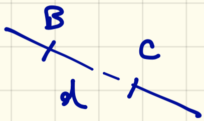
$$Q'_c = -Q_c = -500 \text{ J} < 0$$

Per estrarre un calore $|Q| = 100$ kJ dalla sorgente fredda sarebbero necessari

$$N = \frac{|Q|}{Q'_F} = \frac{100\,000}{406} = 246,\dots \text{ cicli}$$

con un lavoro totale assorbito $W' = n(-W) = -23.1$ kJ

PROBLEMA 1 - Soluzioni alternative e commenti

b) 

$$E_B = E_C$$

$$U_B + K_B = U_C + \cancel{K_C}_{\,0}$$

ponendo l'en. pot. gravitaz. $= 0$ in C : $U_C = \frac{1}{2} k d^2$ (elastica)

$$Mgd\sin\theta + \frac{1}{2} M v_B^2 = \frac{1}{2} k d^2 \quad / \cdot 2/k$$

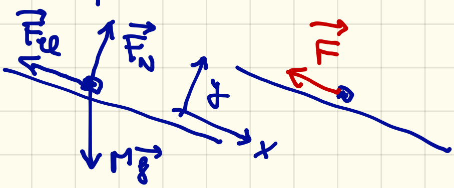
$$d^2 - 2\frac{Mg\sin\theta}{k} d - \frac{Mv_B^2}{k} = 0$$

$$d = \frac{Mg\sin\theta}{k} \underset{(-)}{+} \sqrt{\left(\frac{Mg\sin\theta}{k}\right)^2 + \frac{Mv_B^2}{k}} = 0{,}68 \text{ m}$$

contributo dominante

contributo piccolo (circa 5 cm) — contributo numericamente trascurabile

NB: le 2 soluzioni dell'eq. di 2° grado in d corrispondono alle 2 posizioni estreme dell'oscillazione periodica che si instaura se il blocco rimane agganciato alla molla; $\frac{Mg\sin\theta}{k}$ corrisponde alla posizione centrale di equilibrio statico.



c) forza risultante in C :

$$\vec F = M\vec g + \vec F_N + \vec F_{el} = (Mg\sin\theta - kd)\,\hat\imath + 0\cdot\hat\jmath$$

gravità — contatto — elastica (molla)

$$|\vec F| = F = |Mg\sin\theta - kd|$$