$10 + 10 + 10 = 30/30$

Università di Trieste, A.A. 2013/2014 - Lauree Triennali in Ingegneria

Fisica Generale 1, Prova Scritta – Secondo Appello Sessione Invernale - 26.01.2015

Cognome ....COGNOME.............................. **Nome** ....NOME....................... **cfu** ...9.....

Istruzioni:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: ***la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in risposte precedenti, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate****.*

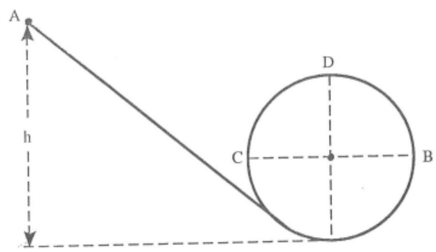


Fig. 1

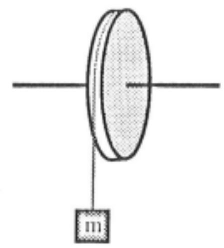


Fig. 2

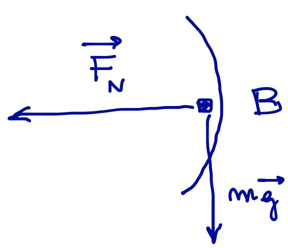
1. Un oggetto di massa $m = 26 \cdot 10^{-3}$ kg parte dal punto A ad altezza h, con velocità iniziale nulla (Fig.1) e scivola lungo una guida raccordata tangenzialmente con una guida circolare, posta in un piano verticale e di raggio R = 12 cm (Fig.1). Supponendo che l'attrito sulle guide sia trascurabile, e che sia nota l'altezza $h = 3\,R$:

a. Determinare i moduli v_B e v_D delle velocità dell'oggetto, quando passa rispettivamente nei punti B e D indicati in Fig.1.

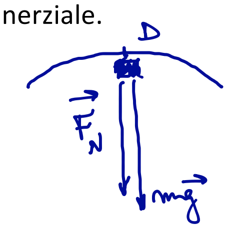
3 $\quad v_B = 2\sqrt{gR} = 2{,}2\ m/s \qquad v_D = \sqrt{2gR} = 1{,}5\ m/s$

b. Disegnare i diagrammi delle forze reali applicate all'oggetto nei punti B e D, secondo un osservatore inerziale.

3



$m\vec{g}$: forza di gravità
$\vec{F}_N$: forza normale di contatto



c. Calcolare i moduli F^{tot}_B, F^{tot}_D ed F^{tot}_C della forza totale agente sul corpo, rispettivamente nei punti B, D e C, sempre secondo un osservatore inerziale.

4 $\quad F^{tot}_B = F^{tot}_C = mg\sqrt{17} = 1{,}05\,N \; ; \; F^{tot}_D = 2mg = 0{,}51\ N$

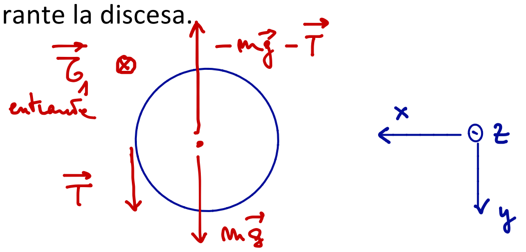
2. Un disco rigido, sostenuto in modo da poter ruotare attorno al suo asse orizzontale, ha massa m = 2.0 kg e raggio r = 25 cm. Sul bordo del disco è avvolta una fune ideale che sostiene un blocchetto di ugual massa m (Fig.2). Si supponga che la fune non slitti rispetto al disco. Sul disco agisce un momento assiale esterno τ_1 frenante, costante, dovuto all'attrito dell'asse rispetto ai suoi sostegni. Il sistema viene lasciato libero di muoversi, con velocità iniziale nulla, all'istante iniziale t_i = 0.00 s.

a. Si osserva che il blocchetto, all'istante t_f = 0.79 s, ha percorso in verticale la distanza h = 1.76 m, rispetto alla posizione iniziale: calcolare l'accelerazione del blocchetto nell'intervallo di tempo $\Delta t = t_f - t_i$.

3 $$a = \frac{2h}{(\Delta t)^2} = 5,64\ m/s^2$$

b. Disegnare i diagrammi di corpo libero (cioè delle forze o momenti applicati) del disco in rotazione e del blocchetto durante la discesa.

3



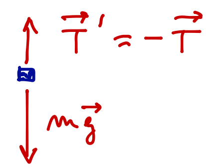
$m\vec g$ forza peso

$|\vec T| = |\vec T'| = T$

Tensione della fune

$\vec\tau_1$ momento (assiale) d'attrito

ha solo componente // asse z



c. Calcolare il modulo del momento assiale costante frenante τ_1 che agisce sul disco, e la tensione T della fune.

4 $$T = m(g-a) = 8,34\ N \simeq 8,3\ N \qquad |\tau_1| = \left(T - \frac{1}{2}ma\right)R = m\left(g - \frac{3}{2}a\right)R = 0,675\ N\cdot m$$

3. Un quantitativo pari a n = 4.0 mol di gas ideale monoatomico è contenuto alla temperatura T_1 = 520 K nel volume V_1 di un cilindro a pareti adiabatiche (termicamente isolanti), chiuso da un pistone mobile, anch'esso termicamente isolante. Il pistone viene spostato lentamente, in modo che il gas sia sottoposto ad un'espansione adiabatica reversibile, occupando alla fine il volume $V_1' = 4\ V_1$.

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$$

a. Calcolare la temperatura T_1' del gas alla fine dell'espansione adiabatica.

4 $$T_1' = T_1\left(\frac{V_1}{V_1'}\right)^{\gamma-1} = 206\ K$$

$$C_v = \frac{3}{2}R\ ,\ C_p = \frac{5}{2}R$$

b. Calcolare la variazione di energia interna ΔU del gas nell'espansione adiabatica.

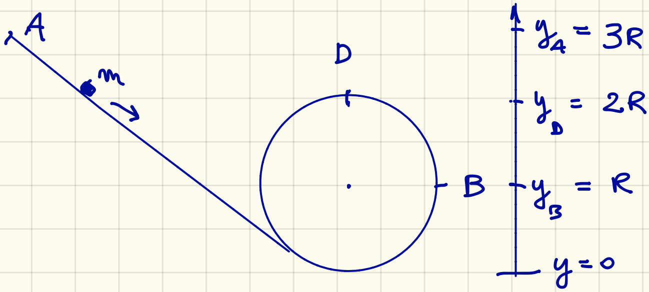
3 $$\Delta U = nC_v(T_1' - T_1) = -15,6\ kJ < 0$$

c. Il cilindro è collegato tramite un rubinetto, inizialmente chiuso, ad un secondo cilindro, di volume $V_2 = V_1'$, inizialmente vuoto. Se alla fine della prima espansione adiabatica si apre il rubinetto, il gas fluisce anche nel secondo volume. Determinare la variazione di entropia ΔS e di energia interna ΔU del gas in questa seconda trasformazione (espansione libera).

3 $$\Delta U = 0\ ,\ \Delta S = nR\ln 2 = +23\ J/K$$

PROBLEMA 1 - Soluzione

a) in assenza di attrito, l'energia meccanica dell'oggetto si conserva: $E_A = E_B = E_D$



$m =$

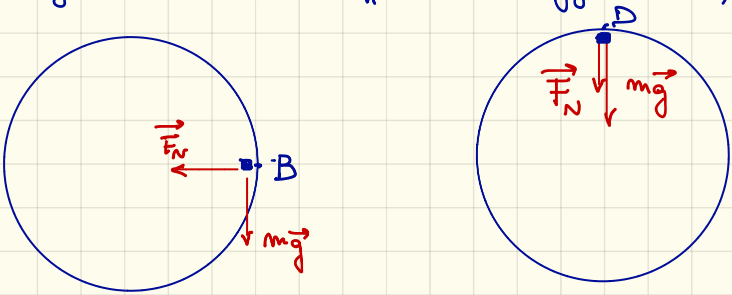
$R = 12\ cm = 0{,}12\ m$

$$\cancel{m}g\underset{3R}{y_A} + \cancel{\frac{1}{2}m\underset{0}{v_A^2}} = \cancel{m}g\underset{R}{y_B} + \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 = \cancel{m}g\underset{2R}{y_D} + \frac{1}{2}\cancel{m}v_D^2$$

$$v_B = \sqrt{2g\underbrace{(y_A - y_B)}_{2R}} = 2\sqrt{gR} = 2{,}17\ m/s \cong 2{,}2\ m/s$$

$$v_D = \sqrt{2g(y_A - y_D)} = \sqrt{2gR} = 1{,}53\ m/s \cong 1{,}5\ m/s$$

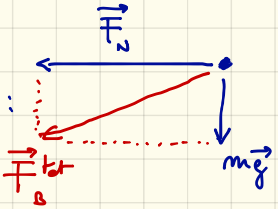
b) diagrammi delle forze applicate all'oggetto in B, D:

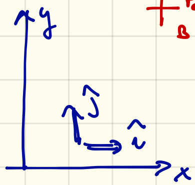


$m\vec{g}$: forza di gravità ; $\vec{F}_N$: forza normale di contatto

c) modulo della forza totale:

in B:





$$\vec F_B^{tot} = \vec F_N + m\vec g =$$

II principio

$$= m\vec a =$$

cinematica acceleraz. centripeta e tangenzia

$$= m\vec a_c + m\vec a_t =$$

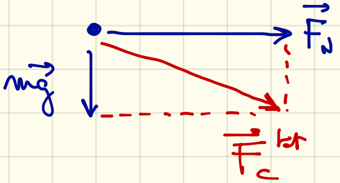
$$= -m\frac{v_B^2}{R}\hat i - mg\hat j$$

$$\rightarrow F_B^{tot} = \left|\vec F_B^{tot}\right| = m\sqrt{\left(\frac{v_B^2}{R}\right)^2 + g^2} \qquad v_B^2 = 4gR$$

$$= m\sqrt{(4g)^2 + g^2} =$$

$$= mg\sqrt{17} = 1{,}05 \text{ N}$$

NB in questo caso la forza risultante $\vec F_B^{tot}$ è diretta verso l'interno della circonferenza e verso il basso; come la corrispondente accelerazione, ha una componente orizzontale, centripeta, che determina il moto circolare, ed una componente tangenziale, diretta verticalmente verso il basso: il moto è circolare ma non uniforme; la velocità scalare sta cambiando.



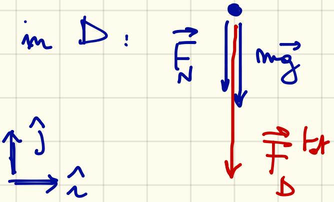
in C:

per la conservazione dell'energia mecc.

$v_C = v_B$

$\Rightarrow$ si trova facilmente $F_C^{tot} = F_B^{tot}$

in D:



le due forze reali $\begin{cases} m\vec{g} : \text{gravità} \\ \vec{F}_N : \text{forza normale di contatto} \end{cases}$

sono allineate sulla verticale ed hanno lo stesso verso

La loro risultante $\vec{F}_D^{tot}$ in questo caso è diretta verso il centro della traiettoria circolare e costituisce la cosiddetta forza centripeta. L'accelerazione coincide con la componente centripeta; la componente tangenziale dell'accelerazione è nulla, infatti in questo punto la velocità scalare ha un minimo.

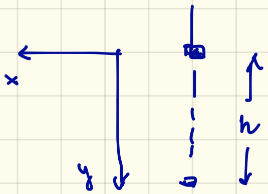
$$\vec{F}_D^{tot} = m\vec{g} + \vec{F}_N = m\vec{a} = m\vec{a}_c = -m\frac{v_D^2}{R}\hat{j}$$

$$\Rightarrow F_D^{tot} = |\vec{F}_D^{tot}| = m\frac{v_D^2}{R} = m\frac{2g\cancel{R}}{\cancel{R}} = 2mg =$$

$$= 0{,}51\ N$$

PROBLEMA 2 - Soluzione

a)



$$\left.\begin{aligned} t_i &= 0.00\ s \\ t_f &= 0.79\ s \end{aligned}\right\} \Delta t = t_f - t_i = 0{,}79\ s$$

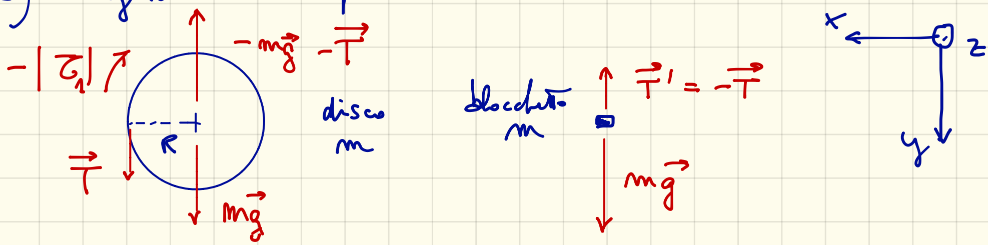
$$h = 1.76\ m$$

moto uniformemente accelerato lungo y

$$\Delta y = y_f - y_i = h = \frac{1}{2} a \cdot (\Delta t)^2$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{2h}{(\Delta t)^2} = \frac{3{,}52}{(0{,}79)^2} = 5{,}64\ m/s^2$$

b) diagrammi di corpo libero



$m\vec{g}$: gravità ; $|\vec{T}| = |\vec{T}'| = T$ Tensione della fune

τ_1 : momento assiale d'attrito $= -|\tau_1| < 0$
(negativo con la scelta fatta per gli assi x, y, z)

c) per determinare $|\tau_1|$ e T scrivo le equazioni del moto per disco e blocchetto

disco : $$TR - |\tau_1| = \overset{\frac{1}{2}mR^2}{I_z}\,\alpha_z \quad (1), \text{ con } \overset{\text{accel. angolare}}{\alpha_z} = \frac{a}{R} \quad (2)$$

blocchetto : $mg - T = ma$ (3) , con a già calcolata

risolvo il sistema (1),(2),(3) per determinare $|\tau_1|$ e T

dalla (3) : $T = m(g-a) = 2{,}0 \times (9{,}81 - 5{,}64) =$

$= 8{,}34\ N$

da (1),(2) : $T \cdot R - |\tau_1| = \frac{1}{2} m R^{\cancel{2}} \cdot \frac{a}{\cancel{R}}$

$$\Longrightarrow |\tau_1| = \left(T - \frac{1}{2} ma\right) \cdot R =$$

$$= \left(mg - ma - \frac{1}{2} ma\right) \cdot R =$$

$$= m\left(g - \frac{3}{2} a\right) \cdot R =$$

$$= 2{,}0 \times \left(9{,}81 - \frac{3}{2}\, 5{,}64\right) \times 0{,}25 =$$

$$= 0{,}675\ N \cdot m$$

PROBLEMA 3 - Soluzione

$n = 4{,}0$ mol

gas ideale monoatomico

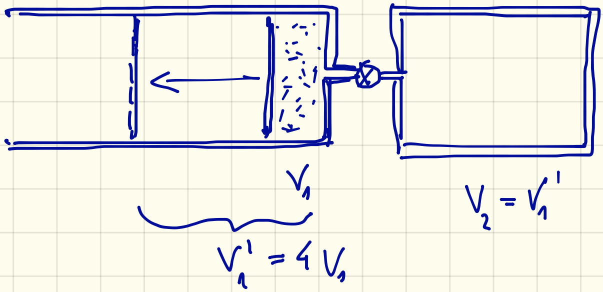
$C_v = \frac{3}{2} R$

$C_p = \frac{5}{2} R$

$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$

$R = 8{,}31 \ J/K \cdot mol$

$T_1 = 540 \ K$



a) espansione adiabatica reversibile

$$T_1 V_1^{\gamma - 1} = T_1' V_1'^{\gamma - 1}$$

$$T_1' = T_1 \left(\frac{V_1}{V_1'} \right)^{\gamma - 1} = T_1 \cdot \left(\frac{1}{4} \right)^{2/3} = 206 \ K$$

b) variazione di energia interna: per un gas ideale dipende solo dalla temperatura.

$$\Delta U = n C_v (T_1' - T_1) = n \frac{3}{2} R (T_1' - T_1) = -15.6 \ kJ$$

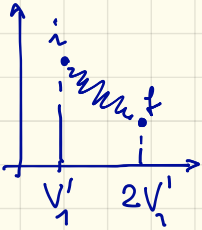
lavoro nullo, nessuno scambio di calore

c) espansione libera contro il vuoto, raddoppio di volume

$\Delta U = Q = W = 0 \ J$ gas ideale; la temperatura non cambia

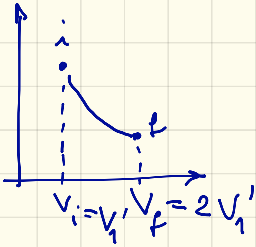
$$\Delta S = n R \ln \frac{2 \cancel{V_1'}}{\cancel{V_1'}} = 4.0 \times 8.31 \times 0{,}69 = + 23 \ \frac{J}{K} > 0$$

trasf. irreversibile: il calcolo va fatto su trasf. rev. p.es. isoterma reversibile



$T_i = T_f = T_1'$

$\Longrightarrow$ il calcolo si può fare ad esempio su una isoterma rev.



$T_i = T_f = T_1'$

$$\Delta U = Q - W = 0 \Longrightarrow Q = W = \int_{V_i}^{V_f} p\,dV = nRT_1' \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V}$$

$$p = \frac{nRT}{V}$$

$$\Longrightarrow \Delta S = \frac{Q}{T_1'} = \frac{1}{\cancel{T_1'}}\, nR\, \cancel{T_1'} \ln \frac{V_f}{V_i}$$

$$= nR \ln 2$$

$V_f = 2V_i$

Allo stesso risultato si giunge usando qualsiasi altra trasformazione reversibile tra i ed f.