Università di Trieste, A.A. 2014/2015 - Lauree Triennali in Ingegneria

Fisica Generale 1, Prova Scritta Intermedia - B - 14.04.2015

Cognome ....COGNOME.... **Nome** ....NOME....

Domanda Teorica

Enunciare nel modo più completo possibile il terzo principio della dinamica di Newton.

Se un corpo A esercita una forza $\vec{F}_{AB}$ su un corpo B, allora il corpo B esercita sul corpo A una forza $\vec{F}_{BA}$ uguale in modulo e direzione, ma opposta in verso. Le due forze $\vec{F}_{AB}$ e $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$ sono applicate a corpi diversi.

Istruzioni per gli esercizi:
*Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: **la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate**.*

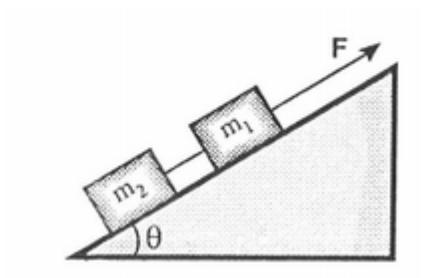


Fig. 1

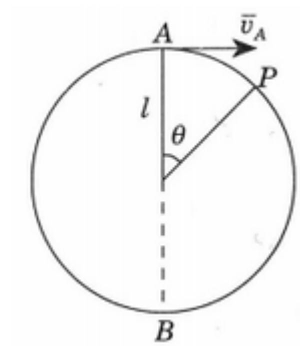


Fig. 2

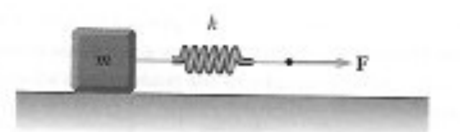
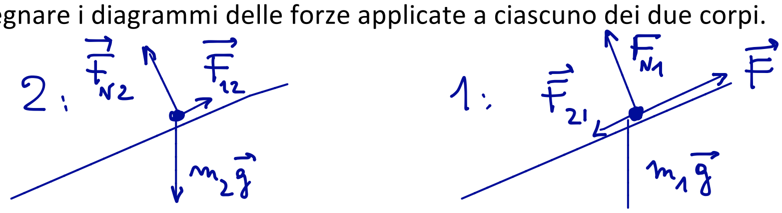


Fig. 3

1. Due corpi 1 e 2, rispettivamente di massa m_1 = 1,5 kg e m_2 = 2,5 kg, sono collegati da una fune inestensibile e di massa trascurabile, e sono disposti come in Figura 1, su un piano liscio (con attrito trascurabile), inclinato di un angolo θ = 25°. Al corpo 1 è applicata una forza costante di modulo F, diretta parallelamente al piano inclinato, verso l'alto.

a. Disegnare i diagrammi delle forze applicate a ciascuno dei due corpi.



Sapendo che la fune ideale tra i due corpi sopporta una tensione massima T_{max} = 20 N:

b. Calcolare il massimo modulo F_{max} della forza che si può applicare al corpo 1, senza che la fune si spezzi per sovraccarico.

$$F_{max} = T_{max}\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) = 30\ \text{N}$$

c. Calcolare l'accelerazione massima a_{max}. dei due corpi, corrispondente alla situazione limite sopra descritta ($F = F_{max}$).

$$a_{max} = \frac{T_{max}}{m_2} - g \sin\vartheta = 3{,}85\ m/s^2$$

2. Un sasso di massa m = 0.30 kg è legato all'estremo di una fune inestensibile, di massa trascurabile, di lunghezza l = 60 cm e fissa all'altro estremo. Si pone il sasso in rotazione in un piano verticale imprimendogli una velocità iniziale orizzontale nel punto A (Fig. 2) pari a $v_A = 3.0\ m\ s^{-1}$. *Trascurando la resistenza dell'aria, calcolare:*

a. Il modulo v_B della velocità nel punto B.

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 4gl}$$

b. I valori minimo T_{min} e massimo T_{max} della tensione T della fune.

$$T_{min} = m\left(\frac{v_A^2}{l} - g\right) = 1{,}6\ N$$

$$T_{max} = m\left(\frac{v_B^2}{l} + g\right) = m\left(\frac{v_A^2}{l} + 5g\right) = 19{,}2\ N$$

c. Il valore massimo $v_{A,,max}$ ammissibile per la velocità iniziale in A, affinchè la fune non si rompa, se la tensione di rottura della fune è T_{max} = 40 N.

$$v_A = \sqrt{\left(\frac{T_{max}}{m} - 5g\right)l} = 7{,}1\ m/s$$

3. Ad un corpo di massa m = 3.0 kg, posto su un piano orizzontale, è collegata una molla di costante elastica k = 500 N/m, all'estremo della quale agisce parallelamente al piano una forza F = 20 N, come indicato in Figura 3.

a. Supponendo che, a causa dell'attrito statico con il piano orizzontale, il corpo sia in quiete, calcolare l'allungamento Δx della molla e il valore minimo del coefficiente di attrito statico μ_s , affinché il corpo rimanga in quiete.

$$\Delta x = \frac{F}{k} = 0{,}040\ m \simeq 0{,}04\ m \qquad \mu_s \geqslant \frac{F}{mg} \simeq 0{,}68$$

b. Se invece, con la stessa forza F applicata, il corpo fosse già in movimento, calcolare il modulo a della sua accelerazione, sapendo che il coefficiente di attrito dinamico con il piano orizzontale è μ_k = 0.40.

$$a = \frac{F}{m} - \mu_k g = 2{,}7\ m/s^2$$

Università di Trieste, A.A. 2014/2015 - Lauree Triennali in Ingegneria

Fisica Generale 1, Prova Scritta Intermedia - A - 14.04.2015

Cognome ......COGNOME...... **Nome** ......NOME......

Domanda Teorica

Definizione di forza conservativa. Definizione generale dell' energia potenziale, valida per qualsiasi forza conservativa.

Una forza si dice conservativa se il suo lavoro su un qualsiasi percorso chiuso è nullo.
La differenza di energia potenziale tra due posizioni i ed f, per una forza conservativa, è definita come l'opposto del lavoro della forza su un qualsiasi percorso dalla posizione iniziale i alla posizione finale f: $\Delta U = U(\vec{r}_f) - U(\vec{r}_i) \stackrel{def.}{=} -\int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r} = -W_{if}$

Istruzioni per gli esercizi:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: ***la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate***.

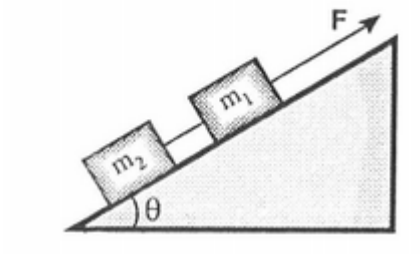


Fig. 1

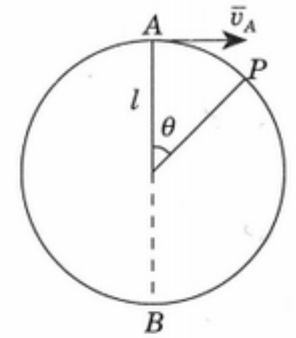


Fig. 2

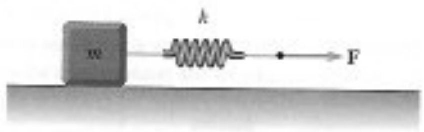


Fig. 3

1. Due corpi 1 e 2, rispettivamente di massa m_1 = 3,5 kg nota e m_2 = 1,5 kg, sono collegati da una fune inestensibile e di massa trascurabile, e sono disposti come in Figura 1, su un piano liscio (con attrito trascurabile), inclinato di un angolo θ = 30°. Al corpo 1 è applicata una forza costante di modulo *F*, diretta parallelamente al piano inclinato, verso l'alto.

a. Disegnare i diagrammi delle forze applicate a ciascuno dei due corpi.

Sapendo che la fune ideale tra i due corpi sopporta una tensione massima T_{max} = 30 N:

b. Calcolare il massimo modulo F_{max} della forza che si può applicare al corpo 1, senza che la fune si spezzi per sovraccarico.

$$F_{max} = T_{max}\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) = 100 \text{ N}$$

c. Calcolare l'accelerazione massima a_{max} dei due corpi, corrispondente alla situazione sopra descritta ($F = F_{max}$).

$$a_{max} = \frac{T_{max}}{m_2} - g \sin\vartheta = 15{,}1 \ m/s^2 \cong 15 \ m/s$$

2. Un sasso di massa m = 0.20 kg è legato all'estremo di una fune inestensibile, di massa trascurabile, di lunghezza l = 80 cm e fissa all'altro estremo. Si pone il sasso in rotazione in un piano verticale imprimendogli una velocità iniziale orizzontale nel punto A (Fig. 2) pari a v_A = 4.0 m s^{-1}. *Trascurando la resistenza dell'aria, calcolare:*

a. Il modulo v_B della velocità nel punto B.

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 4gl} = 6{,}9 \ m/s$$

b. I valori minimo T_{min} e massimo T_{max} della tensione T della fune.

$$T_{min} = m\left(\frac{v_A^2}{l} - g\right) = 2{,}04 \ N \cong 2{,}0 \ N$$

$$T_{max} = m\left(\frac{v_B^2}{l} + g\right) = m\left(\frac{v_A^2}{l} + 5g\right) = 13{,}8 \ N$$

c. Il valore massimo $v_{A,,max}$ ammissibile per la velocità iniziale in A, affinchè la fune non si rompa, se la tensione di rottura della fune è T_{max} = 32 N.

$$v_{A,max} = \sqrt{\left(\frac{T_{max}}{m} - 5g\right) \cdot l} = 9{,}4 \ m/s$$

3. Ad un corpo di massa m = 3.0 kg, posto su un piano orizzontale, è collegata una molla di costante elastica k = 640 N/m, all'estremo della quale agisce parallelamente al piano una forza F = 16 N, come indicato in Figura 3.

a. Supponendo che, a causa dell'attrito statico con il piano orizzontale, il corpo sia in quiete, calcolare l'allungamento Δx della molla e il valore minimo del coefficiente di attrito statico μ_s , affinché il corpo rimanga in quiete.

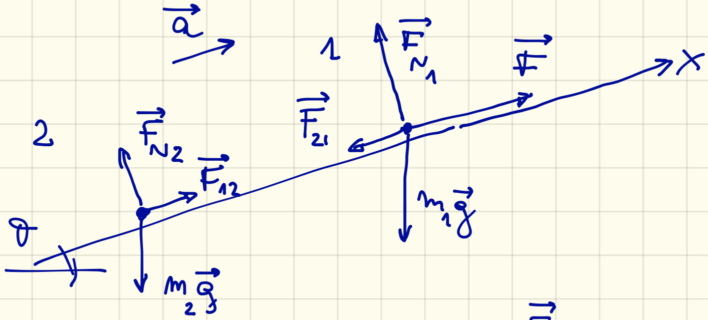
$$\Delta x = \frac{F}{k} = 0{,}025 \ m = 2{,}5 \ cm \qquad \mu_s \geq \frac{F}{mg} = 0{,}54$$

b. Se invece, con la stessa forza F applicata, il corpo fosse già in movimento, calcolare il modulo a della sua accelerazione, sapendo che il coefficiente di attrito dinamico con il piano orizzontale è μ_k = 0.50.

$$a = \frac{F}{m} - \mu_k g = 0{,}40 \ m/s^2$$

PROBLEMA 1 - soluzione

a) diagrammi delle forze applicate ai due corpi



2: $m_2\vec g$ gravità'
$\vec F_{N_2}$ contatto, normale
$\vec F_{12}$ fune (1 su 2)

1: $\vec F$
$m_1\vec g$ gravità
$\vec F_{N1}$ contatto, normale
$\vec F_{21}$ fune (2 su 1)

tensione della fune: $T = |\vec F_{21}| = |\vec F_{12}|$ (III principio, fune ideale)

b) $F_{max} = ?$ (noto T_{max}, tensione di rottura della fune)

Equazioni del moto per i due corpi: (accelerazioni uguali $\vec a_{max}$)

$$\begin{cases} \vec F_{max} + m_1\vec g + \vec F_{N1} + \vec F_{21} = m_1 \vec a_{max} \\ m_2\vec g + \vec F_{N2} + \vec F_{12} = m_2 \vec a_{max} \end{cases}$$

caso limite, con carico di rottura $T_{max} = |\vec F_{12}| = |\vec F_{21}|$

proiezioni sull'asse x (lungo il piano inclinato)

$$\left.\begin{aligned} &(1)\quad F_{max} + (-m_1 g\sin\theta) + (-T_{max}) = m_1 a_{max} \\ &(2)\quad -m_2 g\sin\theta + T_{max} = m_2 a_{max} \end{aligned}\right\}$$

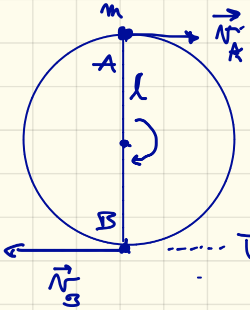
noti $m_1, m_2, \vartheta, T_{max}$
si risolve il sistema nelle due incognite F_{max} e a_{max}
ottenendo:

b) $F_{max} = T_{max}\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) = \ldots$

c) $a_{max} = \frac{T_{max}}{m_2} - g\sin\vartheta = \ldots$

valori numerici per sostituzione dei dati

PROBLEMA 2 - soluzione



$U_B = 0$ (arbitrario)

dati: ℓ, m, v_A

determinare
a) $v_B = ?$
b) $T_{min}, T_{max} = ?$
c) note T_{max} (rottura): $v_{A\,max} = ?$

a) conservazione dell'energia meccanica tra A e B in assenza di attriti:

$$K_A + U_A = K_B + \cancel{U_B}$$

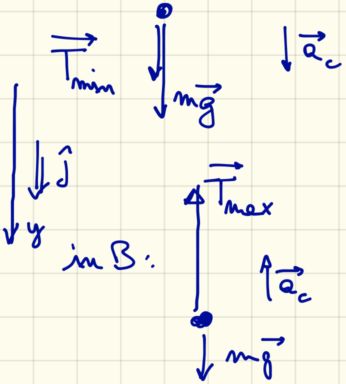
$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_A^2 + \cancel{m}g \cdot 2\ell = \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 + \cancel{0}$$

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 4g\ell} = \ldots$$

b) Tensione minima della fune: in A

diagramma delle forze applicate al sasso ed equazioni del moto:

in A:



vettori:

$$m\vec g + \vec T_{min} = m\vec a_c$$ ← accelerazione centripeta verso il basso in A

componenti verticali (asse y ↓) in A

$$mg + T_{min} = m\frac{v_A^2}{l}$$

$$\Longrightarrow T_{min} = m\left(\frac{v_A^2}{l} - g\right)$$ tensione minima

vettori:

$$m\vec g + \vec T_{max} = m\vec a_c$$ ← accel. centripeta verso l'alto in B

componenti: (↓ asse y)

$$mg + (-T_{max}) = m\left(-\frac{v_B^2}{l}\right)$$

$$\Longrightarrow T_{max} = m\left(\frac{v_B^2}{l} + g\right)$$

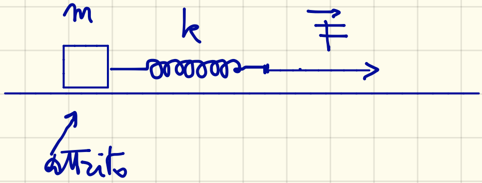
$$\left(v_B^2 = v_A^2 + 4gl \longrightarrow\right) \quad = m\left(\frac{v_A^2}{l} + 5g\right) = \dots$$

c) se è noto T_{max} di rottura, si trova la corrispondente $v_{A\,max}$

$$T_{max} = m\left(\frac{v_{A,max}^2}{l} + 5g\right) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow v_{A,max} = \sqrt{\left(\frac{T_{max}}{m} - 5g\right)l} = \dots$$

PROBLEMA 3 - SOLUZIONE



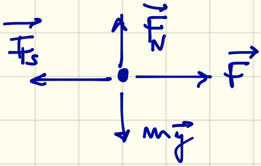
dati $\begin{cases} F = |\vec{F}| \\ k \quad \text{costante elastica della molla} \end{cases}$

a) blocco in quiete (attrito statico)

allungamento della molla = ?

$$\boxed{\Delta x = \frac{F}{k} = \ldots}$$

minimo coefficiente di attrito statico $\mu_s = ?$



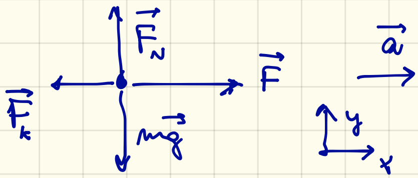
equilibrio statico: $\sum \vec{F} = 0$

$$F = F_s \leq \mu_s F_N = \mu_s mg$$

$F_s = F$, $F_N = mg$ (moduli)

$$\Rightarrow \boxed{\mu_s \geq \frac{F}{mg} = \ldots}$$

b) blocco in movimento



$$\vec{F} + \vec{F}_k + m\vec{g} + \vec{F}_N = m\vec{a}$$

proiezioni:

$$\begin{cases} x: & F + (-F_k) = ma \\ y: & -mg + F_N = 0 \end{cases}$$

attrito dinamico:

$$F_k = \mu_k F_N = \mu_k mg$$

$$\Rightarrow \boxed{a} = \frac{F - F_k}{m} = \boxed{\frac{F}{m} - \mu_k g}$$