

LEZIONE 3-4

richiami e complementi di macchine

Rotore adiabatico

$$L'_{12} = h_{t1} - h_{t2}$$

$$h_t = h + \frac{c^2}{2} + gz$$

$$L'_{12} = \begin{cases} u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} \\ \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \end{cases}$$

richiami e complementi di macchine

Quota parte cinetica

$$\frac{c_1^2 - c_2^2}{2}$$

Quota parte statica

$$\frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$

richiami e complementi di macchine

$$u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} = h_1 + \frac{c_1^2}{2} + gz_1 - h_2 - \frac{c_2^2}{2} - gz_2$$

$$h + \frac{c^2}{2} + gz - uc_u = \text{cost} = I \quad \text{Rotalpia}$$

Rotalpia o Entalpia totale del moto relativo

richiami e complementi di macchine

$$\frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = h_1 + \frac{c_1^2}{2} + gz_1 - h_2 - \frac{c_2^2}{2} - gz_2$$

$$h + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} + gz = \text{cost} = I$$

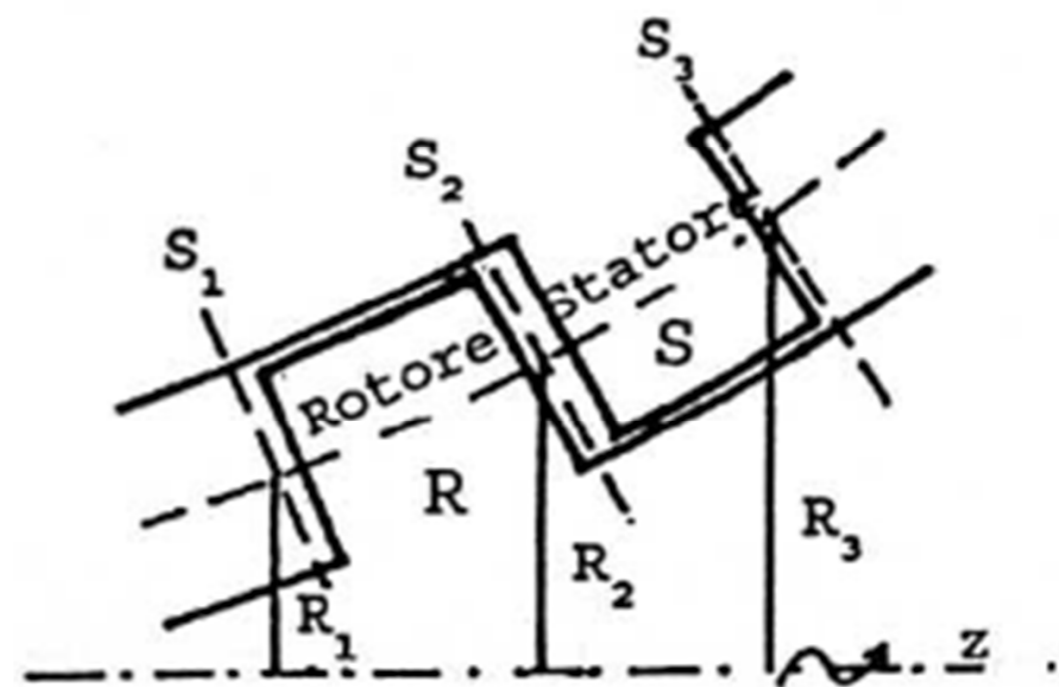
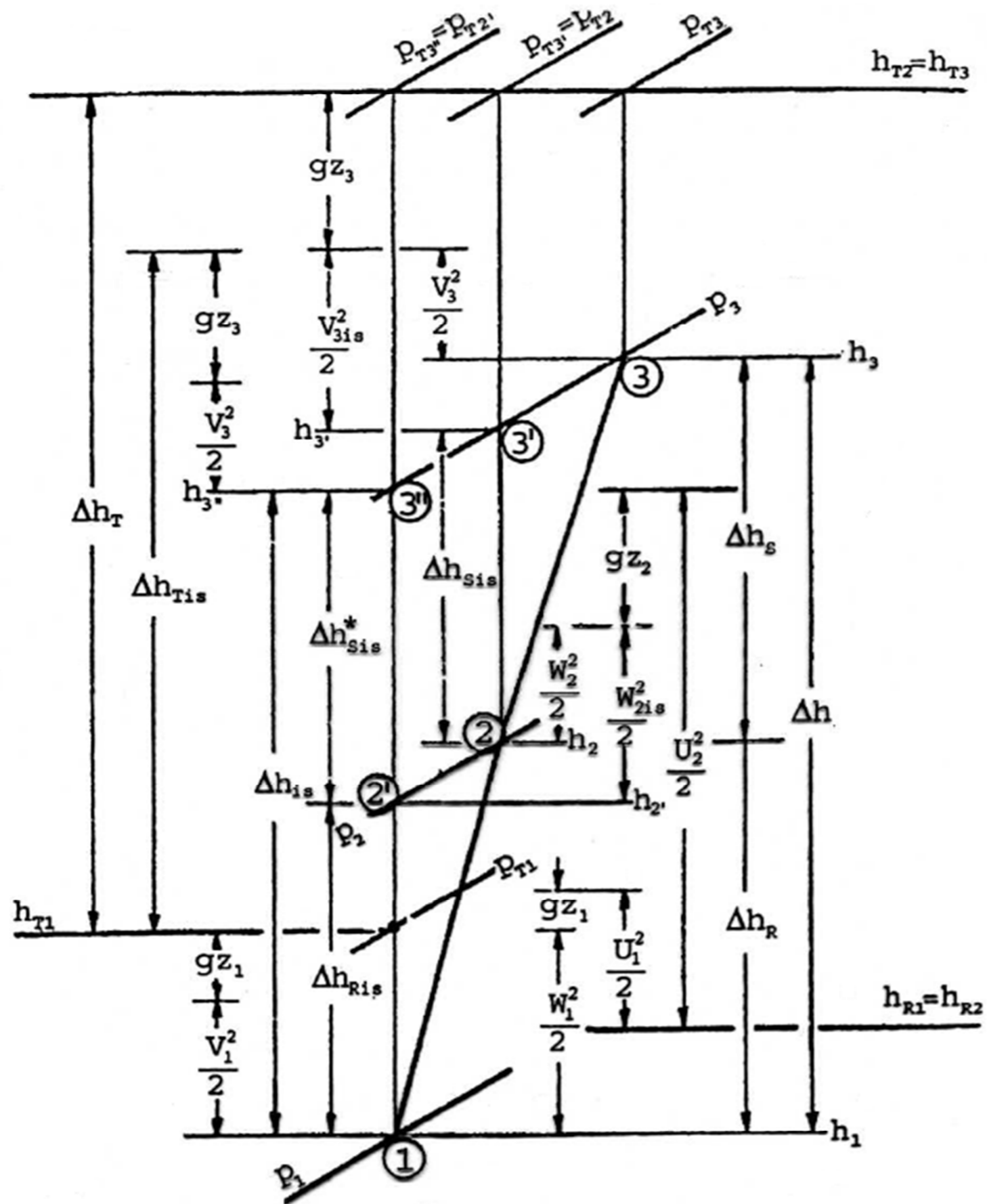
richiami e complementi di macchine

In un rotore adiabatico la
conservazione dell'energia implica:

$$I = \text{cost}$$

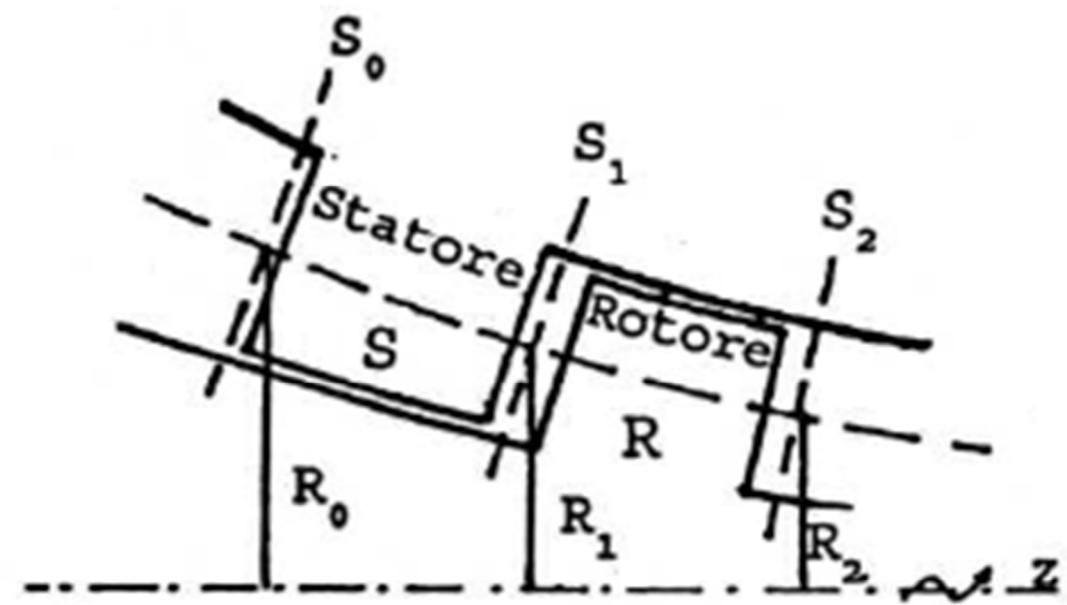
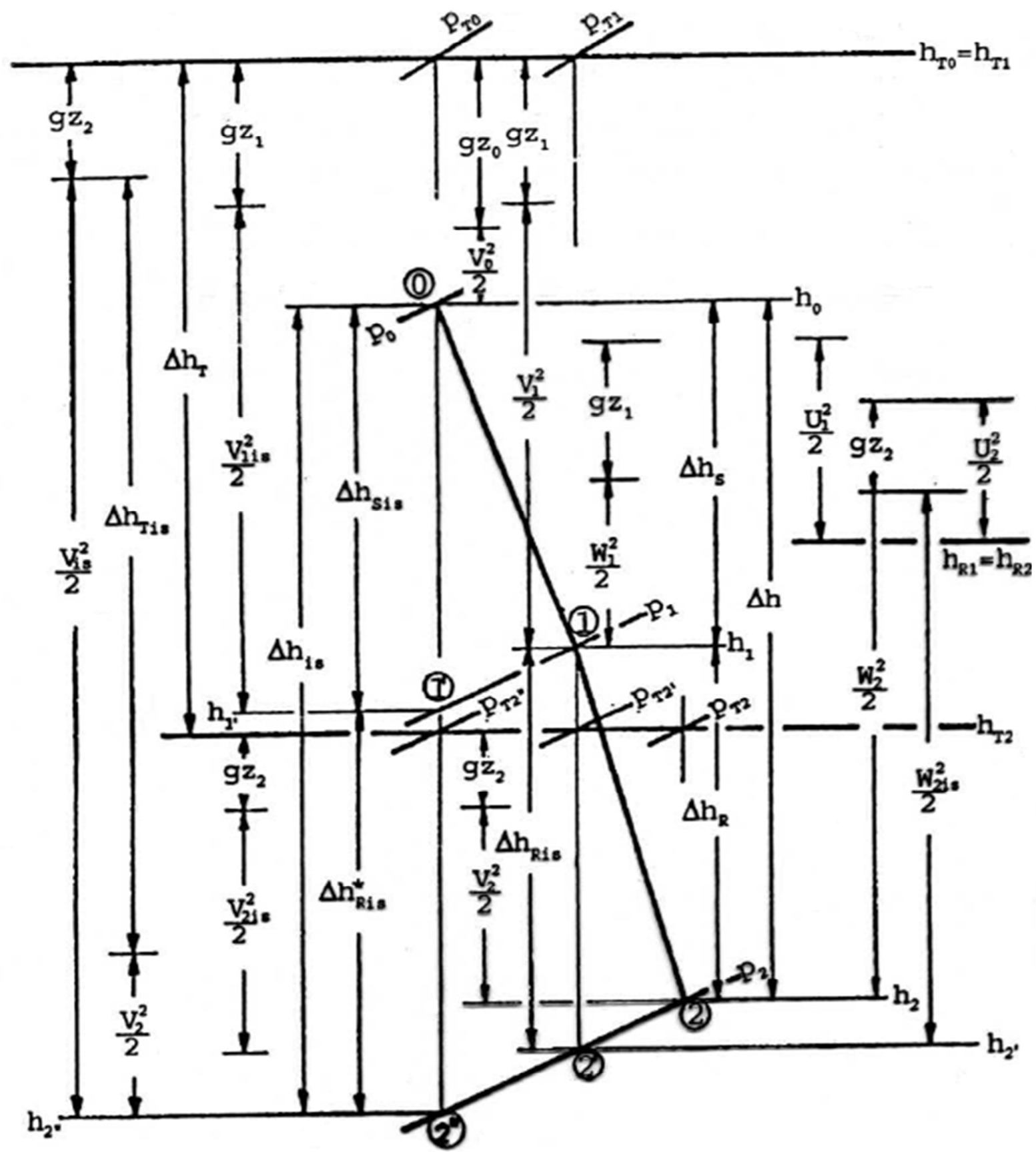
In uno statore adiabatico la
conservazione dell'energia implica:

$$h_t = \text{cost}$$



b) operatrice

Figura 4.11: Trasformazioni nel piano $h-s$ per uno stado di macchina



a) motrice

Figura 4.10: Trasformazioni nel piano $h-s$ per uno stadio di turbina

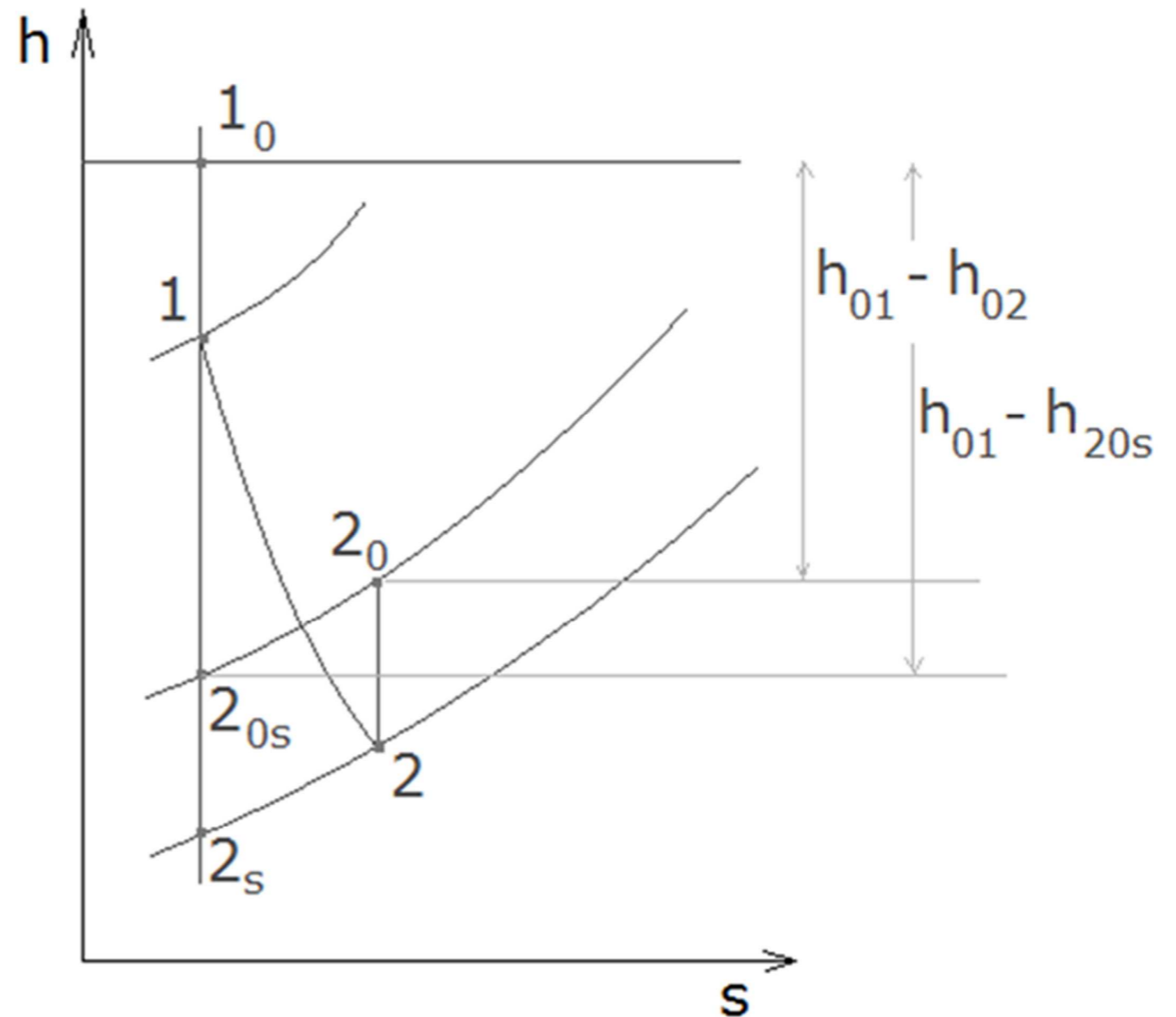
richiami e complementi di macchine

Turbine termiche

Facciamo riferimento al diagramma h-s

$$\eta_{is,tt} = \frac{h_{01} - h_{02}}{h_{01} - h_{20s}}$$

$$\eta_{is,ts} = \frac{h_{01} - h_{02}}{h_{01} - h_{2s}}$$



richiami e complementi di macchine

Turbine idrauliche

Nel caso delle turbine idrauliche non definiamo più il rendimento isoentropico ma il *rendimento idraulico*

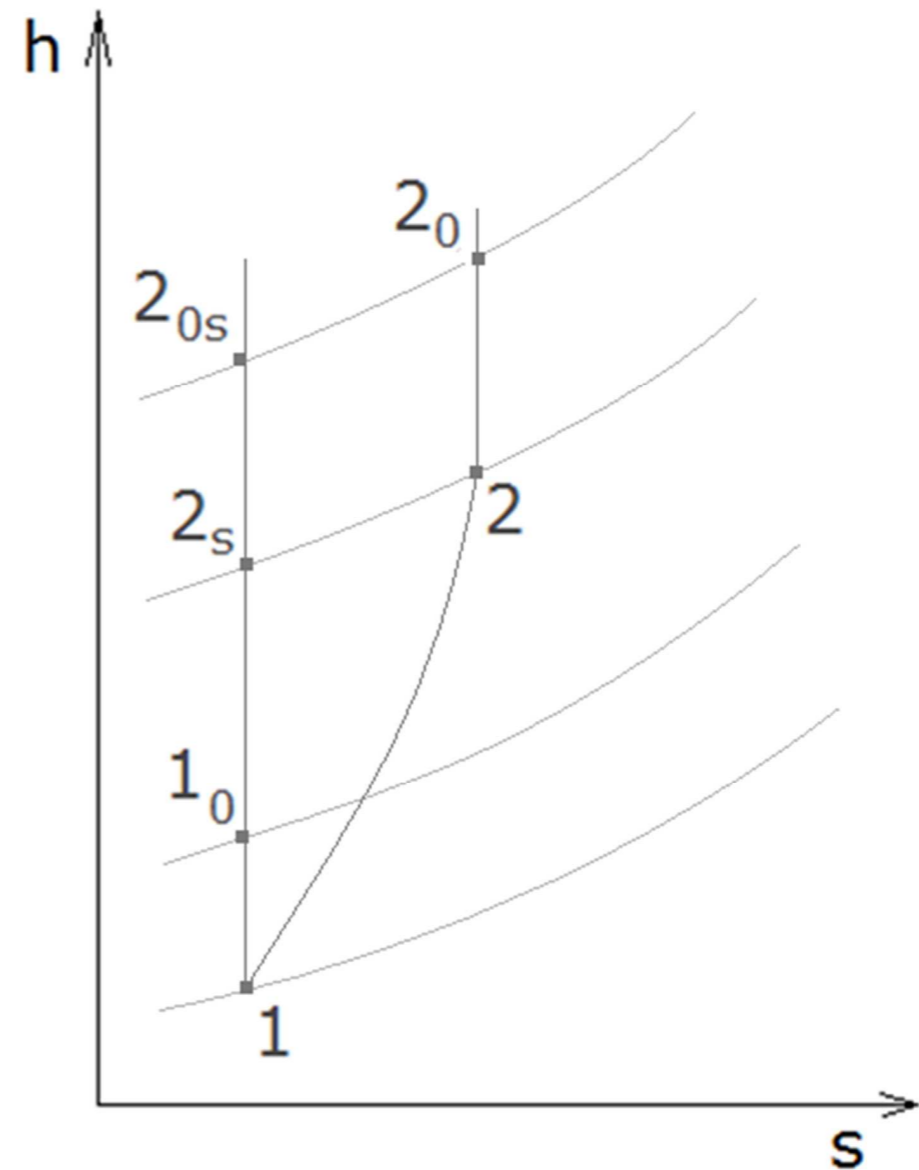
$$\eta_{id} = \frac{gH_{id}}{gH_t}$$

H_{id} è il salto idraulico effettivo che viene elaborato; H_t è il salto idraulico teorico.

richiami e complementi di macchine

Compressori

$$\eta_{is,tt} = \frac{h_{20s} - h_{10}}{h_{20} - h_{10}}$$



Turbomacchine a flusso assiale

Approccio *monodimensionale*:

- il flusso è rappresentato da un'unico “tubo di corrente” con condizioni di deflusso mediate
- utile in fase di pre-dimensionamento

Approccio *bidimensionale / quasi-tridimensionale*:

- il flusso è rappresentato da più “tubi di corrente” con condizioni di deflusso mediate nella singola regione di deflusso
- utile in fase di dimensionamento

Approccio *tridimensionale*:

- il flusso è rappresentato nelle tre dimensioni
- utile in fase di ottimizzazione della per tenere conto di flussi secondari

Turbomacchine a flusso assiale

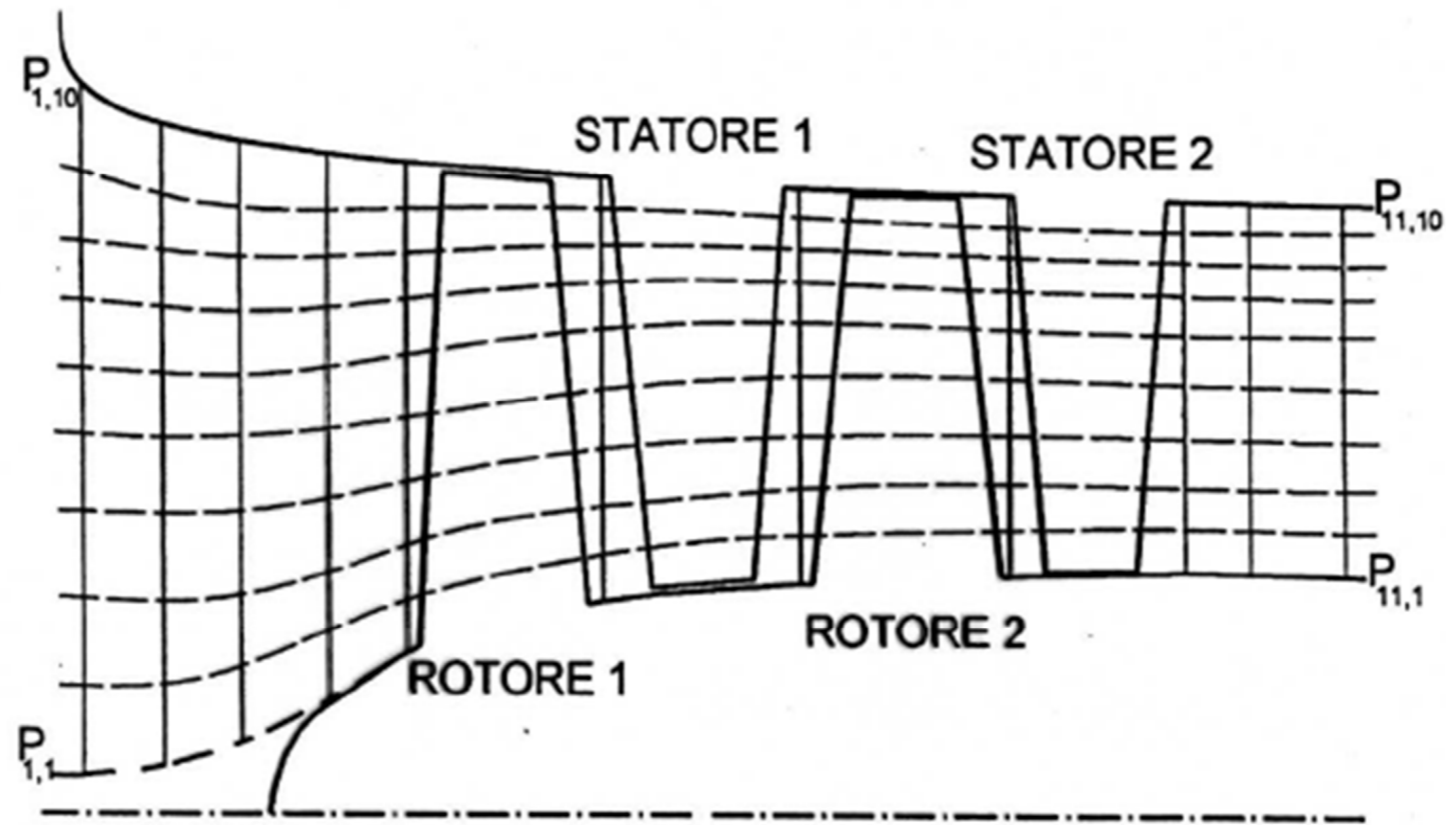
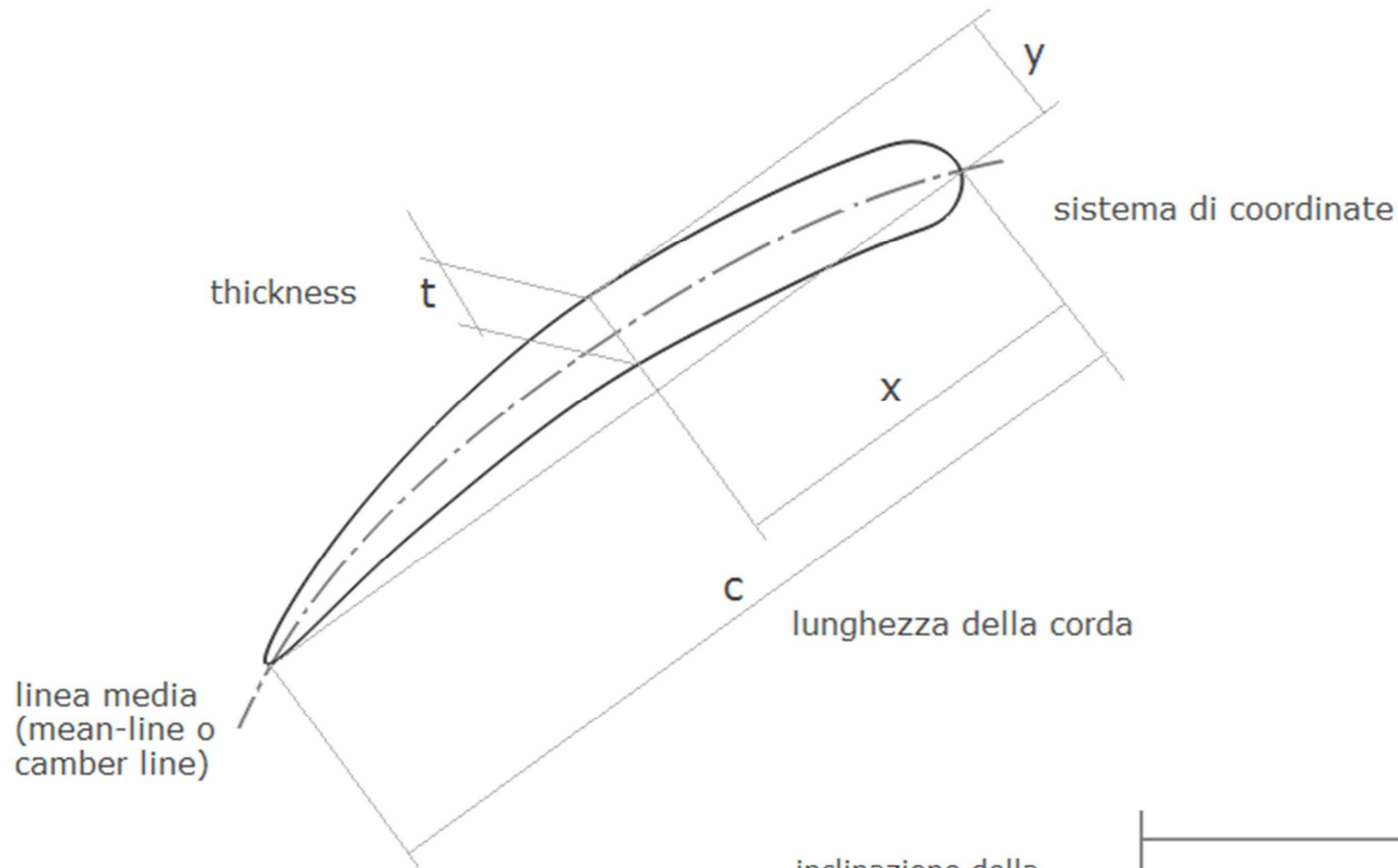


Figura 5.31: *Reticolo di calcolo quasi-3D per un compressore assiale bistadio*

Approccio *bidimensionale / quasi-tridimensionale*:

- studio delle schiere di pale
- studio dell'equilibrio radiale

Schiere di pale

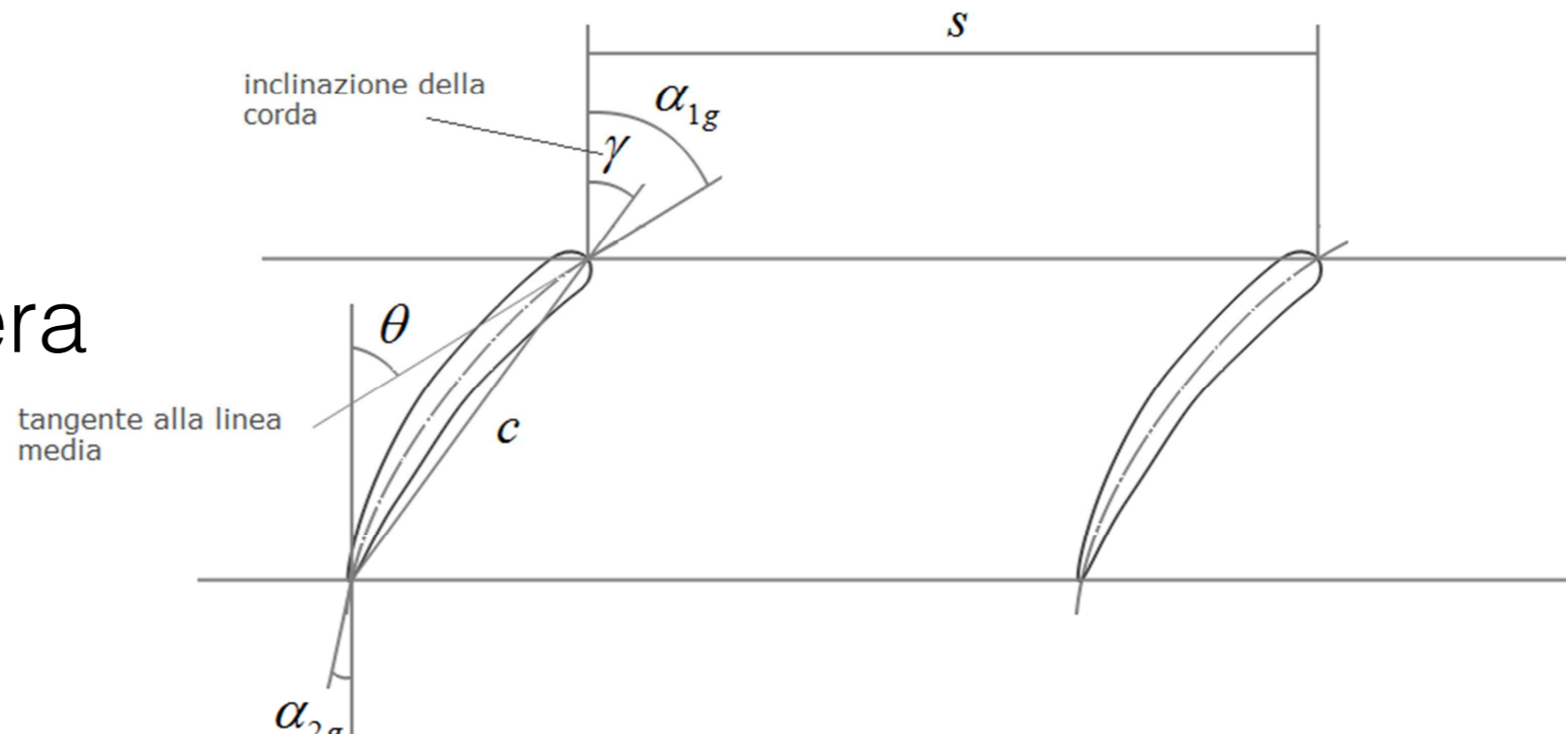


Profilo isolato

$$\frac{x}{c} \quad \frac{y}{c} \quad \frac{t}{c}$$

Profili in schiera

$$\sigma = \frac{c}{s}$$

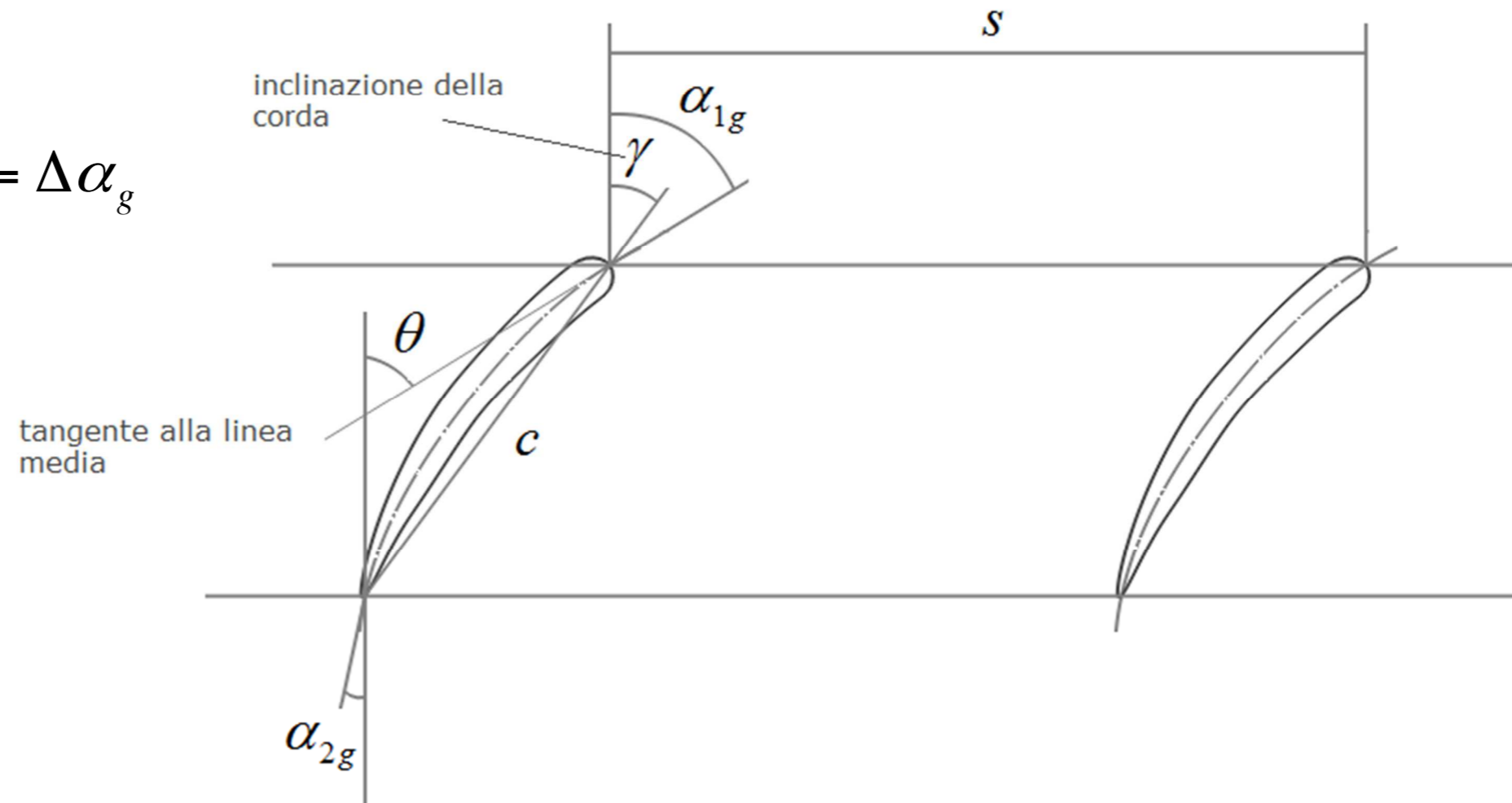


Schiere di pale

$$\sigma = \frac{c}{s} \text{ solidità della schiera}$$

- θ : deflessione geometrica del profilo ("angolo di camber")
- γ : angolo di calettamento del profilo della schiera (inclinazione della corda rispetto alla direzione ortogonale)
- α_{1g} e α_{2g} : inclinazioni delle tangenti alla linea media rispetto la direzione ortogonale

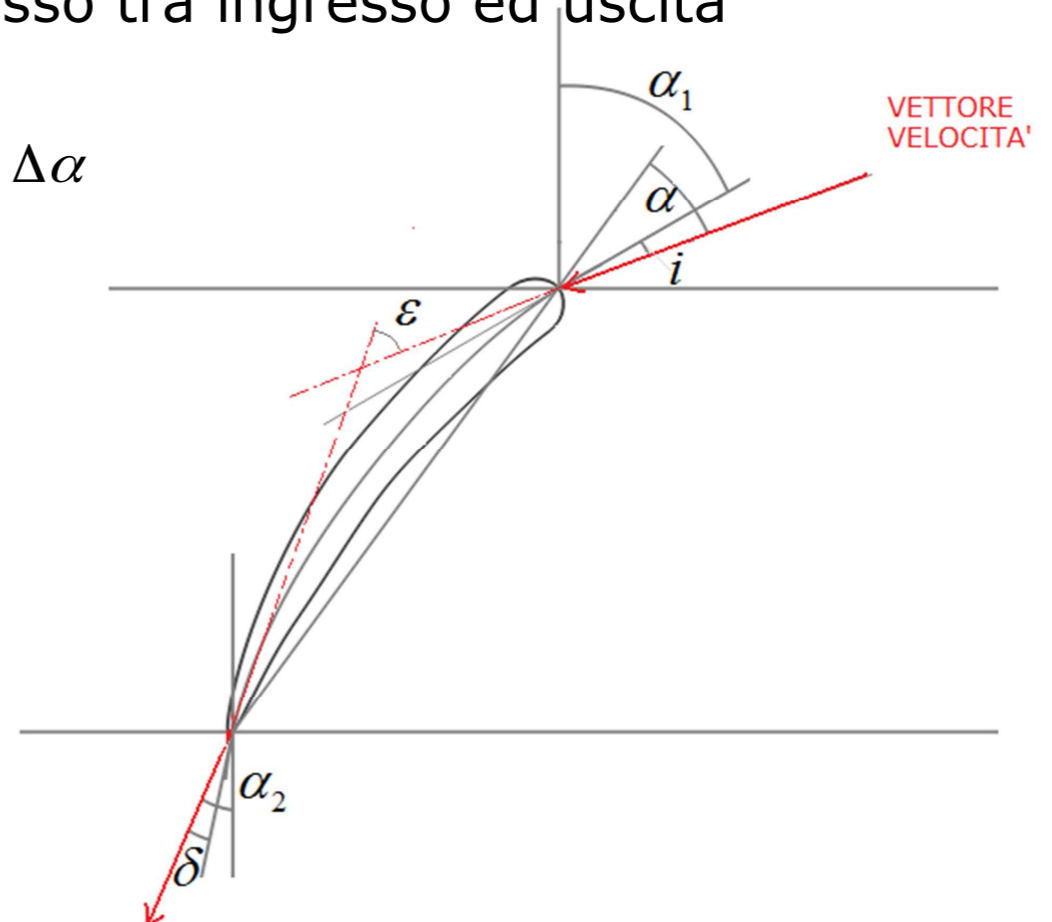
$$\theta = \alpha_{1g} - \alpha_{2g} = \Delta\alpha_g$$



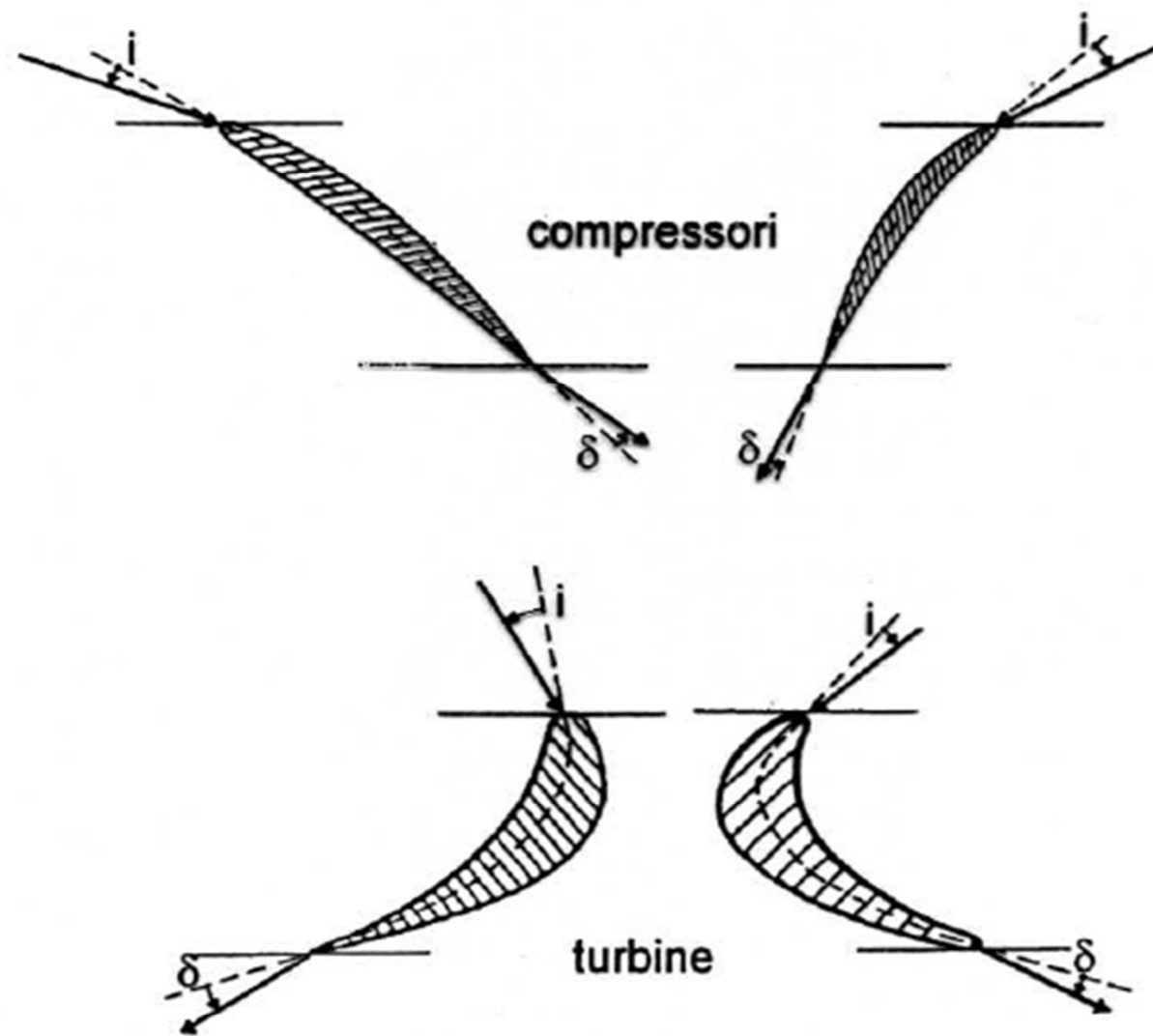
Schiere di pale

- α_1 : inclinazione del vettore velocità rispetto la direzione di riferimento ortogonale alla schiera
- α : inclinazione del vettore velocità con riferimento alla corda (angolo di attacco del flusso rispetto la schiera)
- i : inclinazione del vettore velocità rispetto la tangente alla linea media (angolo di incidenza)
- δ : angolo di deviazione o deviazione (angolo di deviazione del flusso in uscita rispetto la tangente alla linea media)
- ε : entità della deflessione subita dal flusso tra ingresso ed uscita

$$\varepsilon = \alpha_1 - \alpha_2 = \Delta\alpha$$



Schiere di pale



$$\varepsilon = \theta + i - \delta$$

Figura 5.8: *Incidenza e deviazione positive per diverse pale di turbomacchina*

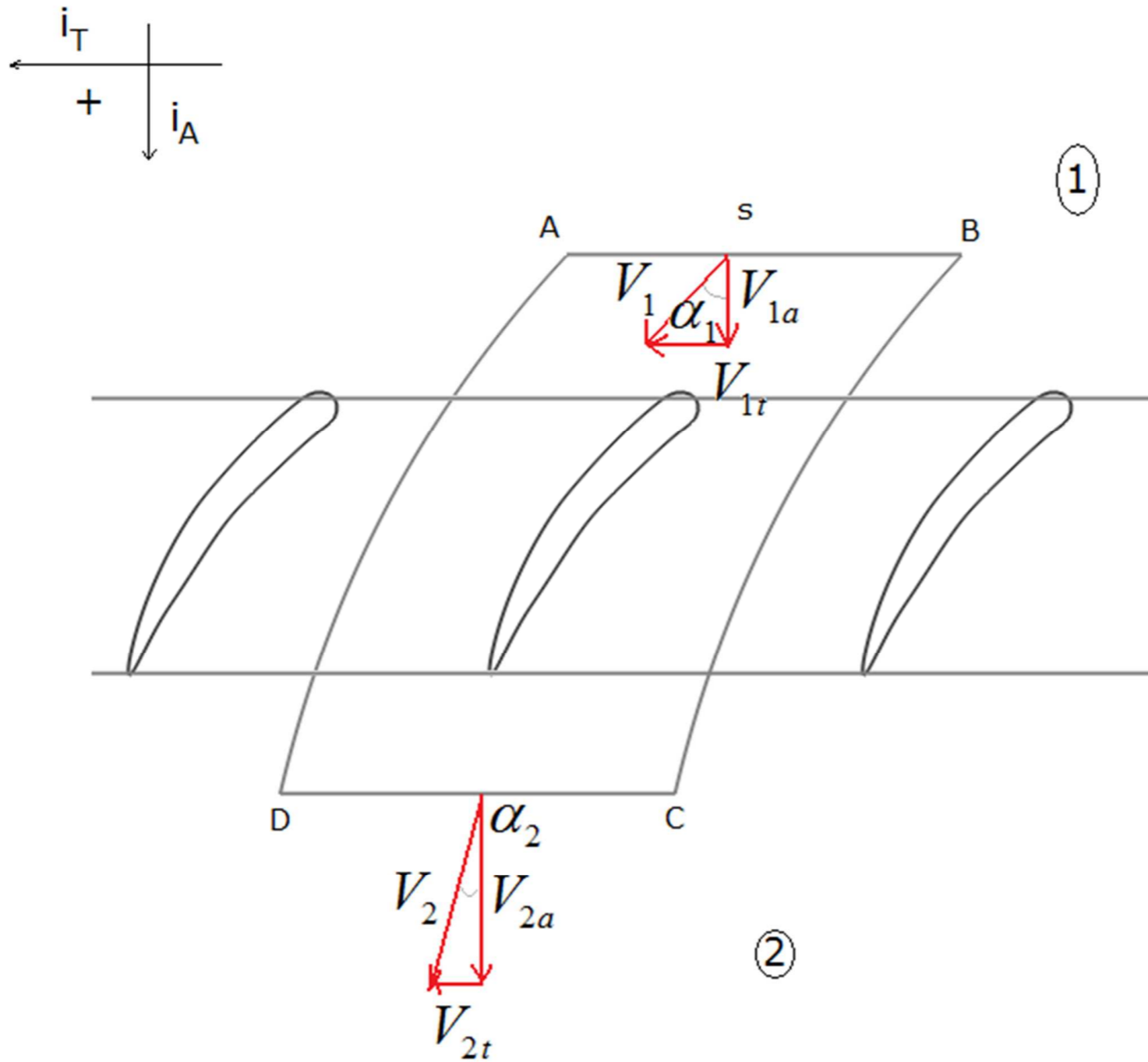
Schiere di pale

a) $F_a = f(\Delta\text{velocità}, \Delta p_0)$
 $F_t = f(\Delta\text{velocità}, \Delta p_0)$ ($\Delta\text{velocità}$ = triangolo di velocità, Δp_0 perdite di carico)

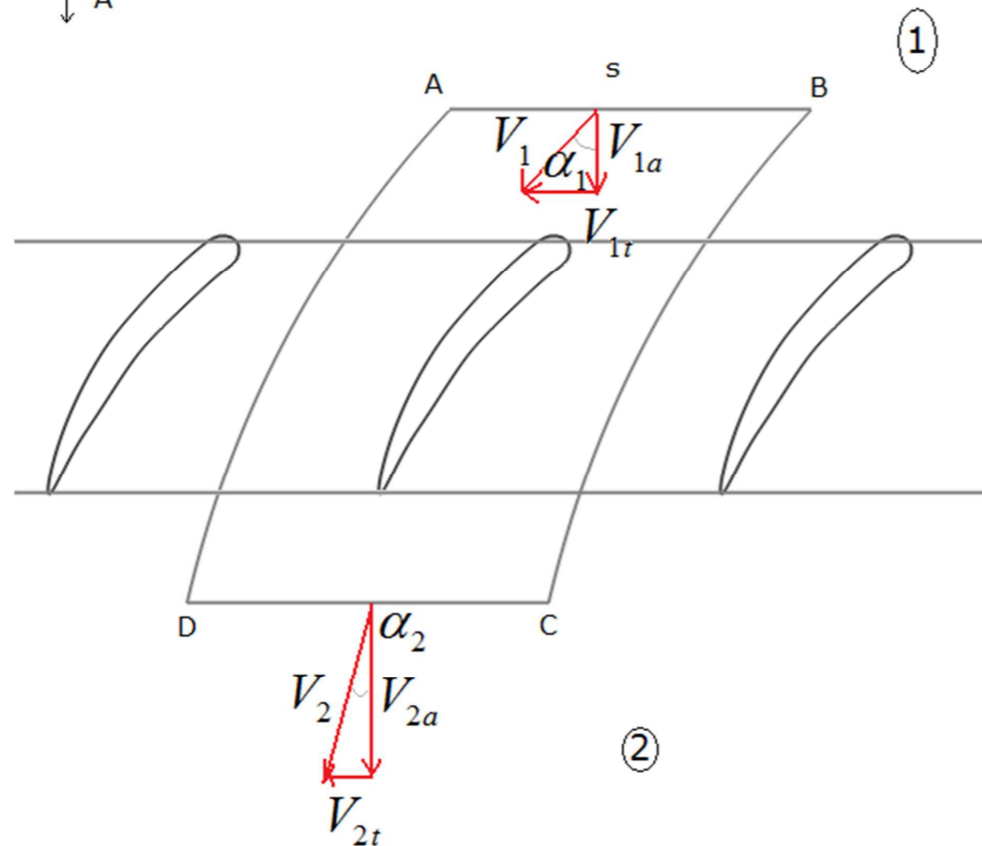
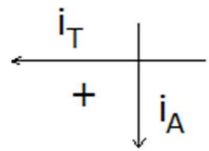
b) $L = f(F_a, F_t)$ (portanza e resistenza)
 $D = f(F_a, F_t)$

c) Adimensionalizzazione di F_a, F_t, L, D

Schiere di pale



Schiere di pale



Eq. continuità:

$$s \cdot \rho \cdot V_{1a} = s \cdot \rho \cdot V_{2a} \quad \Rightarrow \quad V_{1a} = V_{2a} = V_a$$

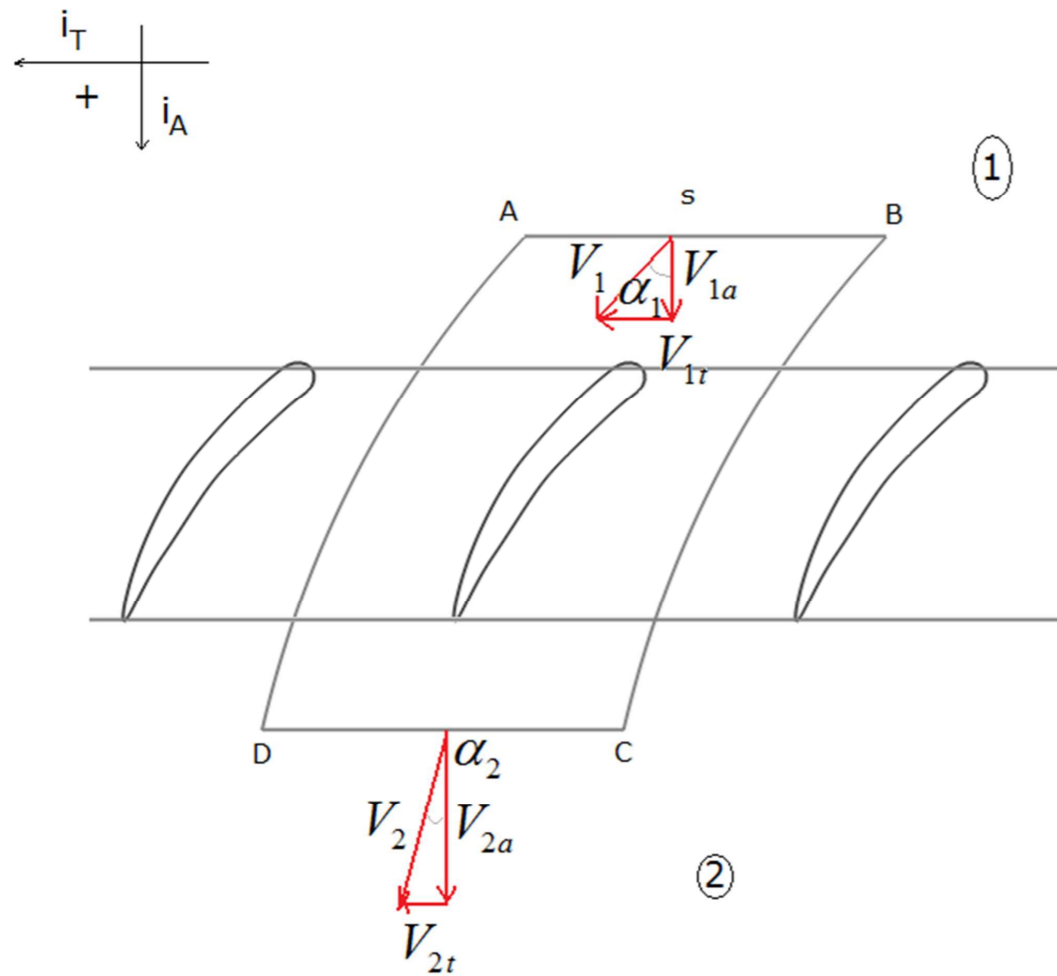
Cons. quantità di moto in dir. t:

$$F_t = \dot{m} \Delta V_t = s \cdot \rho \cdot V_a \cdot (V_{1t} - V_{2t})$$

Cons. quantità di moto in dir. a:

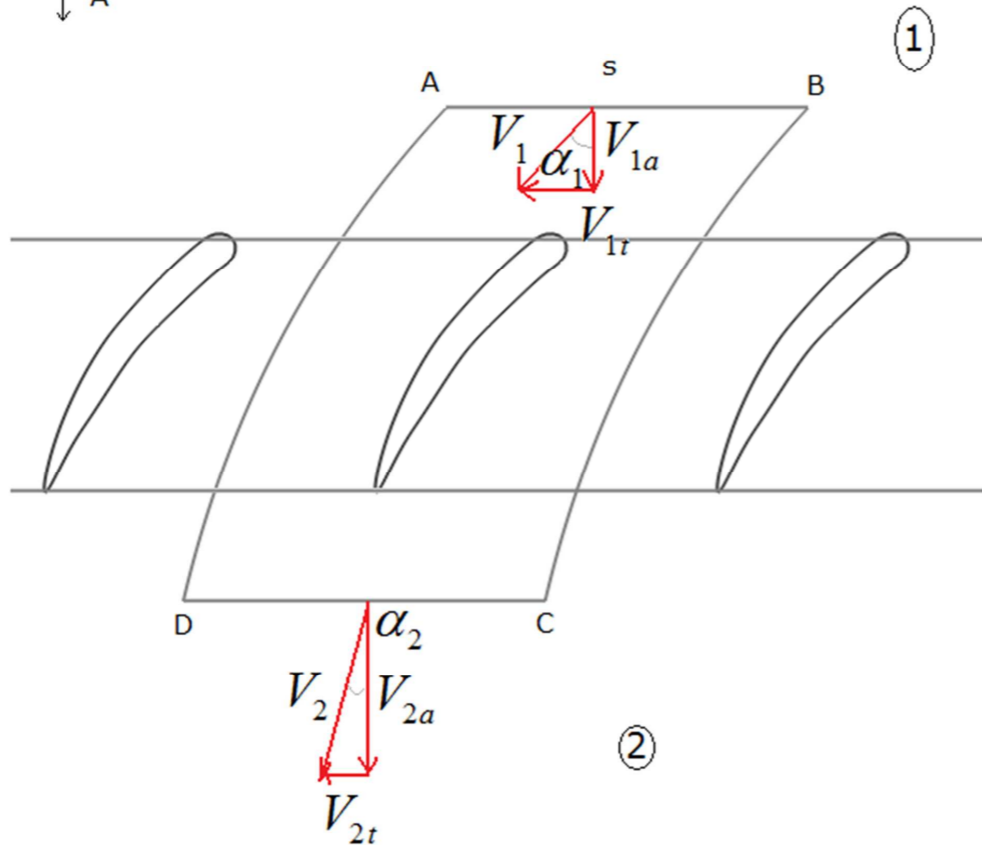
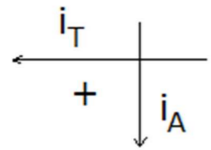
$$F_a = s \cdot (p_1 - p_2)$$

Schiere di pale



$$\begin{aligned}
 F_a &= s \cdot (p_1 - p_2) = \\
 &= s \cdot \left(p_{01} - \frac{1}{2} \rho V_1^2 - p_{02} + \frac{1}{2} \rho V_2^2 \right) = \\
 &= \frac{1}{2} \rho s (V_2^2 - V_1^2) + s (p_{01} - p_{02}) = \\
 &= \frac{1}{2} \rho s \left(V_{t2}^2 + \cancel{V_a^2} - V_{t1}^2 - \cancel{V_a^2} \right) + s \Delta p_0 = \\
 &= \frac{1}{2} \rho s (V_{t2} - V_{t1})(V_{t2} + V_{t1}) + s \Delta p_0
 \end{aligned}$$

Schiere di pale



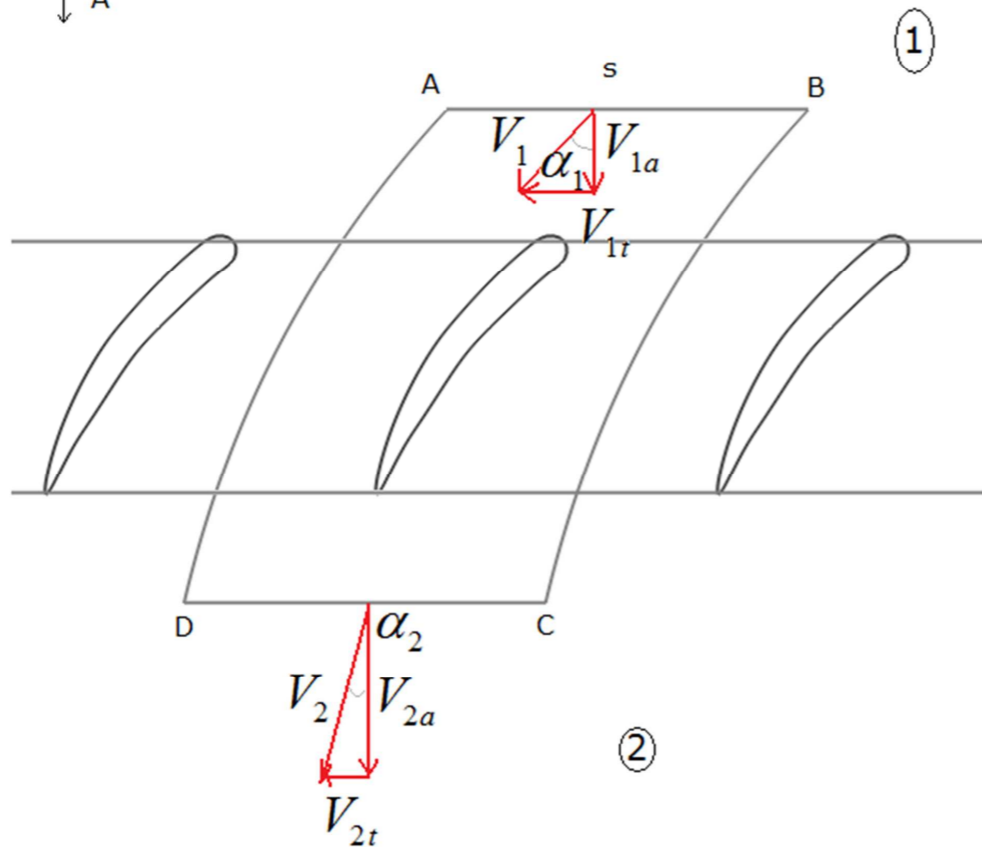
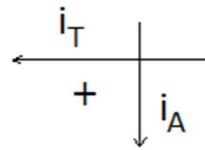
$(p_{01} - p_{02})$ è la perdita di carico

$$V_{t\infty} = \frac{V_{t1} + V_{t2}}{2}$$

velocità media
indisturbata

$$F_a = \rho s V_{t\infty} (V_{t2} - V_{t1}) + s \Delta p_0$$

Schiere di pale



Cons. quantità di moto in dir. t:

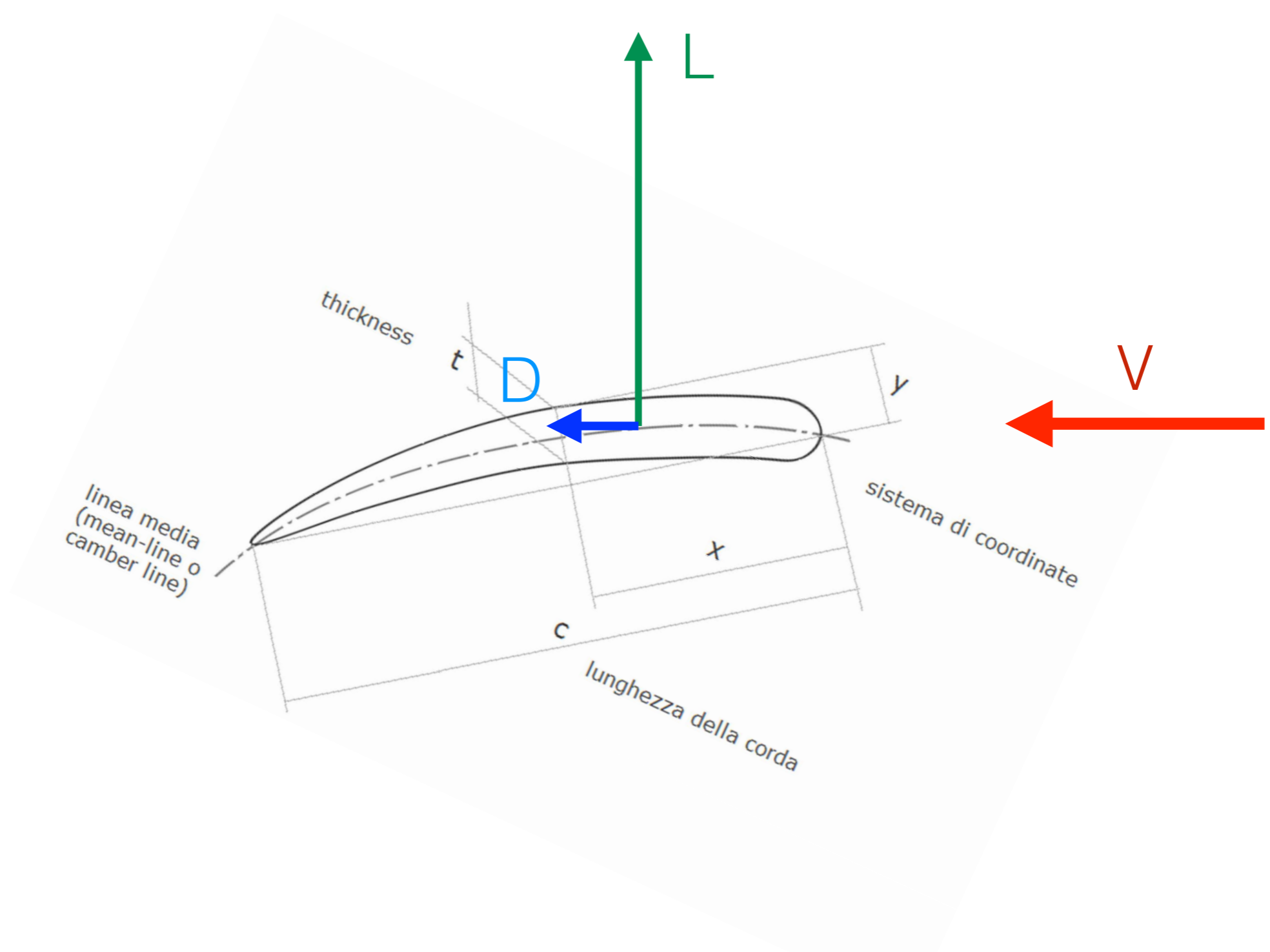
$$F_t = \dot{m} \Delta V_t = s \cdot \rho \cdot V_a \cdot \underline{(V_{1t} - V_{2t})}$$

$$F_a = \rho s V_{t\infty} \underline{(V_{t2} - V_{t1})} + s \Delta p_0$$

$$F_a = -F_t \frac{V_{t\infty}}{V_a} + s \Delta p_0 = -F_t \tan \alpha_\infty + s \Delta p_0$$

$$y = \frac{\Delta p_0}{p_{02} - p_2} = \frac{\Delta p_0}{\frac{1}{2} \rho V_2^2}$$

Coeff. di perdita



Schiere di pale

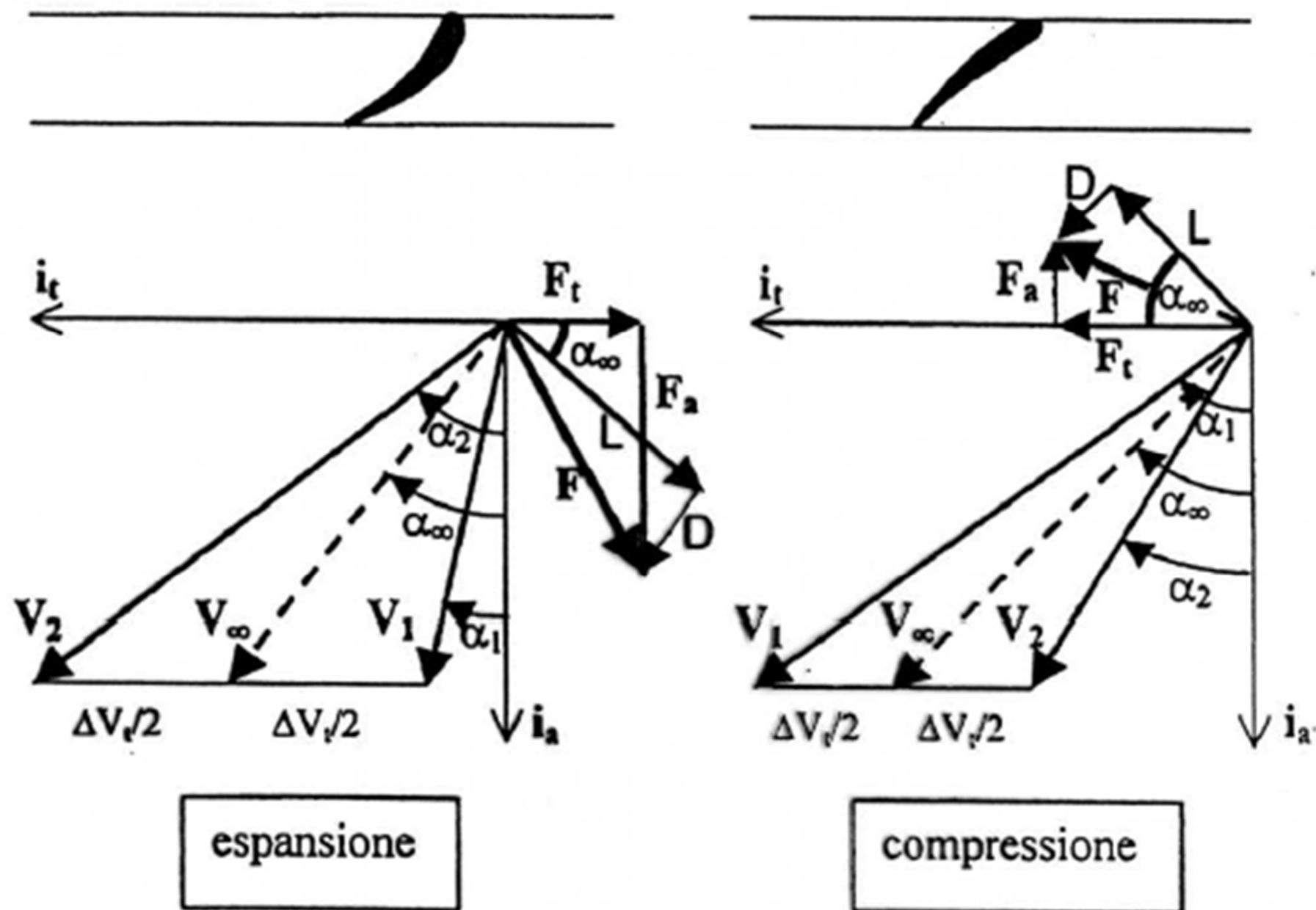
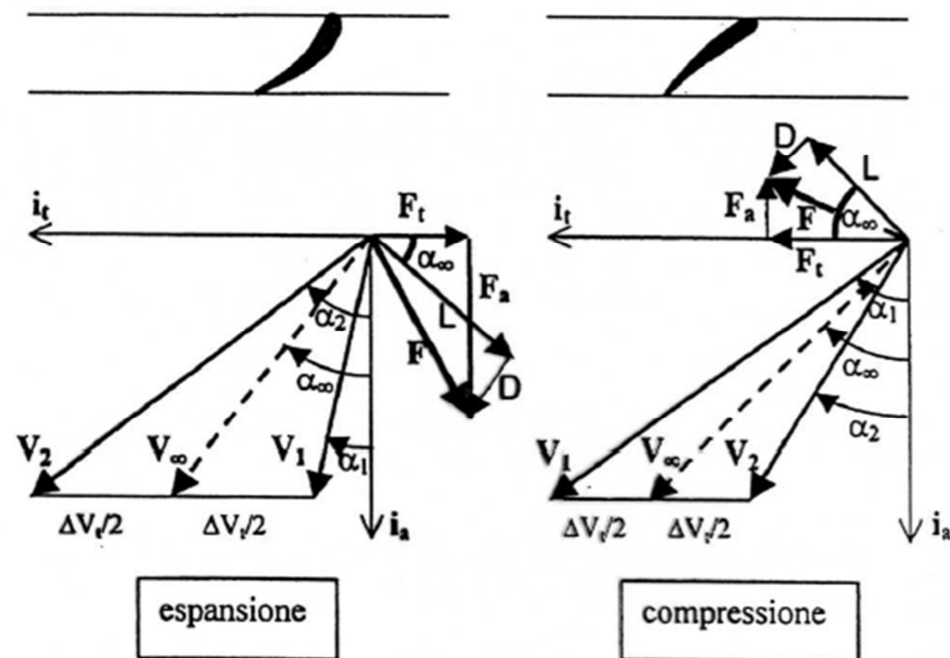


Figura 5.11: Portanza e resistenza agenti sui profili di schiere piane di pale.

Schiere di pale



$$L = F_t \cos \alpha_\infty - F_a \sin \alpha_\infty$$

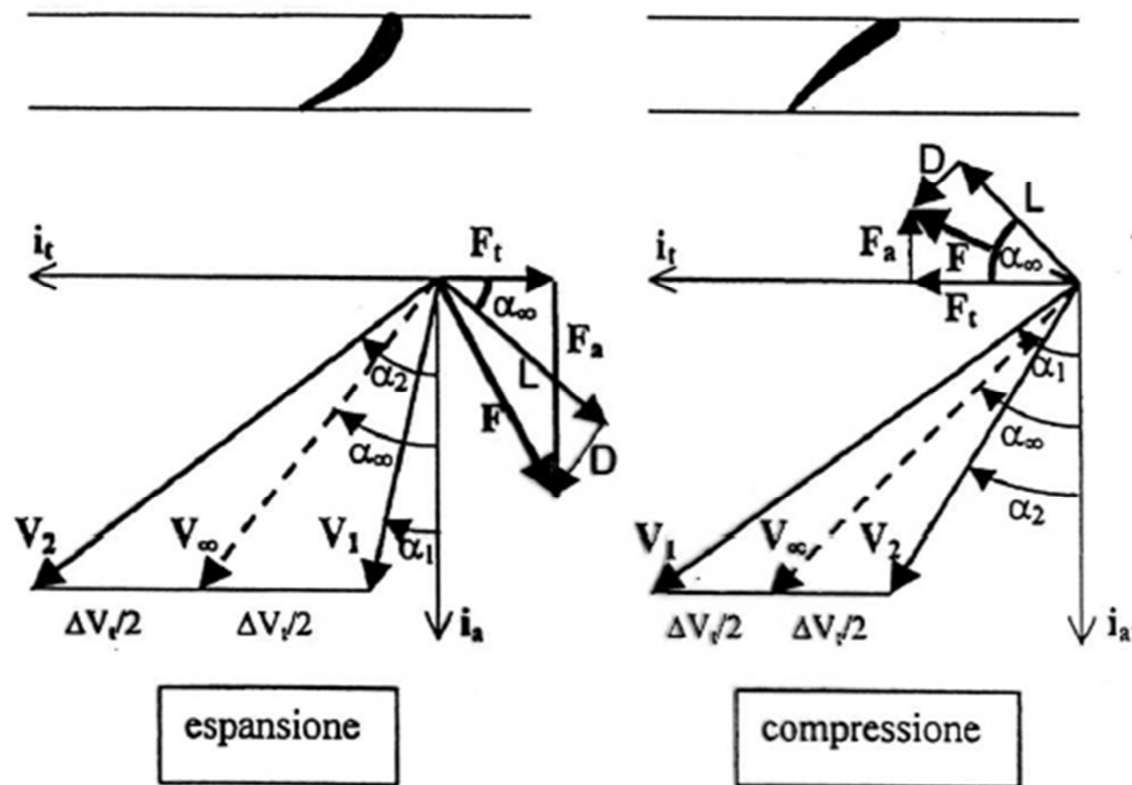
$$D = F_t \sin \alpha_\infty + F_a \cos \alpha_\infty$$

$$F_a = -(L \sin \alpha_\infty - D \cos \alpha_\infty)$$

$$F_t = L \cos \alpha_\infty + D \sin \alpha_\infty$$

Figura 5.11: Portanza e resistenza agenti sui profili di schiere piane di pale.

Schiere di pale



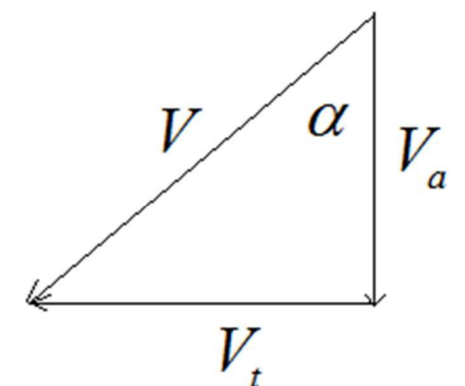
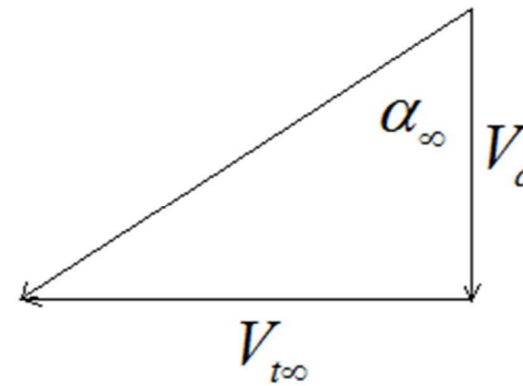
$$c_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho c \cdot V_\infty^2}$$

$$c_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho c \cdot V_\infty^2}$$

Figura 5.11: Portanza e resistenza agenti sui profili di schiere piane di pale.

Schiere di pale

$$c_F = \frac{F_t}{\frac{1}{2} \rho c \cdot V_\infty^2} = \frac{s \rho V_a \cdot (V_{t1} - V_{t2})}{\frac{1}{2} \rho c \cdot V_\infty^2}$$



$$V_a = V_\infty \cos \alpha_\infty$$

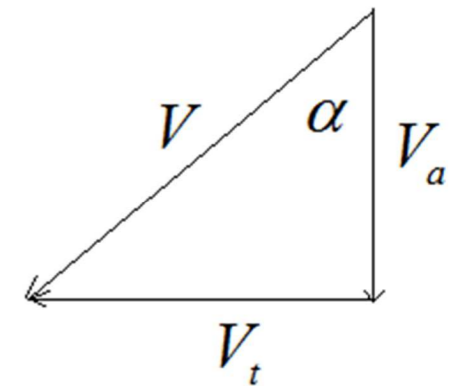
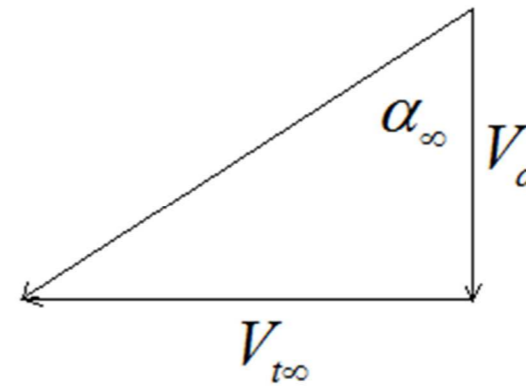
$$V_{t1,2} = V_a \tan \alpha_{1,2}$$

$$c_F = \frac{F_t}{\frac{1}{2} \rho c \cdot V_\infty^2} = \frac{s \rho V_a \cdot (V_{t1} - V_{t2})}{\frac{1}{2} \rho c \cdot V_\infty^2} = 2 \left(\frac{s}{c} \right) \cos^2 \alpha_\infty (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2)$$

Schiere di pale

$$c_P = \frac{F_a}{\frac{1}{2} \rho c \cdot V_\infty^2} = \frac{s \Delta p_0 - F_t \tan \alpha_\infty}{\frac{1}{2} \rho c \cdot V_\infty^2} = \frac{s \Delta p_0}{\frac{1}{2} \rho c \cdot V_\infty^2} - c_F \tan \alpha_\infty$$

$$y = \frac{\Delta p_0}{\frac{1}{2} \rho V_2^2} \quad \text{coeff. di perdita}$$



$$c_P = \left(\frac{s}{c} \right) y \left(\frac{V_2}{V_\infty} \right)^2 - c_F \tan \alpha_\infty$$

$$V_a = V_\infty \cos \alpha_\alpha$$

$$V_{t1,2} = V_a \tan \alpha_{1,2}$$

$$c_P = \left(\frac{s}{c} \right) y \frac{\cos^2 \alpha_\infty}{\cos^2 \alpha_2} - 2 \left(\frac{s}{c} \right) (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \sin \alpha_\infty \cdot \cos \alpha_\infty$$

Schiere di pale

Possiamo trovare allora

$$c_L = c_F \cos \alpha_\infty - c_P \operatorname{sen} \alpha_\infty$$

$$c_D = c_F \operatorname{sen} \alpha_\infty + c_P \cos \alpha_\infty$$

Sostituendo c_F e c_P si ottiene

$$c_L = 2 \left(\frac{s}{c} \right) (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \cos \alpha_\infty - c_D \tan \alpha_\infty$$

$$c_D = \left(\frac{s}{c} \right) y \frac{\cos^3 \alpha_\infty}{\cos \alpha_2}$$