

Figure 27: Determinazione dell'impulso mediante uno spettrometro (esempio di carica positiva che attraversa una regione di campo magnetico. I punti neri rappresentano i 3 punti di misura del passaggio della particella).

3.1 Misure di impulso di particelle cariche

Vi sono ovviamente molti modi di determinare l'impulso di una particella carica, ad esempio dalla determinazione della massa e velocità della stessa, ma il metodo più comune è quello di determinarla dalla misura della curvatura della sua traccia all'interno di un campo magnetico applicato dall'esterno. È prassi comune racchiudere le camere traccianti in un campo magnetico per eseguire l'analisi dell'impulso. Un apparato che è dedicato alla misurazione dell'impulso è chiamato spettrometro magnetico. Consiste tipicamente di un magnete e una serie di rivelatori per tracciare il passaggio delle particelle. Il dettaglio della sua architettura dipende dalla natura dell'esperimento in corso. Il moto della particella è regolato dalla forza di Lorentz

$$\mathbf{F}_L = q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$$

Se \mathbf{B} è ortogonale a \mathbf{v} , la traiettoria è una circonferenza di raggio

$$\rho = p/qB$$

(essendo $mv^2/r = qvB$), da cui ricaviamo

$$p = \frac{q}{B}\rho \quad (19)$$

Se misuriamo p in [GeV/c], B in [Tesla] e ρ in [m] l'equazione precedente diventa

$$p = 0.3B\rho \quad (20)$$

Un tracciatore immerso in campo magnetico permette dunque di misurare l'impulso di una particella. Se consideriamo un rivelatore quale quello schematizzato in figura

27 in cui si sottintende che almeno tre punti siano misurati (quello di entrata e di uscita piu' un terzo punto intermedio), per piccole deflessioni possiamo determinare la sagitta s dovuta alla deflessione della particella all'interno del rivelatore dopo un percorso (definito dalla corda L) in un campo magnetico B : come

$$s = \rho \left(1 - \cos \frac{\theta}{2} \right) = 2 \rho \sin^2 \left(\frac{\theta}{4} \right) \quad (21)$$

essendo θ l'angolo di cui è ruotato il raggio della circonferenza. Per piccoli valori di θ abbiamo

$$s = \rho \frac{\theta^2}{8} = \frac{1}{8} \left(\frac{p}{0.3B} \right) \left(\frac{0.3L}{p} \right)^2 = \frac{0.3BL^2}{8p} \quad (22)$$

ove si e' posto

$$\theta \sim L/\rho = 0.3 \frac{LB}{p}$$

Avremo pertanto

$$p = 0.3 \frac{BL^2}{8s} \quad (23)$$

e quindi

$$\sigma_p = 0.3 \frac{BL^2}{8s^2} \sigma_s \quad (24)$$

ed infine

$$\frac{\sigma_p}{p} = \frac{\sigma_s}{s} = \frac{8p}{0.3BL^2} \sigma_s \quad (25)$$

da cui si vede che il potere risolutivo sull'impulso è direttamente proporzionale alla risoluzione spaziale ed e' tanto migliore quanto maggiore è BL^2 , che è quindi il parametro che caratterizza lo spettrometro. Si noti anche che la risoluzione peggiora linearmente con l'aumentare dell'impulso da misurare e che ha maggior rilievo la lunghezza del rivelatore rispetto al valore del campo magnetico per l'ottimizzazione della risoluzione sull'impulso. Se x_1, x_2 e x_3 sono le coordinate dei 3 punti misurati della traccia (vedasi figura 27) e presi in considerazione per la determinazione della sagitta, risulta

$$s = x_2 - \frac{x_1 + x_3}{2}$$

e l'errore sulla determinazine della sagitta sara' pertanto

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_x$$

essendo σ_x relativo alla misura della coordinata x . Ne segue pertanto che

$$\frac{\sigma_p}{p} = \frac{\sigma_s}{s} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{8p}{0.3BL^2} \sigma_x \quad (26)$$

Come esempio, si consideri una particella di impulso $p = 1$ GeV/c, un campo magnetico $B=1$ T, $L=1$ m e una risoluzione spaziale $\sigma_x = 200\mu m$. La risoluzione ottenibile sulla misura dell'impulso della particella e'

$$\frac{\sigma_p}{p} \simeq 6 \cdot 10^{-3}$$

Nota: in questa discussione si e' trascurato il contributo dello scattering multiplo coulombiano al peggioramento della risoluzione spaziale e quindi dell'impulso, che e' ovviamente sempre presente.

3.2 Misure di energia (cenni)

Se sono note due grandezze tra massa, velocità e impulso e' nota anche l'energia: $E = mc^2\gamma = pc/\beta$ (essendo $m = p/\gamma\beta c$). Una misura diretta di γ si puo' fare con rivelatori sensibili alla radiazione di transizione, ma è un metodo di misura difficile perche' l'intensita' della radiazione di transizione e' bassa. Per la misura di velocità e impulso si vedano i paragrafi seguenti. Per fotoni o elettroni si sfrutta lo sviluppo di sciame elettrofotonici. Un rivelatore capace di contenere tutto lo sviluppo di uno sciame e di misurare la ionizzazione dei secondari e' chiamato calorimetro. Come gia' discusso, la grandezza caratteristica dello sviluppo di uno sciame e' la lunghezza di radiazione e lo spessore di materiale necessario per assorbire l'energia di uno sciame aumenta lentamente, con il logaritmo dell'energia: quindi l'energia della particella primaria e' assorbita in un numero limitato di lunghezze di radiazione. Materiali con densita' e Z elevati hanno una piccola lunghezza di radiazione e possono assorbire gli sciame in dimensioni contenute.

Un calorimetro puo' essere omogeneo o a campionamento. Il primo è realizzato con cristalli scintillanti oppure con vetri di elevata densita' che emettono radiazione Cherenkov. Il secondo e' realizzato alternando strati di assorbitore con strati di rivelatore costituiti di scintillatori, o rivelatori a gas, o camere a ionizzazione a liquido, o rivelatori a semiconduttore. Poiche' il numero di secondari e' proporzionale all'energia della particella primaria, $N = \sum n_{sec} = kE$ e lo sviluppo dello sciame e' un fenomeno statistico, la risoluzione in energia dovuta alle fluttuazioni del numero di secondari

($\delta N = \sqrt{N}$) migliora con l'energia

$$\frac{\delta E}{E} = \frac{\delta N}{N} = \frac{1}{\sqrt{kE}}$$

Anche gli adroni di alta energia possono dare luogo a fenomeni di sciame (sciame adronico) rilasciando una parte rilevante di energia all'interno del calorimetro adronico con cui e' possibile fare una misura dell'energia del l'adrone incidente.

3.3 Misure di intervalli di tempo.

Misure di intervalli di tempo sono fondamentali in molti ambiti, ad esempio per determinare la vita media di una particella oppure il tempo che impiega una particella per coprire una distanza L tra due rivelatori, detto tempo di volo (time-of-flight o *tof* in inglese). Misure di tempi di volo possono essere utilizzate ad esempio per misurare la velocità di una particella, per discriminare in massa particelle di pari impulso ma massa diversa, per determinare la vita media di una particella (vedi paragrafi seguenti). Il modo piu' comune di fare una simile misura e' di misurare il tempo di passaggio di una particella di una determinata velocità attraverso un primo rivelatore, che fa iniziare il conteggio del tempo, e quindi attraverso un secondo rivelatore che fa fermare il conteggio dei tempi. I due contatori devono essere posti ad una distanza L sufficiente per avere una buona risoluzione temporale. infatti, se $tof = t_2 - t_1$, essendo t_1 e t_2 i tempi di passaggio attraverso i contatori 1 e 2, la risoluzione temporale della misura sara'

$$\frac{\sigma_{tof}}{tof} = \sigma_{tof} \frac{v}{L} = \sigma_t \frac{\sqrt{2}v}{L}$$

essendo $\sigma_{tof} = \sqrt{2}\sigma_t$ e $v = \frac{L}{tof}$. Pertanto per ottenere una risoluzione nella misura di tempo di volo $\frac{\sigma_{tof}}{tof}$ migliore di R con dei rivelatori dotati di una risoluzione temporale σ_t , dovrà essere

$$\frac{\sigma_{tof}}{tof} = \sigma_t \frac{\sqrt{2}v}{L} \leq R$$

e quindi

$$L \geq \sigma_t \frac{\sqrt{2}v}{R}$$

3.3.1 Misure di velocità

Il metodo più semplice per determinare la velocità di una particella è tramite una misura del tempo di volo tof , riferita ad un ben definito cammino L tra due rivelatori, ma non è ovviamente l'unico. Un altro metodo è ad esempio la misura contemporanea dell'impulso e della massa, oppure la misura della velocità tramite la determinazione dell'angolo di emissione Cherenkov per quelle particelle che sono sopra soglia di emissione. Tornando alla misura della velocità v tramite tempo di volo, risulta

$$v = \frac{L}{tof}$$

essendo $tof = t_2 - t_1$, la differenza tra i tempi misurati al passaggio attraverso il rivelatore 2 e attraverso il rivelatore 1. Risulta pertanto

$$\begin{aligned} \sigma_v &= \frac{L}{tof^2} \sigma_{tof} \\ \sigma_v &= \frac{L}{tof^2} \sigma_{tof} = \frac{L\sqrt{2}}{tof^2} \sigma_t \\ \frac{\sigma_v}{v} &= \frac{\sigma_{tof}}{tof} = \frac{v}{L} \sigma_{tof} \end{aligned}$$

ed essendo

$$\sigma_{tof} = \sqrt{2}\sigma_t$$

con σ_t la deviazione standard relativa alla misura dei tempi t_1 e t_2 , abbiamo infine

$$\frac{\sigma_v}{v} = \frac{\sigma_{tof}}{tof} = \sqrt{2} \frac{v}{L} \sigma_t \quad (27)$$

che ci dice quale dev'essere la base di volo L per ottenere la desiderata risoluzione sulla velocità. Es.: sia $\sigma_t = 0.1ns$, $v \sim 0.5c$ la velocità massima che si vuole misurare e $\frac{\sigma_v}{v} = 1\%$ l'obiettivo sulla risoluzione della misura di velocità (impulso, se nota la massa della particella non relativistica). Per raggiungere tale obiettivo sarà necessario porre i rivelatori per la misura del tempo di volo ad una distanza

$$L \geq \sqrt{2} \frac{0.5c}{L} \sigma_t \simeq 150 \sqrt{2} \text{ cm}$$

Osservazione: La determinazione dell'impulso di particelle cariche attraverso il loro tempo di volo tra due contatori di scintillazione richiede, per impulsi elevati, ottima risoluzione temporale e un percorso di volo abbastanza lungo. Si provi a valutare il valore di L necessario per ottenere una risoluzione in impulso del 2% con rivelatori con $\sigma_t = 0.05ns$

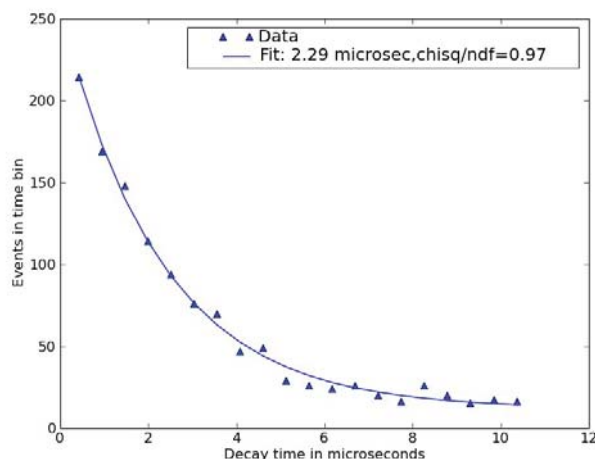


Figure 28: Esempio di misura di vita media (di muoni nel caso specifico) mediante fit della distribuzione dei tempi di decadimento di un campione.

3.3.2 Misura di vita media

Molte particelle (e nuclei) sono instabili e decadono con vita media τ definita dalla legge di decadimento $N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$. Le misure di vita media variano in un estesissimo intervallo di valori (la vita media del ^{238}U , $\sim 10^{10}$ anni - e quella di una risonanza adronica come la Δ - dell'ordine di 10^{-24}s - differiscono per 40 ordini di grandezza all'incirca!) e la loro misura viene pertanto fatta con diversi metodi e tecniche.

- Se la vita media è molto maggiore della durata della misura Δt ($\Delta t/\tau \ll 1$) la vita media si determina contando il numero di decadimenti N_d nell'intervallo di tempo Δt , una volta nota la popolazione del campione mediante la formula

$$\tau = \frac{N(t)}{N_d} \Delta t$$

essendosi sviluppata al prim'ordine in un intorno di t la $N(t)$

$$N_d = N(t) - N(t + \Delta t) \approx N(t) \frac{\Delta t}{\tau}$$

Questo metodo è applicabile alla maggior parte dei nuclei radioattivi. La risoluzione è determinata dall'errore statistico ($\sqrt{N_d}$) e dalla conoscenza del campione iniziale $N(t)$

- Se τ è confrontabile con la durata della misura ed è possibile conoscere l'istante in cui la particella è stata prodotta, la vita media si determina misurando la distribuzione dei tempi di decadimento

$$-\frac{dN}{dt} = \frac{N_0}{\tau} e^{-t/\tau}$$

Questa misura è possibile se la risoluzione temporale è molto minore di τ . La risoluzione tipicamente ottenibile in una misura di tempo è all'incirca di

10^{-9} s. Si ricordi tuttavia che la vita media τ di una particella relativistica risulta essere dilatata ($\gamma\tau$) se misurata da un orologio nel sistema del laboratorio e quindi l'effetto della risoluzione è mitigato. Misure di $\frac{dN}{dt}$ si eseguono ad esempio fermando una particella e misurando il suo tempo di decadimento tramite la rivelazione dei suoi prodotti di decadimento e successivamente analizzando la distribuzione dei tempi di decadimento misurati su un campione di particelle (si veda in figura 28 un esempio di determinazione della vita media dei muoni mediante misura della distribuzione dei tempi di decadimento di muoni portati a riposo).

- La vita media di una particella in moto nel laboratorio si può determinare misurando la distanza tra il punto di produzione e il punto di decadimento se si conosce la velocità. Se la particella ha velocità βc la vita media nel laboratorio è $\gamma\tau$ e la funzione di distribuzione della distanza percorsa nel laboratorio è

$$-\frac{dN}{dx} = \frac{dN}{dt} \frac{dt}{dx} = \frac{N_0}{\gamma\tau} e^{-x/\beta c\gamma\tau} \frac{1}{\beta c} = \frac{N_0}{\lambda} e^{-x/\lambda}$$

ove $\lambda = \beta c\gamma\tau = (p/m)c\tau$ è il valor medio del cammino percorso dalla particella prima di decadere. Si noti quindi che con un rivelatore che ha una risoluzione spaziale di $\sim 30\mu m$ si possono misurare vite medie $\tau \approx 10^{-13}/\gamma$ s.

Osservazioni.

1. Si noti che il parametro caratterizzante è diventato così $c\tau$ che caratterizza la distribuzione spaziale di particelle con velocità prossime a quella della luce e vita media τ e ci permette di valutare immediatamente quale risoluzione spaziale sia necessario avere per misurare la vita media di una simile particella.
 2. La distanza di decadimento percorsa si misura come distanza tra il vertice di formazione (ad esempio il vertice primario di interazione di due fasci collidenti) e il vertice di decadimento della particella, da cui fuoriescono i prodotti di decadimento
- Per particelle instabili con vita media molto ancora più piccola, questa si può determinare con misure della larghezza di decadimento $\Gamma = \hbar/\tau$ che è legata all'intensità della interazione responsabile del decadimento. Il valore di Γ si può determinare da misure della massa invariante dei prodotti di decadimento della particella oppure da misure di sezione d'urto in cui μe produce la particella.