

Corso di Laurea in Matematica, Corso di Laurea in Fisica
Esame di Analisi 3, modulo B
A.a. 2016-2017, I prova intermedia

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di Studi: **Matematica** **Fisica**

ESERCIZIO N. 1. Si ponga

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 2x + 4y^2 \leq 3\}.$$

(i) Dopo averlo descritto, si calcoli il volume del solido E_1 ottenuto facendo ruotare D di 2π intorno all'asse x .

(ii) Dopo averlo descritto, si calcoli il volume del solido E_2 ottenuto facendo ruotare D di 2π intorno all'asse y .

ESERCIZIO N. 2. Si determinino, e si rappresentino nel piano, le coppie (α, β) per cui è integrabile in senso generalizzato su $J_\beta = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 1, 0 \leq y \leq x^\beta\}$ la funzione

$$f(x, y) = \frac{y}{1 + x^\alpha}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO Si distinguano i casi

• $\alpha > 0$:

• $\alpha \leq 0$:

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli

$$\iiint_E z e^{\frac{y}{x}} dx dy dz,$$

con $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < y < 2x, \frac{1}{x} < y < \frac{2}{x}, \frac{1}{x^2} < z < \frac{2}{x^2}\}$.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO 4. Posto $R =]0, 1[\times]0, 1[$, si dimostri che

$$\iint_R \frac{1}{1-xy} dx dy = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}.$$

SVOLGIMENTO