Corso di Laurea in Matematica, Corso di Laurea in Fisica
Esame di Analisi 3, modulo B
A.a. 2016-2017, sessione estiva, II appello

COGNOME ______________________ **NOME** ______________________

N. Matricola ______________________ **Anno di corso** ______________

Corso di Studi: **Matematica** ◯ **Fisica** ◯

ESERCIZIO N. 1. Si ponga $B = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x^2 + y^2 + z^2 + t^2 \leq 1\}$ e, per ogni $t \in]-1, 1[$, $B_t = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 - t^2\}$.

(*i*) Per ogni $t \in]-1, 1[$, si calcoli $\displaystyle\iiint_{B_t} |zt| \, dxdydz$.

(*ii*) Si calcoli $\displaystyle\iiiint_B |zt| \, dxdydzdt$.

ESERCIZIO N. 2. Si ponga, per ogni $\alpha > 0$,

$$J_\alpha = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq (x^2 + y^2)^{-\alpha} - 1\}.$$

(i) Si stabilisca per quali $\alpha > 0$, J_α ha volume finito.

(ii) Si stabilisca per quali $\alpha > 0$, la frontiera di J_α ha area finita.

COGNOME e NOME ____________________ **N. Matricola** __________

ESERCIZIO N. 3. Si consideri la forma differenziale

$$\omega(x,y) = \frac{y}{x}dx + (f(xy)+1)dy$$

in $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy > 0\}$.

(i) Si determini una funzione $f \in C^1(]0,+\infty[)$ tale che ω sia localmente esatta in Ω.

(ii) Si calcoli un potenziale di ω in Ω.

ESERCIZIO 4. Si consideri la curva γ in $\mathbb{R}^2$ parametrizzata da

$$\gamma(s) = (2s - 4s^2, 2s - 8s^3), \quad s \in \left[0, \frac{1}{2}\right].$$

(i) Si stabilisca, giustificando la risposta, se la curva è

- chiusa:

- semplice:

- regolare:

(ii) Si calcoli l'area dell'insieme compatto avente come frontiera il sostegno della curva γ.