

COMPLETAMENTO DEL MODELLO DI SOPRAVVIVENZA PER ETÀ NON INTERE

Nella tavola di mortalità sono riportati l_x $x = 0, 1, \dots, \omega$

In molti casi si ha la necessità di definire l_x per qualsiasi età $x \geq 0$

Obiettivo: definire l_{x+t} , $x = 0, 1, \dots, \omega - 1$ e $0 \leq t \leq 1$ tale che
 l_{x+t} continua in $[0, 1]$ e derivabile in $(0, 1)$

Interpolazione lineare o ipotesi di distribuzione uniforme dei decessi

$$\begin{aligned} l_{x+t} = a + b t &\quad \Rightarrow \quad l_{x+t} = l_x - t d_x \\ &\quad \Rightarrow \quad l_{x+t} = (1-t) l_x + t l_{x+1} \end{aligned}$$

In tale ipotesi si ha

$${}_{s-r}P_{x+r} = \frac{1-s q_x}{1-r q_x} \quad {}_s q_x = s q_x \quad \mu(x+t) = \frac{q_x}{1-t q_x} \quad f_x(t) = q_x$$

$$L_x = l_{x+1} + \frac{1}{2} d_x = \frac{l_{x+1} + l_x}{2}$$

Interpolazione esponenziale o ipotesi di intensità di mortalità costante

$$l_{x+t} = a \cdot b^t \quad \Rightarrow \quad l_{x+t} = l_x (p_x)^t$$
$$\Rightarrow \quad l_{x+t} = (l_x)^{1-t} \cdot (l_{x+1})^t$$

In tale ipotesi si ha

$$\mu(x+t) = -\log p_x$$

$${}_{s-r}p_{x+r} = e^{-\mu_x(s-r)} \quad \text{con} \quad \mu_x = -\log p_x$$

$$f_x(t) = e^{-\mu_x t} \mu_x \quad L_x = \frac{d_x}{\mu_x} \quad m_x = \mu_x$$

Interpolazione iperbolica

$$l_{x+t} = \frac{1}{a+bt} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{l_{x+t}} = \frac{1}{l_x} + \left(\frac{1}{l_{x+1}} - \frac{1}{l_x} \right) t$$
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{l_{x+t}} = \frac{1}{l_{x+1}} t + \frac{1}{l_x} (1-t)$$

In tale ipotesi si ha

$${}_{1-r}q_{x+r} = (1-r) q_x \quad {}_tP_x = \frac{1}{1 + \left(\frac{l_x}{l_{x+1}} - 1 \right) t}$$

$$\mu(x+t) = \frac{q_x}{p_x + t q_x}$$

nota: decrescente con t