

MODELLO DI SOPRAVVIVENZA SELEZIONATO

Si utilizza un modello selezionato per descrivere la durata aleatoria di vita da un'assegnata età in cui l'individuo è selezionato; per esempio, nel caso delle assicurazioni, l'età di selezione è l'età (intera) di ingresso in assicurazione.

Funzione di sopravvivenza $S(t; x), \quad t \geq 0, \quad x = a, a + 1, \dots$

Nel caso di distribuzione dotata di funzione di densità continua, per assegnare la distribuzione di probabilità si può assegnare l'intensità istantanea di mortalità

$$\mu_{[x]}(t), \quad t \geq 0, \quad x = a, a + 1, \dots$$

Si ha $\mu_{[x]}(t) = -\frac{d}{dt} \ln(S(t; x))$ da cui si ottiene

$${}_t p_{[x]} = S(t; x) = \exp\left(-\int_0^t \mu_{[x]}(u) du\right)$$

Si definisce **aspettativa di vita** per una persona entrata in assicurazione all'età x

$$\bar{e}_{[x]} = \int_0^{+\infty} S(t; x) dt$$

Una **tavola di mortalità selezionata** è definita da un insieme di sequenze del tipo

$$\begin{array}{cccc} l_{[a]} & l_{[a]+1} & l_{[a]+2} & \dots \\ l_{[a+1]} & l_{[a+1]+1} & l_{[a+1]+2} & \dots \\ \dots & & & \\ l_{[x]} & l_{[x]+1} & l_{[x]+2} & \dots \\ \dots & & & \end{array}$$

dove
$$l_{[x]+t} = l_{[x]} \cdot S(t; x) \quad x = a, a + 1, \dots \quad t = 0, 1, \dots$$

$l_{[x]}$ è la radice della tavola di sopravvivenza degli assicurati entrati in assicurazione all'età x

$l_{[x]+t}$ rappresenta il numero atteso di assicurati in vita all'età $x+t$ a partire da una collettività di $l_{[x]}$ assicurati entrati in assicurazione all'età x ; t è l'antidurata

Si ha
$${}_tP_{[x]} = \frac{l_{[x]+t}}{l_{[x]}} \quad {}_tq_{[x]} = 1 - {}_tP_{[x]}$$

Per effetto della selezione sulla mortalità si ha

$$q_{[x]} < q_{[x-1]+1} < q_{[x-2]+2} < \dots$$

Poiché l'effetto della selezione sulla mortalità tende ad esaurirsi dopo un certo numero di anni, da un certa antedurata t' in poi la sopravvivenza viene fatta dipendere soltanto dall'età raggiunta

$$q_{[x]} < q_{[x-1]+1} < q_{[x-2]+2} < \dots < q_{[x-t']+t'} = q_{[x-t'-1]+t'+1} = q_{[x-t'-2]+t'+2} = \dots = q_{[a]+x-a}$$

Si costruiscono allora le **tavole di mortalità selezionate ridotte**

$l_{[a]}$	$l_{[a]+1}$	$l_{[a]+2}$	\dots	$l_{[a]+t'-1}$	$l_{(a+t')}$
$l_{[a+1]}$	$l_{[a+1]+1}$	$l_{[a+1]+2}$	\dots	$l_{[a+1]+t'-1}$	$l_{(a+t'+1)}$
\vdots					\vdots
$l_{[x]}$	$l_{[x]+1}$	$l_{[x]+2}$	\dots	$l_{[x]+t'-1}$	$l_{(x+t')}$
\vdots					\vdots

Dove $l_{[a]}$ è la radice della tavola e

$$l_{[x]} \text{ è tale che } l_{[x]} \cdot S(t'; x) = l_{(x+t')} \quad x = a + 1, a + 2, \dots$$